UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

QU'EST-CE QUE L'ARITHMÉTIQUE ? QUE RECOUVRE SON ENSEIGNEMENT ? REGARD HISTORIQUE ET ANALYSE DE MANUELS QUÉBÉCOIS DU DÉBUT ET DE LA FIN DU XX^{e} SIÈCLE AU SECONDAIRE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR
ALEXANDRE DUCHARME RIVARD

MAI 2007

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier chaleureusement deux personnes qui ont fait de ce travail ce qu'il est. Il s'agit de Nadine Bednarz et de Louis Charbonneau, mes deux directeurs de mémoire. J'ai une grande admiration pour leur expertise et leur expérience. Les discussions que nous avons eues m'ont énormément stimulé et ont enrichi ma réflexion pour l'élaboration de ce projet. Mon expérience de recherche a été merveilleuse en grande partie grâce à leur collaboration, merci.

Je tiens aussi à remercier les professeurs de didactique du département de mathématiques pour les discussions informelles et la formation que j'ai reçue, tant au niveau du baccalauréat qu'à la maîtrise.

Je transmets ma gratitude au personnel du département de mathématique, Manon, Rita, Jeanne, Marie-Claude et Martine qui ont toujours le sourire et la réponse à l'interrogation qui nous ronge.

Un grand merci à mes compagnons de bureau, Mireille Saboya, Izabella Oliviera et Jean-François Maheux, qui m'ont supporté autant dans mes hauts et mes bas et avec qui les discussions et les encouragements ne manquèrent pas. C'est un plaisir de travailler avec eux.

Finalement, un grand merci à ma famille et mes amis qui ont toujours été là, de près ou de loin, lors de la rédaction de ce mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES vii

LISTE DES TABLEAUX xii

LISTE DES ABRÉVIATIONS xiv

RÉSUMÉ xv

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I
PROBLÉMATIQUE 3

1.1 Origine de mon questionnement 3

1.2 Une première définition de l'arithmétique 7

1.2.1 Différentes définitions 7

1.2.2 Les invariants, les nuances et les différences entre les définitions 14

1.2.3 Une première définition du mot « arithmétique » 16

1.3 Le programme de mathématiques au secondaire au Québec : la place de l'arithmétique. 17

1.3.1 La place de l'arithmétique dans le programme de mathématiques de 1994 17

1.3.2 La place de l'arithmétique dans le nouveau curriculum de 2003 22

1.4 Le programme de mathématiques au secondaire en France : un statut particulier pour l'arithmétique. 28

1.5 Questionnement lié à la place de l'arithmétique : quelques données issues de la recherche. 31

1.6 Objectifs et questionnement de recherche 34

CHAPITRE II
CADRE THÉORIQUE 35

Vers une caractérisation de l'Arithmétique 35

2.1 L'Arithmétique chez les Grecs 36

2.1.1 Euclide 36

2.1.2 Nicomaque 42

2.1.3 Évolution de ce que recouvre l'arithmétique chez les Grecs 49

2.1.4 Une première grille d'analyse se dégageant de l'étude de l'arithmétique chez les Grecs 51

2.2 L'Arithmétique au XIII^{e} siècle 52

2.2.1 Le lien entre l'arithmétique et la géométrie selon Fibonacci 52

2.2.2 La finalité du livre de Fibonacci 54
2.2.3 Le contenu de l'arithmétique chez Fibonacci 54
2.2.4 Le traitement de l'arithmétique chez Fibonacci 58
2.2.5 La grille d'analyse qui se dégage de cette étude de l'arithmétique au XIII^e^ siècle 62

2.3 L'Arithmétique au XV^e^ siècle 64
2.3.1 Le contenu mathématique de Chuquet 64
2.3.2 La place de l'arithmétique et de l'algèbre du « Triparty » 66
2.3.3 Le traitement de l'arithmétique dans les œuvres de Chuquet 68
2.3.4 Une grille d'analyse à l'image du XV^e^ siècle 71

2.4 L'Arithmétique au XVII^e^ siècle 73
2.4.1 La finalité du « Dictionnaire Mathématique » et le public ciblé par cet ouvrage 74
2.4.2 La place de l'algèbre dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam 76
2.4.3 Le contenu de l'arithmétique chez Ozanam 77
2.4.4 Le traitement de l'arithmétique dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam 81
2.4.5 Une grille d'analyse issue de l'étude de l'arithmétique d'Ozanam 82

2.5 L'Arithmétique au XVIII^e^ siècle 83
2.5.1 Diderot et d'Alembert 84
2.5.2 Dictionnaire de Trêvoux 92
2.5.3 Une grille d'analyse à l'image du XVIII^e^ siècle 94

2.6 L'Arithmétique au XIX^e^ siècle 96
2.6.1 La distinction entre l'arithmétique et l'algèbre chez Larousse 97
2.6.2 Les sens de l'arithmétique chez Larousse 98
2.6.3 L'étendue de l'arithmétique chez Larousse 100
2.6.4 Une grille d'analyse pour le XIX^e^ siècle 102

2.7 L'Arithmétique au XX^e^ siècle 103
2.7.1 Le sens de l'arithmétique dans Auger (1928) 104
2.7.2 La définition du nombre 105
2.7.3 L'étendue de l'arithmétique chez Auger 106
2.7.4 Une définition concise 109
2.7.5 Une grille d'analyse de l'arithmétique pour le XX^e^ siècle 109

2.8 Synthèse qui se dégage de notre analyse précédente 110
2.8.1 Le contenu arithmétique abordé 110
2.8.2 Le traitement de l'arithmétique tel qu'abordé dans les ouvrages des différents mathématiciens consultés 112
2.8.3 Sur la facette des nombres utilisés 113
2.8.4 Les finalités associées à l'arithmétique 113
2.8.5 Les types d'arithmétiques 114

2.8.6 Lien entre l'arithmétique et les autres domaines/statut de l'arithmétique 115

CHAPITRE III
MÉTHODOLOGIE 117

3.1 Grille d'analyse des manuels issue du cadre théorique 117

3.1.1 Les contenus arithmétiques dans un manuel 118

3.1.2 Statut de l'arithmétique et classement des contenus par rapport aux autres domaines dans un manuel 119

3.1.3 Les traitements des contenus arithmétiques d'un manuel 120

3.1.4 Facettes des nombres utilisés dans un manuel 121

3.1.5 Les types d'arithmétiques abordés dans un manuel 121

3.1.6 Les finalités associées à l'arithmétique dans un manuel 123

3.1.7 Synthèse des éléments précédents 124

3.2 Une analyse de manuels utilisés au cours du XX^{e} siècle au Québec : Quels manuels ? Pourquoi ? 125

3.2.1 Le contexte scolaire global 126

3.2.2 L'école secondaire publique du XX^{e} siècle et les programmes d'études 127

3.2.3 Quels manuels ? Pourquoi ? 130

3.3 Méthodologie d'analyse des manuels 135

3.3.1 La présentation des notions dans le manuel 135

3.3.2 La place occupée par l'arithmétique dans un manuel 136

3.3.3 Préambule à la suite de l'analyse des manuels 136

3.3.4 Les contenus arithmétiques 138

3.3.5 Statut de l'arithmétique et classement des contenus 138

3.3.6 Les traitements des contenus arithmétiques 140

3.3.7 Les facettes du nombre dans la section « cours » 142

3.3.8 Les types d'exercices et les facettes du nombre 143

3.3.9 Les types d'arithmétiques abordés 147

3.3.10 Les finalités associées à l'arithmétique 148

3.3.11 L'analyse d'un manuel, version améliorée 148

CHAPITRE IV
ANALYSE DE MANUELS 150

4.1 Analyse d'un manuel du début du siècle (avant 1923) 151

4.1.1 La présentation des contenus mathématiques dans ce manuel 152

4.1.2 Analyse de la place de l'arithmétique 155

4.1.3 Analyse des contenus arithmétiques abordés 156

4.1.4 Analyse du statut de l'arithmétique et classement des contenus 161

4.1.5 Analyse des types de traitement de l'arithmétique 162
4.1.6 Analyse des facettes du nombre dans la section « cours » 167
4.1.7 Analyse des types d'exercices et des facettes du nombre 170
4.1.8 Analyse des types d'arithmétique abordés 175
4.1.9 Les finalités associées à l'arithmétique dans ce manuel 176

4.2 Analyse d'un manuel pour la période 1923 à 1956 178
4.2.1 La présentation des contenus mathématiques dans ce manuel 180
4.2.2 Analyse de la place de l'arithmétique 188
4.2.3 Analyse des contenus arithmétiques abordés 189
4.2.4 Analyse du statut de l'arithmétique et classement des contenus 194
4.2.5 Analyse des types de traitement de l'arithmétique 199
4.2.6 Analyse des facettes du nombre dans la section « cours » 204
4.2.7 Analyse des types d'exercices et des facettes du nombre 205
4.2.8 Analyse des types d'arithmétique abordés 212
4.2.9 Les finalités associées à l'arithmétique dans le manuel 213

4.3 Analyse d'une collection de manuels pour la fin du XX^{e} siècle (après le programme de 1994) 216
4.3.1 Analyse des manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » 216
4.3.2 Analyse des manuels pour la troisième, quatrième et cinquième secondaire 253

CONCLUSION 272

APPENDICE A
TABLES DES MATIÈRES DES MANUELS DE QUATRIÈME ET CINQUIÈME SECONDAIRE DE LA FIN DU SIÈCLE 280

RÉFÉRENCES 300

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	L'influence de l'algèbre lors de la résolution d'un problème arithmétique par un élève fort.	6
Figure 2.1	La structure déductive du Livre VII des « Éléments » d'Euclide selon Bernard Vitrac (Euclide, 1994, p. 284)	41
Figure 2.2	La structure déductive du Livre VIII et IX des « Éléments » d'Euclide selon Bernard Vitrac (Euclide, 1994, p. 285)	42
Figure 2.3	Exemples de nombres triangulaires, carrés, pentagonaux et hexagonaux dans le livre « Introduction to Arithmetic » (Nicomaque, 1926, p. 242 - 245)	45
Figure 2.4	Exemples d'un nombre heptagonal, octogonal et des nombres pyramidaux dans « Introduction to Arithmetic » (Nicomaque, 1926, p. 246 et p. 250)	46
Figure 2.5	« Table des Traitez » dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam (1691).	74
Figure 3.1	Grille d'analyse de manuels issue du cadre théorique	124
Figure 3.2	Exemple d'approche inductive partant d'un seul exemple (F.E.C., 1953, p. 268-269)	140
Figure 3.3	Autre exemple d'approche inductive issue d'un questionnement (Breton, 1993, tome 1, p. 192-193).	141
Figure 3.4	Grille d'analyse de manuels, version améliorée	149
Figure 4.1	Page couverture du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)	151
Figure 4.2	Exemple de présentation de la section « cours » et de la section « exercices » (F.E.C., 1916, p. 90-93)	153
Figure 4.3	La place de l'arithmétique dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)	155
Figure 4.4	Table des matières du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916, p. I, II et III)	157
Figure 4.5	Contenus arithmétiques dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)	159
Figure 4.6	Répartition des types de traitement de l'arithmétique dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)	163
Figure 4.7	Représentation de la surface par un carré (F.E.C., 1916, p. 154)	169
Figure 4.8	Représentation d'un volume par un cube (F.E.C., 1916, p. 123)	169

Figure 4.9 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « oraux » du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916) 171

Figure 4.10 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916) 171

Figure 4.11 La répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » et « oraux » et les exercices « instrumentaux » dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916) 173

Figure 4.12 Page couverture du manuel « Arithmétique, cours complémentaire, (ancien cours supérieur) » (F.E.C., 1946) 178

Figure 4.13 Page couverture du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) 179

Figure 4.14 Exemple de la présentation d'une section dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. 10-11) 181

Figure 4.15 Exemple de présentation de la section « cours » et de la section « exercices oraux » (F.E.C., 1953, p. 12-15) 182

Figure 4.16 Liste des tests théoriques et pratiques du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. viii) 184

Figure 4.17 Exemple d'un test pratique (F.E.C., 1953, p. 19) 185

Figure 4.18 Exemple d'un test théorique pour la section « Les Fractions » (F.E.C., 1953, p. 166-167) 186

Figure 4.19 Liste des appendices du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. 655) 187

Figure 4.20 La place de l'arithmétique dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) 188

Figure 4.21 Table des matières du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. V, VI, VII) 189

Figure 4.22 Contenus arithmétiques dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) 192

Figure 4.23 La notion de représentation graphique (F.E.C., 1953) 198

Figure 4.24 Traitement de l'arithmétique dans le manuel « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953) 200

Figure 4.25 Représentation du volume par des segments dans « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. 173) 205

Figure 4.26 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « oraux » du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) 207

Figure 4.27 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) 207

Figure 4.28 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » et « oraux » et les exercices « instrumentaux » dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)....210

Figure 4.29 Page couverture du manuel « Carrousel Mathématique 1 » (1993) et « Carrousel Mathématique 2 » (1994)....217

Figure 4.30 Exemple d'un itinéraire dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t.1, p. 5)....218

Figure 4.31 Plan des itinéraires dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1994, t.1, p. 4)....219

Figure 4.32 Exemple d'un plan « Carrefour » dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t.2. p. 52)....220

Figure 4.33 Exemple des plans « escale méninges » et « place du marché » dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t.2, p. 65-66)....221

Figure 4.34 Exemple d'un plan « flash problème » dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1994, t.2, p. 97)....222

Figure 4.35 Place occupée par l'arithmétique dans « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993)....224

Figure 4.36 Place occupée par l'arithmétique dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994)....224

Figure 4.37 Place globale occupée par l'arithmétique dans « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1994) et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994)....225

Figure 4.38 Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 1 » tome 1 et tome 2 (Breton, 1993)....227

Figure 4.39 Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 2 » tome 1 et tome 2 (Breton, 1994)....229

Figure 4.40 Exemple d'un contenu en lien avec la théorie des nombres orienté sur le calcul (Breton, 1993, t.1, p. 30)....230

Figure 4.41 Contenus arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)....232

Figure 4.42 Exemple de contenus en lien avec le commerce ou la vie quotidienne (Breton, 1994, t. 2, p. 86)....233

Figure 4.43 Types de traitement des notions arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)....237

Figure 4.44 Exemple de définitions dans la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t. 1, p. 48)....238

Figure 4.45 Exemple de règles dans la section « Escale méninges » (Breton, 1993, t.1, p. 31) 240

Figure 4.46 Les opérations sur les entiers dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994, t.1, p. 128) où l'auteur utilise une approche de type présentation de règles/d'algorithmes. 241

Figure 4.47 La multiplication d'entiers dans « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993, t.1, p. 135-136) où l'auteur utilise une approche inductive....242

Figure 4.48 Exemple de représentation du nombre utilisée dans les suites (Breton, 1993, t.1, p. 156) 246

Figure 4.49 Exemple de représentation du nombre comme grandeur dans les mesures (Breton, 1994, t.1, p. 55) 246

Figure 4.50 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « oraux » des manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994) 248

Figure 4.51 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » des manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994) 249

Figure 4.52 La répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » et « oraux » et les exercices « instrumentaux » dans les manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994) 249

Figure 4.53 Pages couvertures des manuels « Carrousel Mathématique 3 » (1995-96), « Regards Mathématiques » (1996-97b, 1997, 1998) et « Réflexions Mathématiques » (1996-97a, 1998-99) 254

Figure 4.54 Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-1996, t.1, p. 3; t.2, p. 3-4) 256

Figure 4.55 La notion de volume de la section « cours » dans « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96, t.2, p. 14-17) 257

Figure 4.56 Exemple d'un plan « Calculab » dans « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96, t.1, p. 246) 260

Figure 4.57 Exemple du travail fait sur les exposants fractionnaires dans « Regards Mathématiques 416 » (Breton et al., 1996-1997b, t.1, p. 52-53) 262

Figure 4.58 Capsule historique dans « Regards Mathématiques 514 » (Breton, Breton et Dufour, 1998, p. 217-218) 264

Figure 4.59 Les lois des exposants traitées algébriquement dans « Réflexions Mathématiques 426) (Breton et al. 1996-97a, t.1, p. 101) 266

Figure 4.60 Les lois des logarithmes abordées algébriquement dans « Réflexions Mathématiques 536 » (Breton et al., 1998-99, t.1, p. 393) 267

Figure 4.61 Projets de recherche à faire dans le manuel « Réflexions Mathématiques 436 » (Breton et al., 1996-97a, t. 1, p. 165) 268

Figure 4.62 Capsule historique sur Blaise Pascal dans « Réflexions Mathématiques 436 » (Breton et al., 1996-97a, t.2, p. 263-264) 269

Figure 4.63 Exemple d'exercices arithmétiques dans « Réflexions Mathématiques 536 » (Breton et al., 1998-99, t.1, p. 192) 270

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Invariants, nuances et ajouts dans les définitions dans chacune des catégories de références	15
Tableau 1.2	Concepts et processus arithmétiques du programme de 2003 (MEQ, 2003, p. 250)	25
Tableau 1.3	Concepts et processus arithmétiques du programme de 2003 liés à la proportionnalité (MEQ, 2003, p. 252)	25
Tableau 1.4	Concepts et processus arithmétiques du programme de 2003 (MEQ, 2003, p. 251)	26
Tableau 2.1	La classification des rapports de Nicomaque (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 486)	44
Tableau 2.2	Caractérisation de l'arithmétique chez Euclide et Nicomaque, un premier angle d'analyse	51
Tableau 2.3	Une catégorisation (par l'auteur du mémoire) du contenu arithmétique chez Fibonacci	55
Tableau 2.4	Caractérisation de l'arithmétique chez Fibonacci	63
Tableau 2.5	La caractérisation de l'arithmétique dans les œuvres de Chuquet	72
Tableau 2.6	Le contenu mathématique des trois premiers chapitres du « Dictionnaire Mathématique »	80
Tableau 2.7	La caractérisation de l'arithmétique dans le « Dictionnaire Mathématiques » d'Ozanam	82
Tableau 2.8	La caractérisation de l'arithmétique dans l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert et dans le Dictionnaire de Trêvoux	96
Tableau 2.9	La caractérisation de l'arithmétique au XIX^{e} siècle en fonction de la définition du « Grand dictionnaire universel du XIX^{e} siècle » de Larousse	103
Tableau 2.10	La caractérisation de l'arithmétique chez Auger	110
Tableau 2.11	Le contenu mathématique couvert par l'arithmétique	111
Tableau 2.12	Le traitement de l'arithmétique dans les ouvrages consultés	112
Tableau 2.13	Les types d'arithmétiques	114
Tableau 2.14	Lien de l'arithmétique avec les autres domaines	115
Tableau 3.1	Les contenus arithmétiques d'un manuel	119
Tableau 3.2	Le traitement de l'arithmétique issu du cadre théorique	121

Tableau 3.3 Les finalités associées à l'arithmétique dans un manuel 123

Tableau 3.4 Les manuels scolaires choisis pour notre étude 134

Tableau 4.1 Contenus arithmétiques dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916) 159

Tableau 4.2 Traitements des notions arithmétiques dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916) 163

Tableau 4.3 Répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices 170

Tableau 4.4 Contenus arithmétiques dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) 192

Tableau 4.5 Traitements des notions arithmétiques dans « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953) 199

Tableau 4.6 Répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices 206

Tableau 4.7 Classement des différents plans du manuel « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994) 223

Tableau 4.8 Contenus arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994) 231

Tableau 4.9 Types de traitement des notions arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994) 236

Tableau 4.10 Répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices 247

Tableau 4.11 Résultats de l'analyse du manuel « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96) 255

LISTE DES ABRÉVIATIONS

D.I.P.	Département de l'Instruction publique
ES	Série économique et sociale
F.E.C.	Les Frères des Écoles chrétiennes
L	Série littéraire
MELS	Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport
MEN	Ministère de l'Éducation Nationale
MEQ	Ministère de l'Éducation du Québec
PGCD	Plus grand commun diviseur
PPCM	Plus petit commun multiple
S	Série scientifique
UQAM	Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ

Notre recherche vise à cerner l'évolution et les changements qui ont été apportés au Québec à l'enseignement de l'arithmétique au secondaire à travers le temps, plus spécifiquement de 1900 à 1956 et de la fin du XX^e siècle. Nous avons analysé pour cela la place de l'arithmétique et son importance, par rapport aux autres domaines abordés, ainsi que ce qu'elle recouvre. Nous avons aussi cherché à préciser de quelle « sorte » d'arithmétique il s'agit, et les contenus s'y rattachant, ainsi que les finalités qui lui sont associées.

L'arithmétique a longtemps fait partie du curriculum québécois. Elle a disparue graduellement de son programme d'études. Pour se donner une définition de l'arithmétique, un premier survol de références (dictionnaires mathématiques, philosophiques et lexiques mathématiques) nous a montré que l'arithmétique n'a pas toujours recouvert la même réalité. Dans notre cadre conceptuel, nous définissons ce domaine à partir d'une analyse historique non exhaustive. Les ouvrages choisis comme références proviennent de différents mathématiciens (Euclide, Nicomaque, Fibonacci, Chuquet, Ozanam), témoins d'une époque donnée, et d'encyclopédies, qui contient une synthèse des connaissances d'une certaine époque (Diderot et D'Alembert, 1751; les Jésuites, 1771; Larousse, 1866; Auger, 1928). Cette analyse fait ressortir différentes caractéristiques et une évolution de l'arithmétique.

Cette analyse historique de l'arithmétique nous a permis d'élaborer une grille d'analyse des manuels scolaires. Cette grille a dû être réajustée, lors de la méthodologie, afin de tenir compte de certaines composantes des manuels, comme la section « cours », la section « exercices », la place occupée par l'arithmétique dans le manuel, etc. Un résumé du contexte scolaire francophone public a aussi été élaboré dans cette partie, ce qui a fait ressortir différentes époques en lien avec les programmes d'études du secondaire en mathématiques. À partir de ces différentes époques, un choix de manuels représentatifs a été fait pour chacune des époques.

Lors de l'analyse des manuels, nos résultats nous montrent que les manuels n'accordent pas la même importance à l'arithmétique au cours du XX^e siècle. Son traitement diffère selon les manuels : l'approche inductive se retrouve dans tous les manuels analysés, mais elle est utilisée différemment. Les contenus ont également changé : jusqu'au milieu du siècle, les contenus arithmétiques sont en lien avec le commerce et la vie du quotidien, tandis qu'à la fin du siècle, ils sont plutôt en lien avec le calcul. Nous notons aussi des variations quant aux finalités données à l'arithmétique. Malgré le fait que la finalité principale associée à l'arithmétique soit pratique pour toutes les époques analysées, il ne s'agit pas de la même pratique. Pour le manuel de 1916 et de 1956, il s'agit plutôt d'une pratique commerciale, tandis que dans les manuels de la fin du siècle, il s'agit d'un travail orienté vers le calcul qui n'est pas toujours contextualisé. Nous notons aussi des nuances et des changements en ce qui a trait aux finalités données aux exercices « oraux » en arithmétique.

MOTS-CLÉS : didactique des mathématiques; histoire de l'arithmétique; histoire de l'enseignement de l'arithmétique au secondaire; analyse de manuels scolaires, analyse historique; types d'arithmétiques; finalités associés à son enseignement; traitement de l'arithmétique

INTRODUCTION

L'histoire de l'enseignement des mathématiques au Québec a fait l'objet de nombreuses recherches, parfois orientées sur un contenu particulier, comme c'est le cas pour la thèse de Lavoie (1994) s'intéressant à l'arithmétique au primaire, parfois portant sur les finalités des programmes d'études (Bednarz, 2002). Nous nous sommes intéressés à l'enseignement de l'arithmétique au niveau secondaire, au vingtième siècle dans la province de Québec.

Le premier chapitre de ce mémoire présente la problématique. Nous y retrouvons une première définition de l'arithmétique, définition qui nous a fait sentir le besoin de clarifier plus spécifiquement ce qu'elle recouvre. Par la suite, nous dressons un portrait de l'arithmétique au secondaire en nous basant sur les programmes d'études québécois (MELS, 2003; MEQ, 1999a, 1999b, 1997a, 1997b, 1996a, 1996b, 1995, 1994, 1993) et sur des revues pédagogiques de la fin des années'50 (L'ÉCOLE SECONDAIRE, 1956-1962). Nous situons aussi la réalité actuelle québécoise au regard de la place de l'arithmétique dans le curriculum dans une perspective internationale, en montrant ce qui se fait actuellement en France dans ce domaine au secondaire. Nous présentons aussi quelques résultats de recherches publiées. Nous avons senti le besoin de préciser ce qu'est l'arithmétique avant de pouvoir aborder une caractérisation de son enseignement au secondaire.

Le deuxième chapitre, CADRE THÉORIQUE, répond justement au besoin de circonscrire le domaine de l'arithmétique. Dans la problématique, nous avons cerné certaines différences et nuances au sujet de la définition de l'arithmétique donnée dans différents ouvrages de références consultés. Afin de mieux définir ce qu'est l'arithmétique, nous avons choisi de faire une analyse historique de ce domaine en nous basant sur des ouvrages de mathématiciens reconnus, témoins de leur époque, et sur des encyclopédies, qui se voulaient être une synthèse des connaissances d'une époque donnée. Nous justifions le choix des auteurs retenus et des encyclopédies dans cette étude qui ne se prétend nullement, dans le cadre d'un mémoire, exhaustive. Cette analyse nous sert de cadre de référence afin de faire ressortir des attributs propres à l'arithmétique au fil du temps. Ces attributs ont servi de base à l'élaboration d'une grille d'analyse des manuels scolaires.

Le troisième chapitre, MÉTHODOLOGIE, reprend précisément l'élaboration de cette grille basée sur les attributs de l'arithmétique mis en évidence par notre analyse historique. Par la suite, nous justifions les choix des manuels retenus pour notre analyse de l'enseignement de l'arithmétique au Québec au XX^{e} siècle. Nous dressons un portrait global du fonctionnement du système éducatif au secondaire au cours du XX^{e} siècle, et à cette occasion, pour comprendre les choix effectués, présentons les différents programmes d'études élaborés au cours de ce siècle. Nous décrivons ensuite la méthodologie utilisée pour l'analyse de l'enseignement de l'arithmétique dans les manuels choisis. La grille utilisée est celle issue de notre cadre théorique à laquelle nous avons apporté des améliorations afin de mieux tenir compte des attributs de l'arithmétique propres aux manuels scolaires.

Le quatrième chapitre, ANALYSE DES RÉSULTATS, présente les résultats de l'analyse de l'enseignement de l'arithmétique dans les manuels scolaires du XX^{e} siècle choisis, selon les différents attributs retenus. Ces résultats permettent de mettre en lumière certains changements dans ce que recouvre l'arithmétique et son enseignement tant au niveau des différents manuels qu'au niveau des différentes époques.

Le cinquième chapitre, CONCLUSION, reprend les différents résultats obtenus tout au long de ce mémoire. Nous y faisons une lecture transversale des différents résultats recueillis permettant ainsi d'établir des liens entre les chapitres et de discuter des retombées possibles.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

1.1 Origine de mon questionnement

Mon intérêt pour l'arithmétique et sa place dans l'enseignement des mathématiques au secondaire est récent. Trois facteurs ont contribué à orienter ma recherche dans ce sens.

Le premier découle de la capacité surprenante de certains élèves du secondaire à résoudre arithmétiquement des problèmes traditionnellement résolus algébriquement. Lors de mon baccalauréat en enseignement des mathématiques, j'ai eu à enseigner à des élèves de troisième secondaire lors des stages. L'un d'entre eux m'avait intrigué. Il avait beaucoup de difficultés avec l'algèbre. Il ne voyait pas l'utilité de celle-ci, car il pouvait résoudre les problèmes en raisonnant arithmétiquement. Un des problèmes était le suivant :

> Une mère décide de donner des cadeaux de Noël en argent cette année. Elle dispose d'une certaine somme, en coupure de 10 $. Si elle donne 30 $ à chacun de ses amis ou parents, il lui reste 30 $. Si elle donne 40 $ à chacun, il lui manque 40 $. À combien d'amis et de parents fera-t-elle des cadeaux cette année ?

La solution qu'il avait donnée pour ce problème était la suivante : si la maman donnait 10 $ (la différence entre 40 $ et 30 $) de plus à ses amis et parents, il y aurait une différence de 70 $ part rapport au montant dont elle dispose (le 70 $ provient de l'écart entre le 30 $ qui lui reste si elle donne 30 $ et du 40 $ qui lui manque en donnant 40 $). Pour cet élève, il était clair à ce moment qu'il y avait 7 parents ou amis pour que la relation fonctionne. Ce résultat provient du fait qu'en ayant un écart total de 70 $ et un écart de 10 $ par individu, il faut qu'il y ait 7 personnes. Ce raisonnement de l'élève était en fait implicite[1]. En effet, il était dans l'impossibilité d'expliquer pourquoi son raisonnement fonctionnait. Pour lui, le 70 $ était évident, il ne pouvait pas dire qu'il s'agissait de l'écart entre le 30 $ en surplus et le 40 $ manquant. L'élève était aussi dans l'impossibilité d'expliquer pourquoi c'était 7 qu'il obtenait, mais il savait que c'était la bonne réponse. Il vérifiait cette réponse dans le problème pour me montrer que sa solution était valable et que nous obtenions le même montant total pour les cadeaux de Noël : si elle donne 30 $ aux 7 personnes avec le 30 $ de surplus on aurait (240 $) et si elle donne 40 $ aux 7 personnes moins le 40 $ manquant on aurait (240 $). Cet élève ne travaillait qu'avec les relations du problème et le résolvait sans utiliser l'algèbre. Il y avait très peu de problèmes qu'il ne réussissait pas à résoudre ainsi. Cet élève ne voyait donc nullement la pertinence de l'algèbre. Son raisonnement lui permettait en effet de résoudre les problèmes proposés avec succès. Il ne voyait donc pas l'intérêt d'un autre type de raisonnement. L'incapacité comme enseignant-stagiaire à trouver un moyen de le faire passer d'un raisonnement arithmétique à un raisonnement algébrique me frustrait. Cette expérience m'a amené à m'interroger sur le fait que certains élèves restent accrochés aux raisonnements arithmétiques. Pour les élèves qui ont de la difficulté à passer aux raisonnements algébriques, exploiter et maintenir les raisonnements arithmétiques pourrait éventuellement être intéressant afin qu'ils puissent résoudre des problèmes, et continuer à avancer dans un travail mathématique.

Le second facteur qui m'a amené à m'intéresser à l'arithmétique découle de la constatation que les raisonnements arithmétiques demeurent prépondérants même chez des élèves de la fin du secondaire. Dans le cadre d'un cours d'initiation à la recherche à la maîtrise (MAT-8391, hiver 2004, Université du Québec À Montréal [UQAM]), nous avons effectué une mini recherche auprès d'élèves forts en algèbre, élèves de Mat 436 et de Mat 536. La recherche consistait à proposer (à des fins de résolution) des problèmes arithmétiques inspirés des notes de cours de didactique de l'algèbre au baccalauréat enseignement secondaire, concentration mathématique (MAT-2028, UQAM) et de l'article de Marchand et

[1] L'explication de la provenance des résultats, du 70$ et du sept personnes, est une interprétation personnelle, étant donné que l'élève ne pouvait pas expliquer ses résultats. Ses raisonnements étaient implicites. Notre interprétation vise à aider le lecteur à comprendre les raisonnements arithmétiques sous-jacents.

Bednarz (1999). Nous voulions voir comment les élèves s'investissaient dans ce type de problèmes, et ce bien après que l'algèbre ait été introduite. Les résultats obtenus furent surprenants, car nous pensions que les élèves forts en algèbre allaient résoudre les problèmes proposés avec cet outil étant donné que les problèmes proposés, même s'il s'agissait de problèmes arithmétiques, avaient l'apparence des problèmes d'algèbre présentés dans les manuels. Voici un exemple d'un problème arithmétique fourni aux élèves pour cette recherche :

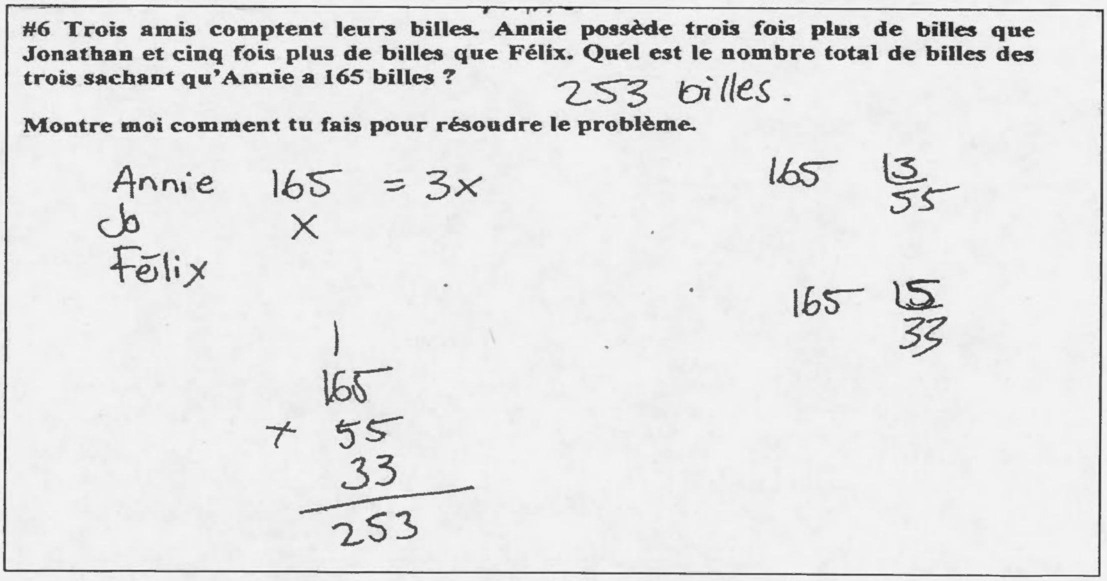
> Luc a 3,50 $ de moins que Michel. Luc augmente son montant de 4,20 $ tandis que Michel augmente le sien de 1,10 $. Maintenant, Luc a 0,40 $ de moins que Michel. Si Michel a 8,80 $ à la fin, quel était le montant de départ de Luc ?

Dans les manuels, des problèmes avec la même présentation se retrouvent dans une section associée à l'algèbre. Voici un exemple tiré du manuel scolaire « Scénarios » (1994) écrit par Sylvio Guay et Steeve Lemay qui est un des manuels utilisés jusqu'à la venue des nouveaux manuels au secondaire :

> Hier, Christophe avait 3,50 $ de moins que Marie-Hélène. Aujourd'hui, il a doublé son montant tandis que Marie-Hélène a augmenté le sien de 10,40 $.
>
> Si les deux possèdent maintenant le même montant d'argent, quel montant chacun possédait-il hier ?[2]
> (Guay & Lemay, 1994, p. 183)

Lors de la résolution de problèmes arithmétiques que nous avions donnés aux élèves en secondaire 4 et 5, nous avons observé une influence de l'algèbre, car avant de résoudre les problèmes, les élèves identifiaient des inconnues, posaient des équations, mais la plupart des élèves revenaient ensuite à l'arithmétique pour résoudre les problèmes. La figure 1.1 est un exemple de ce qui est mentionné ci-dessus.

[2] Ici, il s'agit d'un problème algébrique. Nous avons voulu que nos problèmes arithmétiques utilisés lors de notre recherche ait la même présentation que les problèmes algébriques utilisés dans les manuels scolaires.


#6 Trois amis comptent leurs billes. Annie possède trois fois plus de billes que Jonathan et cinq fois plus de billes que Félix. Quel est le nombre total de billes des trois sachant qu'Annie a 165 billes ?

253 billes.

Montre moi comment tu fais pour résoudre le problème.

Annie 165 = 3x
Jo x
Félix

165 ÷ 3 = 55

165 ÷ 5 = 33

165 + 55 + 33 = 253

Figure 1.1 L'influence de l'algèbre lors de la résolution d'un problème arithmétique par un élève fort. (L'algèbre ne sert ici que dans l'amorce du problème, pour identifier une des relations. L'élève passe ensuite à un raisonnement arithmétique.)

Les raisonnements arithmétiques restent donc présents et semblent naturellement mobilisés chez les élèves, même si ces derniers ne font que de l'algèbre en secondaire quatre et cinq (Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ], 436 et 536, 1994[3]) et que l'arithmétique soit absente du programme. Cette deuxième observation montre jusqu'à un certain point que le raisonnement arithmétique reste pour ces élèves un élément important.

Le troisième facteur qui m'incite à me questionner sur la place qu'occupe l'arithmétique au secondaire provient de ce que l'arithmétique n'a pas toujours été absente du curriculum

[3] Lors de la réforme scolaire en mathématique de 1994, le Ministère de l'Éducation changeait de programme d'études à chaque année pour chacune des années scolaires. En 1994, la première secondaire se voyait attribuer un nouveau programme d'études. En 1995, c'est la deuxième année du secondaire qui avait un nouveau programme. L'implantation pour la troisième secondaire s'est faite en 1996, en 1997 pour la quatrième et en 1998 pour la cinquième secondaire. Dans le présent mémoire, nous référons à cette réforme par sa première année d'implantation, soit 1994. Lorsqu'il n'y aura pas de spécification sur le niveau, il s'agira du programme dans son ensemble. Dans le cas contraire, nous indiquerons l'année du secondaire par 116 (sec. 1), 216 (sec. 2), 314 (sec. 3), 416 (sec. 4 régulier),436 (sec. 4 enrichi), 514 (sec. 5 régulier) et 536 (sec. 5 enrichi). Comme le programme de 426 et de 526 est composé de 80 % du programme enrichi, il n'en sera pas question dans ce mémoire.

scolaire de la fin du secondaire comme nous le montrons dans ce qui suit. Il y a quelques années, j'ai reçu plusieurs ouvrages scolaires datant des années cinquante et soixante. Mon grand-père étant directeur d'école avait une collection de plusieurs manuels scolaires, de livres et de revues pédagogiques. L'une de ces revues a attiré mon attention. Il s'agit de la revue *L'école secondaire*[4](1956, 1957, 1958, 1959, 1960, 1961,1962) publiée mensuellement au cours de chaque année scolaire (sauf juillet et août). Les premiers numéros datent de 1956-1957 et les derniers de l'année scolaire 1961- 1962. Ces numéros décrivent ce qui doit être enseigné chaque mois, dans chacune des matières, et ce, de la huitième année à la douzième année (ce qui correspond à notre secondaire actuel). Un aspect surprenant mis en évidence lors d'un examen de cette revue est la présence d'un volet arithmétique pour les cinq années du secondaire, ce qui n'est pas le cas dans le programme actuel (MEQ, 1994).

Le maintient du raisonnement arithmétique chez les élèves du secondaire, et ce malgré un programme qui met l'accent sur l'algèbre, le potentiel des raisonnements arithmétiques naturellement mobilisés et la place qu'occupait historiquement l'arithmétique au secondaire ont fait en sorte que j'oriente ma recherche sur la place de l'arithmétique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire. Nous reviendrons sur le programme d'études récent (MEQ, 1994) et en cours d'implantation (MELS, 2003) en mathématiques au secondaire au Québec, pour situer la place qu'y occupe actuellement l'arithmétique. Cependant, avant de regarder la place de l'arithmétique dans ce curriculum québécois récent et en cours, nous situerons globalement ce que nous entendons par arithmétique.

1.2 Une première définition de l'arithmétique

1.2.1 Différentes définitions

En reprenant différents lexiques, dictionnaires mathématiques et philosophiques, nous remarquons que les définitions du mot « arithmétique » recouvrent différentes réalités sur

---

[4] Les auteurs ne sont pas spécifiés dans cette revue. Ces livres sont répertoriés par dates de parution dans les références.

lesquelles nous reviendrons. Avant d'en dégager les ressemblances et différences, voici différentes définitions répertoriées dans des lexiques mathématiques :

- L'arithmétique est la « partie de la mathématique qui étudie les propriétés et les relations élémentaires sur les ensembles des entiers et des nombres rationnels. » (Vincent, 1994, p. 22). Ce lexique est pour l'usage des élèves ;
- « L'**arithmétique** est la science qui étudie les propriétés et les relations de base sur les nombres. » (Côté, Gagnon, Perreault et Roegiers, 2002, p. 16) ;
- Dans le lexique de De Champlain, Mathieu, Patenaude et Tessier (1996, p. A72-A73), l'arithmétique est définie comme étant la « Science qui étudie les propriétés élémentaires des nombres rationnels. » On y réfère à l'arithmétique élémentaire, et à l'arithmétique modulaire (application de l'arithmétique élémentaire à des ensembles finis de nombres entiers) :

> ARITHMÉTIQUE ÉLÉMENTAIRE
> Partie de la mathématique qui étudie les propriétés et les relations de base sur les ensembles de nombres naturels (N), entiers (Z) et rationnels (Q).
>
> Remarques
> - L'arithmétique élémentaire est un cas particulier de l'arithmétique des anneaux que l'on appelle théorie des nombres.
> - À l'origine, l'arithmétique élémentaire était la science de la gestion des avoirs, c'est-à-dire le quantitatif ou la technique des nombres dénommés.
>
> ARITHMÉTIQUE MODULAIRE
> Application de l'arithmétique élémentaire à des systèmes finis de nombres entiers.
>
> Remarques
> - Dans le système modulo n (mod n), on utilise uniquement les nombres 0, 1, 2, 3, …, $(n-1)$.
> - Les opérations utilisées en arithmétique modulaire sont les mêmes que celles de l'arithmétique élémentaire, sauf que le nombre utilisé ne peut être plus grand que $(n-1)$; si cela est le cas, le nombre est divisé par n et on utilise à la place le reste de cette division. ;

➢ Un autre lexique, écrit par De Champlain, Tessier et Mathieu (1999, p. 20), mentionne que l'arithmétique est la « partie des mathématiques qui regroupe l'étude des nombres rationnels et des procédés de calcul en vue de leurs applications pratiques. »

À cette étape, nous remarquons un point commun dans ces définitions provenant des lexiques : l'arithmétique recouvre l'étude des propriétés et des relations de base sur les nombres entiers et rationnels. Dans De Champlain et al. (1996), une référence à une autre arithmétique, l'arithmétique modulaire, y est faite. Un ajout à la définition est fait dans celle de De Champlain, Tessier et Mathieu (1999) où un des sens donnés à l'arithmétique est aussi l'étude des procédés de calculs. Divers sens sont donc associés à l'arithmétique. Nous remarquons aussi que dans certaines définitions (De Champlain, Tessier et Mathieu ; Vincent) l'arithmétique est définie comme étant un des domaines mathématiques tandis qu'avec Côté, il s'agit d'une science. De Champlain et al. la décrivent tantôt comme une science, tantôt comme une partie des mathématiques.

Une étude de deux dictionnaires philosophiques permet de voir si leur vision de l'arithmétique est différente de celle des lexiques. Voici la définition tirée de Baraquin, Baudart, Dugué, Laffitte, Ribes et Wilfert (1995, p. 31) :

> Du grec *arithmetikè* : art de compter, arithmétique
> Math :
> 1) Science des nombres, qui étudie les propriétés spécifiques des nombres entiers, rationnels, algébriques ou transcendants.
> Aussi ancienne que la civilisation, elle est l'un des premiers savoirs théoriques avec l'astronomie. C'est dans les livres 7, 8 et 9 des *Éléments* d'Euclide que se trouve la première étude de l'un des aspects fondamentaux de la théorie des nombres : Les propriétés multiplicatives des entiers.
> 2) Désigne également la théorie du calcul, c'est-à-dire des opérations portant sur les nombres entiers et les fractions.

L'autre dictionnaire philosophique consulté est « Vocabulaire technique et critique » de la philosophie de Lalande (1960, p. 79) dans lequel l'arithmétique est définie comme :

> **A.** Sens primitif et étymologique : science des nombres entiers, de leurs propriétés et de leurs relations (divisibilités, etc.). La partie supérieure de cette science s'appelle *Théorie des nombres*.
> **B.** Science pratique du calcul, c'est-à-dire des opérations à effectuer sur les nombres entiers et les fractions. S'appelait dans l'antiquité *Logistique*, au moyen âge *Abaque* ou *Algorithme*. (Ce sens du mot suppose un système particulier de numérotation, tandis que l'Arithmétique au sens **A** en est indépendante.)
> CRITIQUE
> Il conviendrait de réserver le mot *Arithmétique* au sens **A**, et de désigner le sens **B** par le mot *Calcul*, par exemple ou *Art de calculer*. L'expression *Arithmétique universelle* (Newton) conviendrait bien pour désigner la science des nombres généralisés, c'est-à-dire des nombres fractionnaires, qualifiés, irrationnels et complexes, et non l'*Algèbre*.

Les dictionnaires philosophiques confirment ce que nous avions remarqué dans les lexiques. L'arithmétique est considérée comme une science étudiant les propriétés et les relations entre les nombres. Toutefois, ces dictionnaires font apparaître qu'il y a effectivement deux sens distincts donnés à l'arithmétique, l'un comme étant l'étude des nombres, de leurs propriétés et relations, l'autre comme étant la pratique du calcul. Dans la définition de Baraquin, les nombres étudiés sont étendus aux nombres algébriques et transcendants. Dans la définition de Lalande, on fait référence à l'arithmétique comme étant une branche de la Théorie des nombres. Une certaine étendue de ce que recouvre l'arithmétique apparaît ainsi dans ce qui précède, non restreinte à la conception qu'on en a souvent dans la vie courante.

Des définitions tirées de deux dictionnaires mathématiques permettent de voir une extension de ce qu'est l'arithmétique. Les définitions sont plus longues et comprennent un aspect historique qui ne se retrouve ni dans les lexiques mathématiques, ni dans les dictionnaires philosophiques.

La première définition est tiré de Bouvier, George et Le Lionnais (2001, p. 63-64) :

D'abord limitée, en vue de leurs applications pratiques, à des procédés de calcul combinant des entiers naturels par des opérations élémentaires (addition, soustraction et multiplication ; puis division ; et beaucoup plus tard, élévations au carré et au cube), l'arithmétique s'est ensuite donnée pour but l'étude des relations des nombres rationnels entre eux avec des opérations. Un tel développement devient possible par l'adoption d'un bon système de numération de position, plus particulièrement celui, à base décimale, avec le zéro, de l'occident. Il vit son efficacité accrue par l'introduction du calcul littéral qui devait ouvrir la voie aux méthodes algébriques.

L'arithmétique élémentaire ainsi définie est un cas particulier d'une arithmétique des anneaux principaux. L'addition et la multiplication constituant les opérations de base de ces anneaux, on peut distinguer deux branches de l'arithmétique qui étudient la manière dont les entiers naturels peuvent être composés par addition ou par multiplication avec d'autres entiers naturels. [...]
[...] La théorie des nombres entiers débouche alors dans la théorie des nombres algébriques, transcendants, des nombres *p*-adiques, etc., auxquelles on peut associer, moyennant des glissements de sens, des arithmétiques correspondantes. En définitive, il y a intérêt à garder ouverte la définition du mot « arithmétique » de manière à lui permettre de s'adapter à de nouvelles classes de nombres.

....

L'arithmétique (et, dans un sens pratiquement équivalent, la théorie des nombres) a le privilège d'avoir passionné les mathématiciens les plus éminents en même temps qu'elle n'a cessé d'attirer les amateurs. Cette séduction tient, pour beaucoup, dans ce dernier cas, au fait que des problèmes très difficiles, parfois non résolus, ont souvent des énoncés simples qui peuvent être compris à partir d'une formation mathématique presque inexistante. Gauss tenait l'arithmétique pour « la reine des mathématiques » et on a pu dire que la théorie des nombres était « la plus pure des mathématiques pures ». Au-delà des mathématiques pures et des sciences expérimentales, l'arithmétique intervient aujourd'hui en comptabilité et en science économique.

La dernière définition choisie provient de Baruk (1992, p. 130-133). Dans ce dictionnaire, il y a une nomenclature utilisée : la lettre « ***D*** » signifie une difficulté, le « ***F*** » est une définition familière, la lettre « ***M*** » est la définition mathématique, le « ***H*** » explique le côté historique et l'astérisque « * » signifie que le mot qui le suit est aussi défini dans le dictionnaire.

L'arithmétique est ainsi définie dans ce dictionnaire comme :

n.f. et adj., 1529, du latin *arithmetica*, lui-même provenant du grec *arithmêtikê*, "science des nombres" (de *arithmos*, nombre).

D. Le mot "arithmétique", bien que renvoyant dans tous les cas à la "science des nombres", a eu, du fait de son histoire, plusieurs sens différents.

1. *F* a. Récemment encore, dans une signification que lui attribuait l'usage courant, on caractérisait surtout l'arithmétique en l'opposant à l'*algèbre principalement :

- Sur les 'méthodes' : les problèmes sont résolus "par l'arithmétique", c'est-à-dire 'par raisonnement' et ceci problème par problème, là où l'algèbre permettrait, en utilisant des *lettres et en mettant le problème en *équation, d'en résoudre une infinité qui sont du même modèle ;
- sur les centres d'intérêt : ceux de l'arithmétique étaient supposés être ceux de la vie quotidienne, alors que ceux de l'algèbre pouvaient soit consister en la simple mise en équation des problèmes précédents, rendant évidente la facilité de cet outil extraordinaire, soit être de 'pure' fantaisie, comme de trouver un *âge, un *nombre (V, 2, b) d'œufs, etc. ;
- sur les *objets : l'arithmétique ne s'occupant, d'une manière générale, que de problèmes en *nombre-de, les calculs effectués sur des *quantités matérielles ne peuvent interpréter des nombres *négatifs* et donc ne peuvent les accepter ; or, en l'absence de nombres négatifs, on ne parle pas de nombres *positifs*. Par opposition aux nombres *relatifs dont traite l'algèbre, l'arithmétique était donc supposée ne s'intéresser qu'aux nombres 'sans signe'. On a ainsi, par exemple, qualifié de "décimaux arithmétiques" les nombres décimaux 'ordinaires', pour les distinguer des décimaux relatifs, qui s'appellent les *décimaux, tout court.[5]

....

M **2.** L'arithmétique est l'étude des relations et propriétés des **nombres *entiers** et ***rationnels**, c'est-à-dire des ensembles ***N***, ***Z*** et ***Q***. [...]

L'arithmétique élémentaire [...] se poursuit plus tard, à l'université, par ce qu'on appelle la <u>théorie des nombres</u>, qui n'est autre que l'arithmétique supérieure.

H **1.** Aussi loin que l'on remonte dans le temps, on trouve ces deux 'sortes' d'arithmétique :

a. L'une pratique, utilitaire et se confondant avec l'art de calculer, de <u>faire des comptes</u> : gérer les biens des individus et des sociétés, prévoir leur subsistance, permettre les échanges, évaluer le travail, etc., d'où l'établissement de système de poids et mesures, de tarification des marchandises, de codification des échanges ; les premières 'monnaies' pouvaient aussi bien être constituées de têtes de bétail (Grecs, Romains, Hébreux) que de

[5] Il s'agit ici d'une définition familière fournie par l'auteur. Cette définition n'est pas partagée par tous.

rations d'orges (Sumer, Babylone). C'est l'arithmétique du commerce, de la gestion des avoirs, qui, dans ce dictionnaire, est appelée le ***quantitatif**.

Pour distinguer cette 'science des nombres' – qui pourrait ici s'appeler une 'technique des nombres-de' – de celle qui suit, et qui est vraiment une science des *nombres, les Grecs les désignaient de deux mots différents : *logistique* pour la première et *arithmétique* pour la seconde, distinction que l'on attribue à Platon (IV^e s. av. J.-C.) ; les Babyloniens disposaient pour l'une et l'autre de deux systèmes de numération différents, à base 10 pour la première et 60 pour la seconde.

b. L'autre savante, spéculative, autrefois imprégnée d'esprit religieux, plus tard et aujourd'hui purement 'abstraite'. Certains de ses problèmes sont nés de la musique et de l'astronomie, mais la plupart d'entre eux du pur plaisir de rechercher des relations entre les nombres. Cette science des nombres est donc ce qu'on appelle aujourd'hui la théorie des nombres.

Cette arithmétique se caractérise par le fait que les problèmes, dans la majorité des cas, ne sont d'aucune utilité pratique et que leurs énoncés apparemment très simples cachent en fait des difficultés considérables. Tel celui-ci, dû au mathématicien Christian Golbach (1690-1764), qui l'énonça en 1742, et qui reste aujourd'hui encore une ***conjecture** :

*Tout nombre entier pair est somme de deux nombres *premiers.*

Par exemple, 12 = 5 + 7, 16 = 7 + 11, 20 = 17 + 3, 30 = 17 + 13, etc.

Cette affirmation, deux siècles et demi après avoir été énoncée, n'a pas encore été démontrée et reste un problème qui occupe les mathématiciens contemporains.

On trouvera d'autres énoncés de problèmes d'arithmétique à nombre *naturels et nombres *premiers.

Ce qu'amènent ces deux définitions de dictionnaires mathématiques (Bouvier et al., 2001; Baruk, 1992) est un aspect évolutif de ce que recouvre l'arithmétique. Historiquement, elle n'a pas toujours eu le même sens. Bouvier suggère d'ailleurs de garder la définition ouverte afin qu'elle reste en constante évolution. Effectivement, deux sens donnés à l'arithmétique y apparaissent, le sens « art du calcul » à l'origine de l'arithmétique, renvoyant à une arithmétique plutôt pratique. Ce n'est que par la suite qu'elle a pris le sens actuel. Dans la définition de Baruk, l'enseignement des mathématiques a fait en sorte d'opposer l'arithmétique à l'algèbre. Dans les deux définitions, l'arithmétique est vue comme étant un domaine de la théorie des nombres. La définition mathématique de Baruk n'amène rien de plus aux définitions des lexiques mathématiques.

En lisant ces différents ouvrages, des invariants, des nuances et des ajouts, selon la provenance de la définition, ressortent.

1.2.2 Les invariants, les nuances et les différences entre les définitions.

Selon le type d'ouvrage dans lequel est définie l'arithmétique, il semble qu'elle ne comporte pas toujours les mêmes éléments. Le tableau 1.1 fait une synthèse de la section 1.2.1. Les invariants, nuances et ajouts y sont donnés en fonction des types de références. Il ressort un invariant provenant de chacune de ces définitions, autant celles des lexiques, de celles des dictionnaires philosophiques que de celles des dictionnaires mathématiques. Dans tous les cas en effet, l'arithmétique y est définie comme une science, ou la partie des mathématiques qui étudie les propriétés et les relations sur les entiers et sur les nombres rationnels.

Dans les dictionnaires philosophiques et mathématiques, l'arithmétique est considérée comme un cas particulier de la théorie des nombres et même comme étant son équivalent. Par contre, il n'est pas explicité quelles notions font partie de la théorie des nombres. Dans la définition de Baraquin et al. (1995), l'arithmétique s'agrandit à l'étude des nombres algébriques et transcendants. L'arithmétique a alors un sens plus large que l'étude des nombres rationnels. C'est le cas aussi dans la définition de Bouvier et al. (2001) qui y inclut, en plus des nombres algébriques et transcendants, les nombres p-adiques.

Une autre définition apparaît dans le lexique de De Champlain, Tessier et Mathieu (1999) où l'arithmétique comprend aussi les procédés de calcul. On retrouve aussi cette même définition dans les dictionnaires philosophiques pour le deuxième sens possible du mot « arithmétique ». Dans la définition de Bouvier et al.(1995) et dans celle de De Champlain et al. (1996), on donne cette définition aussi, mais en amenant l'aspect historique. L'arithmétique à l'origine était la science du calcul avec les opérations portant sur les nombres rationnels. En ce qui a trait à la définition historique de Baruk (1992) (***H***), on mentionne qu'il a existé deux types d'arithmétiques : la savante, se rapportant à l'étude des nombres rationnels, et la pratique et utilitaire, se rapportant à « l'art de calculer, de faire des comptes ». Baruk ajoute au domaine de l'arithmétique une définition familière (***F***). Elle donne un sens pratique à l'arithmétique et la met en opposition avec l'algèbre.

Tableau 1.1 Invariants, nuances et ajouts dans les définitions provenant de chacune des catégories de références

Références	Invariants	Nuances	Ajouts
Lexiques	Étude des propriétés et des relations sur les nombres rationnels	Partie des mathématiques (Vincent ; De Champlain, Tessier et Mathieu) Science (Côté) Les deux (De Champlain et al.)	Procédé de calcul (De Champlain, Tessier et Mathieu) À l'origine, l'arithmétique est constituée des procédés de calcul (De Champlain et al.) Arithmétique Modulaire, un type d'arithmétique. (De Champlain et al.) Branche de la théorie des nombres (De Champlain et al.)
Dictionnaires Philosophiques	Deux sens donnés à l'arithmétique : - Étude des propriétés et des relations sur les nombres rationnels - Applications pratiques et sciences du calcul Branche de la théorie des nombres	L'arithmétique devrait être confinée au sens « Étude des propriétés et des relations sur les nombres rationnels » et « Calcul », dans un deuxième sens (Baraquin)	Provient du grec d'*arithmetikê* signifiant : art de compter. (Baraquin) Étendue à l'étude sur les nombres algébriques et transcendants (Baraquin)
Dictionnaires Mathématiques	Aspect évolutif de la définition : À l'origine, procédé de calcul devenu l'étude des propriétés et des relations sur les nombres rationnels. Équivalent à la théorie des nombres.	L'arithmétique reliée au calcul est appelée l'arithmétique pratique (Baruk) L'arithmétique reliée à l'étude des propriétés et des relations entre les nombres est appelée l'arithmétique savante. (Baruk)	Provient du grec *arithmêtikê* signifiant « science des nombres » (Baruk) Garder la définition ouverte, car elle permet d'introduire les « nombres algébriques, transcendants, *p*-adiques » (Bouvier et al., p. 63). Dans l'enseignement, mise en opposition avec l'algèbre. (Baruk)

Une problématique apparaît en comparant l'origine étymologique du mot arithmétique donnée dans Baruk (1992) et dans Baraquin et al. (1995). Le mot « arithmétique » provient du grec *atithmetikê*. Baruk dit qu'il signifie « science des nombres », et Baraquin, « art de compter ». La signification est différente selon les définitions regardées. La science des nombres peut être considérée comme étant l'étude des nombres rationnels. Dans ce cas, il s'agit du sens donné à l'arithmétique dans toutes les définitions ci-dessus, tandis que l'art de calculer est l'autre sens donné à l'arithmétique. Les deux origines étymologiques fournies ne donnent pas le même sens au mot arithmétique.

À la suite de ces définitions, nous remarquons que le mot « arithmétique » n'a pas toujours eu la même signification. Comme le mentionne Baruk (1992), cela crée ainsi une difficulté à cerner ce domaine des mathématiques. L'étendue de son domaine n'est pas claire non plus. Même si certains (dictionnaires mathématiques et philosophiques) mentionnent qu'il s'agit de la théorie des nombres, il n'est pas mentionné quel est le contenu en arithmétique couvert dans ce cas. Ce premier survol permet de construire une première définition de l' arithmétique.

1.2.3 Une première définition du mot « arithmétique »

À la suite de ces définitions, un besoin émerge de définir plus spécifiquement ce domaine, afin de pouvoir distinguer quelles notions font partie de l'arithmétique et lesquelles n'en font pas partie. Nous ferons une analyse plus en profondeur de ce qu'est l'arithmétique dans le cadre théorique. Pour l'instant, nous en donnerons une première définition nous permettant de faire un survol des programmes d'études, récent et en cours d'application, afin de faire ressortir si l'arithmétique y est présente ou non du secondaire.

À cette étape du travail, l'arithmétique est définie comme étant la partie des mathématiques qui étudie les relations et les propriétés de base des nombres entiers et des nombres rationnels. De plus, nous incluons les procédés de calcul sur les entiers, les fractions, les décimaux (addition, soustraction, multiplication, division, exponentiation ainsi que la priorité des opérations). Les différentes façons d'écrire un nombre rationnel (fraction, décimale, forme exponentielle et pourcentage) font aussi partie de notre définition du domaine « arithmétique ».

Des éléments ont été enlevés et ajoutés par rapport à ce qu'on vient de voir précédemment (cf. 1.2.2) en fonction de notre expérience personnelle. Étant donné que les contenus de la théorie des nombres n'ont pas été abordés dans les définitions précédentes et restent flous, nous avons enlevé cet aspect pour l'instant de notre première définition[6]. De plus, ayant une formation en enseignement des mathématiques au secondaire, nous avons ajouté certains contenus en fonction de ce qui se fait au secondaire, telle les différentes façons d'écrire un nombre rationnel.

1.3 Le programme de mathématiques au secondaire au Québec : la place de l'arithmétique.

La structure du programme mis en place (MELS, 2003) et de celui en vigueur (MEQ, 1994) est différente d'un curriculum à l'autre. Leur analyse comportera certaines différences afin d'en tenir compte.

1.3.1 La place de l'arithmétique dans le programme de mathématiques de 1994

Étant donné que le programme de 1994 est encore en vigueur pour les troisième, quatrième et cinquième secondaires, nous allons analyser la place que l'arithmétique occupe à ces niveaux. Il est aussi intéressant de voir la place qu'elle occupait dans ce même programme, mais pour la première et la deuxième secondaire. Il sera possible de voir s'il y a eu un changement par rapport au nouveau programme.

---

[6] Nous travaillerons la caractérisation de l'arithmétique au prochain chapitre. Ceci permettra de travailler cette zone grise de notre première définition.

1.3.1.1 Au premier cycle (première et deuxième année du secondaire)

Étant donné que le nouveau programme de 2003 entre en action en septembre 2005, celui de 1994 pour la première et deuxième secondaire ne s'appliquera plus. Par contre, il est intéressant d'en faire une brève analyse puisqu'il permet de voir la place que l'arithmétique prenait dans ces deux années scolaires.

La place prise par l'arithmétique en première secondaire est très importante. Elle correspond à 52 % du temps alloué aux mathématiques durant une année scolaire (MEQ, 116, 1994, p. 57). Plus de la moitié des concepts mathématiques abordés sont d'ordre arithmétique. Les autres concepts étudiés relèvent de la géométrie et de la statistique. L'arithmétique, en plus de servir de tremplin pour l'algèbre comme nous le verrons ci-dessous, occupe la majeure partie des connaissances mathématiques que les élèves acquièrent en première secondaire.

Dans le programme d'études de la première secondaire, le premier objectif général est « Favoriser chez l'élève l'acquisition de préalables à l'apprentissage de l'algèbre » (MEQ, 116, 1994, p. 23). Les connaissances arithmétiques construites en première secondaire servent de préalables aux connaissances algébriques. Il y a deux volets à l'intérieur de cet objectif :

> Dans le premier volet, nous approfondissons d'abord le sens du signe d'égalité. Dans cette optique, certaines facettes des objectifs terminaux 2.1 et 2.2 amènent l'élève non seulement à appliquer les règles d'écriture relatives aux règles de priorités des opérations, mais à se rendre compte que le signe d'égalité ne signifie pas « fais quelque chose », mais plutôt que « l'expression de droite a la même valeur que l'expression de gauche, et réciproquement ». On peut créer des égalités en exploitant concrètement les propriétés de commutativité, d'associativité et de distributivité qui sont très utilisées en algèbre.
> (p. 23)

De cette façon, l'élève développera des habiletés arithmétiques qui lui seront nécessaires lors du passage à l'algèbre. En lisant le premier volet, malgré le fait que l'algèbre ne soit pas présente concrètement en première secondaire, les enseignants doivent commencer à développer le sens de l'égalité comme relation d'équivalence.

Le second volet n'a pas le même but :

> Quant au second volet, il sera surtout exploité dans des situations numériques (objectif terminal 2.1). Toutes les propriétés et les règles qui peuvent se généraliser facilement devraient être des prétextes pour amener l'élève à utiliser le langage algébrique. Par exemple, après avoir découvert la règle qui transforme un nombre en un autre, l'élève apprendra à l'exprimer en passant progressivement d'un langage descriptif à un langage symbolique [...]
> (p. 23)

Le deuxième volet de l'objectif général 1 sert à faire ressortir la différence entre l'arithmétique et l'algèbre. Ainsi, les élèves apprendront graduellement à utiliser un symbolisme donnant un sens à l'algèbre. Les deux volets montrent que l'arithmétique n'est pas vue comme un domaine mathématique indépendant, mais comme un préalable à un autre domaine, l'algèbre.

Par la suite, le deuxième objectif général a pour titre *Accroître chez l'élève le sens du nombre et des opérations* (MEQ, 116, 1994, p. 25). Les élèves apprennent à effectuer des opérations en utilisant les nombres naturels, entiers et rationnels. Cependant, il est demandé aux enseignants de se préoccuper du sens du nombre. Ceci doit se faire à l'intérieur des objectifs terminaux. L'objectif terminal 2.1 est de « Résoudre des problèmes nécessitant plusieurs opérations portant sur des nombres naturels » (p. 26) et le 2.4 est de « Résoudre des problèmes utilisant des nombres rationnels » (p. 32). Ces deux objectifs demandent que l'élève développe l'habileté à résoudre des problèmes tout en développant parallèlement le sens du nombre et des opérations. Le contenu de l'objectif terminal 2.2, « Appliquer des algorithmes utilisant des nombres entiers dans des situations variées » (p. 28), et celui du 2.3, « Comparer des nombres rationnels exprimés sous diverses formes » (p. 30), s'effectue principalement sur les nombres. La mise en contexte n'est pas nécessaire.

En deuxième secondaire, l'arithmétique passe au second plan en ayant autant de temps consacré à l'arithmétique qu'à l'algèbre. La géométrie prend la première place en occupant 35 % du temps alloué aux mathématiques dans le curriculum scolaire pour cette année. L'algèbre et l'arithmétique occupent chacune 25 % du temps en mathématique (MEQ, 216, 1994, p. 55). L'arithmétique recouvre ici tout ce qui a trait au raisonnement proportionnel. Il s'agit de l'objectif général 2, « Favoriser chez l'élève le développement du raisonnement proportionnel » (p. 28). Dans ce cadre, les élèves ne devront pas seulement apprendre à appliquer des algorithmes, mais ils devront comprendre comment distinguer une situation proportionnelle d'une situation non-proportionnelle. Le raisonnement proportionnel doit être abordé d'une façon concrète en résolution de problèmes : « Le développement du raisonnement proportionnel doit se faire à partir d'activités concrètes » (p. 28). Cette finalité se retrouve évidemment dans les objectifs terminaux 2.1, « Résoudre des problèmes sur des rapports ou des taux » (p. 30), et 2.2, « Résoudre des problèmes portant sur des proportions et des pourcentages » (p. 32). L'arithmétique occupe donc clairement moins de temps dans le curriculum comparativement à la première secondaire.

1.3.1.2 En Troisième secondaire et au deuxième cycle (quatrième et cinquième année)

Le programme d'étude de 1994 est encore celui en place pour les trois dernières années du secondaire. En troisième secondaire, il y a peu de nouveau contenu arithmétique. Les nouvelles connaissances arithmétiques sont intégrées dans l'objectif général 1 relié à l'algèbre, « Favoriser chez l'élève l'utilisation de l'algèbre comme outil de généralisation » (MEQ, 314, 1994, p. 23), plus spécifiquement dans l'objectif terminal 1.3, « Transformer une expression arithmétique ou algébrique en une expression équivalente » (p. 28). L'élève apprendra à écrire des expressions équivalentes à des expressions contenant des exposants. Le travail avec les expressions numériques amènera les élèves à faire des liens avec le travail qui se fera ensuite avec les expressions algébriques. Les élèves devront travailler autant avec les unes que les autres (p. 28). Le travail sur la partie numérique s'agit des seules nouvelles connaissances en arithmétique en troisième secondaire. Ce travail se fait avec celui sur l'algèbre. L'arithmétique est utilisée dans le but de faire un meilleur passage vers l'algèbre.

Puisque l'algèbre correspond à 45 % (p. 18) du curriculum, la place de l'arithmétique est considérablement réduite par rapport à la deuxième secondaire. Elle se fait éclipser par l'algèbre. Il ne faut pas croire qu'il n'y a plus d'arithmétique de fait en troisième secondaire, car « le contenu arithmétique est intégré aux objectifs terminaux des thèmes de l'algèbre, de la géométrie et de la statistique. » (p. 15) Cependant, le programme n'explique pas comment ce contenu est intégré en algèbre, en géométrie et en statistique, nulle part ailleurs il ne montre où se situe l'arithmétique. Le seul nouveau contenu arithmétique en troisième secondaire est donc lié au travail sur les exposants, intégré aux objectifs en algèbre.

En quatrième secondaire, tant au régulier (416) qu'en enrichi (436), l'arithmétique est absente du curriculum. Il n'y a aucune nouvelle notion arithmétique de traitée. L'arithmétique est réinvestie à l'intérieur des contenus algébriques, géométriques et statistiques. Il s'agit des calculs à effectuer, du sens du nombre et de la proportionnalité développés au premier cycle du secondaire. Le programme mentionne seulement que les élèves ont acquis ces concepts en arithmétiques au préalable. Il n'est pas nécessaire de les retravailler.

En cinquième secondaire, le même phénomène est observé. Il n'y a pas de nouveau contenu arithmétique tant au régulier (514) qu'en enrichi (536). L'arithmétique est éclipsée par l'algèbre, l'optimisation, la géométrie, les statistiques et les probabilités. Si l'arithmétique est présente, elle l'est encore, tout comme pour les années précédentes, à titre de connaissances antérieures acquises par les élèves.

Nous venons de voir que l'arithmétique disparaît graduellement de la fin du programme du secondaire (MEQ, 1994). Ayant une place importante au premier cycle, elle perd cette place complètement en quatrième et cinquième secondaire où il n'y a plus de nouveau contenu arithmétique. Nous verrons maintenant la place qu'elle occupe dans le programme du premier cycle de 2003.

1.3.2 La place de l'arithmétique dans le nouveau curriculum de 2003

Ce programme porte seulement sur le premier cycle du secondaire, soit la première et la deuxième année. Il a été officiellement en vigueur depuis septembre 2005 dans les écoles. L'approche de ce programme est différente de celle de 1994, car le programme ne s'articule plus sur des objectifs, mais autour de compétences. Nous expliquerons d'abord sa structure avant d'aborder la place prise par l'arithmétique.

Comme mentionné ci-dessus, le curriculum québécois de 2003 ne fonctionne plus en terme d'objectifs à atteindre, mais en terme de compétences à développer. Dans un premier temps, les quatre premiers chapitres présentent l'historique, les visées, les fondements et les orientations du programme. Le programme présente d'abord une introduction, ensuite, les domaines généraux de formation, pour poursuivre avec les compétences transversales qui doivent être développées dans chacune des disciplines. Il poursuit ensuite avec une description globale de chacune des disciplines. Pour ce qui est des mathématiques, nous retrouvons trois sections : les compétences à développer en mathématiques, le contenu mathématique abordé (les savoirs mobilisés), pour terminer avec un aspect historique à amener lors de l'enseignement. Nous nous attarderons seulement à la partie concernant les mathématiques. Nous commencerons par la description de la discipline. Ensuite, nous présenterons les compétences mathématiques, pour enchaîner avec le contenu mathématique et nous terminerons par l'aspect historique qui est un nouvel aspect par rapport au programme de 1994.

Dans la présentation de la discipline, il est mentionné que les mathématiques sont parties intégrantes de notre quotidien. Il devient important de développer des connaissances de base en mathématique afin de faire face à notre monde. Les mathématiques nous permettent « d'interpréter les quantités grâce à l'*arithmétique* (soulignement personnel) et à l'algèbre » (MEQ, 2003, p. 231). Il est donc mentionné dans le nouveau programme que l'arithmétique est une des connaissances en mathématiques à acquérir pour développer les compétences du nouveau programme. Les contenus mathématiques ne sont pas encore abordés à cette étape, mais il est clair qu'un enseignement arithmétique a lieu au premier cycle du secondaire. Les trois compétences à développer en mathématiques sont : résoudre une situation-problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique.

Dans la première compétence, « Résoudre une situation-problème » (p. 240), l'élève doit exploiter « le sens du nombre et des opérations ainsi que les relations entre ces derniers. » (p. 240) Ces habiletés à développer se situent en arithmétique. L'élève devra apprendre à opérer sur les nombres par écrit, mentalement ou en utilisant un moyen technologique. Il devra aussi valider ses résultats en fonction du contexte. Il est demandé que les élèves acquièrent les notions d'opérations sur les nombres (sens calcul) en s'appuyant sur les propriétés des opérations (p. 241). L'arithmétique est mobilisée dans cette compétence avec l'algèbre, la géométrie, la probabilité et la statistique. Elle ne semble pas avoir une place plus importante que les autres domaines mathématiques, puisqu'aucun ne se démarque des autres. Cependant, en terme de notions à aborder, l'arithmétique risque de prendre une place importante, étant donné que les notions discutées à propos de cette compétence prennent un certain temps pour être développées par les élèves. Il n'y a pas plus de précisions à l'intérieur de cette compétence sur la place de l'arithmétique.

Dans la deuxième compétence, « Déployer un raisonnement mathématique » (p. 242), il est dit qu'« un raisonnement mathématique consiste à formuler des conjectures, à critiquer, à justifier ou à infirmer une proposition en faisant appel à un ensemble organisé de savoirs mathématiques. » (p. 242) En arithmétique, cette compétence mobilisera les connaissances de comparaison entre les nombres rationnels, l'estimation, le calcul mental et écrit, tout en respectant l'ordre de priorités des opérations (p. 242-243). Le développement du raisonnement proportionnel se fait au premier cycle du secondaire. Le raisonnement proportionnel est travaillé dans le but d'effectuer des calculs sur un rapport ou sur un taux afin de comparer des nombres, convertir des unités ou pour appliquer un pourcentage à des valeurs numériques. Le raisonnement proportionnel, même s'il se situe en arithmétique, est réutilisé en statistique et en géométrie avec les rapports de similitude (p. 243).

La troisième compétence à développer en mathématiques est « Communiquer à l'aide du langage mathématique » (p. 246). L'élève développera l'habileté à « interpréter et produire des messages en combinant le langage courant et des éléments spécifiques du langage mathématique : termes, symboles et notations » (p. 246). La compétence ne fait pas référence directement à l'arithmétique. La communication en mathématiques est abordée en lien avec les concepts, les problèmes... Elle oblige l'élève à expliciter sa démarche, ses idées, son raisonnement, etc., et peut « améliorer et approfondir [cette] compréhension » (p. 246) en la partageant avec d'autres. En arithmétique, l'élève devra interpréter et modéliser des expressions et des relations. La communication permettra de justifier des conjectures et de justifier une solution lors de problèmes arithmétiques. La compétence de communication est imbriquée à l'intérieur des deux autres compétences (l'élève sera amené à expliquer ses raisonnements mathématiques et sa résolution d'une situation-problème).

Par la suite, le programme de formation aborde le contenu mathématique, les savoirs mobilisés dans le développement de ces compétences. On y présente deux types de contenus. Le premier étant les concepts et le deuxième réfère aux processus que les élèves doivent développer. Une section spécifique est attribuée à l'arithmétique (p. 250-252). Les tableaux 1.2, 1.3 et 1.4 montrent les concepts et les processus que les élèves doivent développer en arithmétique. Dans ces tableaux, nous pouvons remarquer que l'arithmétique occupe une place importante au premier cycle du secondaire étant donné l'abondance des contenus à couvrir. Certains concepts, tel le raisonnement proportionnel, seront réinvestis en statistique et en géométrie. Par exemple, le raisonnement proportionnel est réinvesti dans le travail sur la similitude. Comme dans le programme de 1994, le sens du nombre et le sens des opérations sont deux aspects se retrouvant dans le nouveau programme. Par contre, il est difficile de savoir exactement la place qu'occupe l'arithmétique, car il n'y a pas de temps de mentionné comme l'explicitait l'ancien curriculum.

Tableau 1.2 Concepts et processus arithmétiques du programme de 2003 (MEQ, 2003, p. 250)

Concepts	**Processus**
Sens du nombre en notation décimale et fractionnaire et sens des opérations	***Différentes formes d'écriture et de représentation***
– Lecture, écriture, représentations variées, régularités, propriétés – Notations fractionnaire, décimale, exponentielle (exposant entier); pourcentage, racine carrée – Caractères de divisibilité (par 2, 3, 4, 5, 10) – Règles des signes pour les nombres écrits en notation décimale – Relation d'égalité : sens, propriétés et règles de transformation (principe de la balance) – Opérations inverses : addition et soustraction, multiplication et division, carré et racine carrée – Propriétés des opérations : • Commutativité et associativité • Distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction et mise en évidence simple – Priorité des opérations et utilisation d'au plus deux niveaux de parenthèses dans différents contextes	– Appréciation de l'ordre de grandeur – Comparaison – Utilisation de représentations variées (numérique, graphique, etc.) – Reconnaissance et production d'écritures équivalentes : • Décomposition (additive, multiplicative, etc.) • Fractions équivalentes • Simplification et réduction – Passage d'une forme d'écriture à une autre, d'une représentation à une autre – Transformation d'égalités arithmétiques – Repérage de nombres sur la droite numérique, abscisse d'un point **Note** On utilise les nombres positifs ou négatifs, en notation décimale ou fractionnaire dans le repérage sur un axe et dans un plan cartésien. Le passage d'une forme d'écriture à une autre se fait à l'aide de nombres positifs.

Tableau 1.3 Concepts et processus arithmétiques du programme de 2003 liés à la proportionnalité (MEQ, 2003, p. 252)

Concepts	**Processus**
Sens de la proportionnalité – Rapport et taux • Rapports et taux équivalents • Taux unitaire – Proportion • Égalité de rapports et de taux • Rapport et coefficient de proportionnalité	***Traitement d'une situation de proportionnalité*** – Comparaison de rapports et de taux – Reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique – Résolution d'une situation de proportionnalité – Repérage de couples de nombres dans le plan cartésien (abscisse et ordonnée d'un point).

Tableau 1.4 Concepts et processus arithmétiques du programme de 2003 (MEQ, 2003, p. 251)

Concepts (*Suite*)	**Processus (*Suite*)**
Note Le programme vise essentiellement l'étude des nombres rationnels positifs et négatifs, écrits en notation décimale ou fractionnaire. L'étude systématique des ensembles de nombres n'est pas retenue pour le premier cycle, mais l'utilisation des termes justes qui ont été employés au primaire est toujours à privilégier (nombres naturels, entiers, décimaux). Le sens des nombres, des opérations et de l'égalité doit être au cœur des apprentissages. Selon le contexte ou les besoins, l'élève pourra aussi employer d'autres caractères de divisibilité tels que 6, 9, 12 ou 25. La connaissance des propriétés des opérations permet d'envisager des écritures équivalentes qui simplifient les calculs et peut libérer d'une dépendance à l'égard de la calculatrice. La connaissance des priorités des opérations permet de comprendre et d'apprécier l'efficacité de la technologie	***Opérations sur des nombres en notation décimale et fractionnaire*** – Estimation et arrondissement dans différents contextes – Recherche d'expressions équivalentes – Approximation du résultat d'une opération – Simplification des termes d'une opération – Calcul mental : les quatre opérations, particulièrement avec les nombres écrits en notation décimale en mettant à profit des écritures équivalentes et les propriétés des opérations – Calcul écrit : les quatre opérations, avec des nombres facilement manipulables (y compris des grands nombres) et des chaînes d'opérations simples en respectant leur priorité (nombres écrits en notation décimale) et en mettant à profit des écritures équivalentes et les propriétés des opérations Exemples (pour le calcul mental ou écrit) : $15 \times 102 = 15(100 + 2) = 15 \times 100 + 15 \times 2 = 1\,500 + 30 = 1\,530$ $2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} = 2 \times 3 + 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times 3 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = 6 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = 7\frac{7}{8}$ $3{,}5 \times 6 - 3{,}5 \times 4 = 3{,}5(6 - 4) = 7$ – Utilisation d'une calculatrice : opérations et chaînes d'opérations en respectant leur priorité **Note** Dans les opérations, l'utilisation des nombres négatifs se limite aux nombres écrits en notation décimale. L'élève utilise un outil technologique pour les opérations dans lesquelles les diviseurs ou les multiplicateurs ont plus de deux chiffres. Pour le calcul écrit, la compréhension et la maîtrise des processus doivent primer plutôt que la complexité des calculs. L'élève deviendra apte à utiliser la technologie au moment opportun

Le contenu arithmétique est donc très présent dans ce nouveau programme au 1[er] cycle du secondaire. L'ajout de repères culturels et d'une dimension historique insérée lors de l'enseignement vient préciser d'autres éléments :

> Le développement de la mathématique étant étroitement lié à l'évolution de l'humanité, son enseignement doit intégrer la dimension historique. Les élèves pourront ainsi mieux en saisir le sens et l'utilité. Ils découvriront comment sa transformation au fil du temps et la création de certains instruments sont directement ou indirectement liées à des besoins ressentis dans les sociétés. L'histoire devrait permettre à l'élève de comprendre que les savoirs mathématiques sont le fruit de longs travaux menés par des chercheurs passionnés par cette discipline, qu'ils soient mathématiciens, philosophes, physiciens, artistes ou autres. (p. 232)

L'aspect historique permettra aux élèves de voir autrement la problématique de certains concepts arithmétiques, leur développement, permettant entre autres de faire le lien entre les mathématiques d'aujourd'hui et du passé. Selon le programme, l'aspect historique fera en sorte que l'élève liera les différentes disciplines avec les mathématiques et développera un sens critique sur le monde (p. 248). L'élève ne verra plus cette discipline comme étant une somme de savoirs statiques, morts, mais comme étant une discipline constamment en changement et en évolution. Ici, l'aspect historique est traité de façon générale. En fouillant un peu plus loin, le programme donne des repères culturels comme suggestions au développement de connaissances historiques liées à l'arithmétique et à l'algèbre. Ces repères ne portent pas seulement sur l'aspect calcul de l'arithmétique, mais contient aussi des éléments de la théorie des nombres :

> L'apprentissage de la mathématique doit amener l'élève à reconnaître l'apport de l'arithmétique et de l'algèbre dans différents domaines tels que ceux de l'univers social, de la science et de la technologie ou encore des arts. Il devrait aussi fournir l'occasion d'observer les caractéristiques, les avantages et les inconvénients de différents systèmes de numération afin de bien situer celui qu'il utilise dans sa vie quotidienne et d'en saisir la portée. Il devrait enfin le sensibiliser à l'existence de plusieurs types de nombres, tels que les nombres polygonaux et les nombres premiers, ainsi qu'à certaines de leurs applications, par exemple la cryptographie. Par ailleurs, l'enseignant pourrait présenter quelques suites remarquables, dont celle de Fibonacci ainsi que le triangle de Pascal, et leurs différentes applications; proposer des situations-problèmes portant sur l'arithmétique et l'algèbre et tirées de documents anciens tels que le *Papyrus Rhind*;

donner de l'information sur l'évolution, au cours des âges, de l'utilisation des notations, des symboles, des processus de calcul et des méthodes de résolutions d'équations; ou encore susciter des discussions sur la puissance et les limites des outils de calcul (machine à calculer de Pascal, calculatrice). (p. 255)

Dans le programme de formation de l'école québécoise de 2003 du premier cycle du secondaire, l'arithmétique occupe une place avec l'algèbre, la géométrie et les probabilités/statistiques. Étant donné que ce programme est en vigueur depuis peu, il n'est pas possible pour l'instant de savoir quelle place prend réellement en termes de temps l'arithmétique, puisque le programme n'en fait pas mention. Pour l'instant, l'arithmétique semble être mise sur le même piéd que les autres domaines mathématiques. En insérant un aspect historique en mathématiques, le programme veut que les élèves perçoivent les mathématiques comme une discipline constamment en mouvement. L'aspect historique est nouveau par rapport au programme de formation de 1994.

La place de l'arithmétique au secondaire, au fur et à mesure qu'on progresse d'un niveau à l'autre, change par ailleurs dans le curriculum québécois (MEQ, 1994). On ne retrouve plus de nouvelles notions arithmétiques à la fin du secondaire. L'arithmétique se fait éclipser par l'algèbre. En parcourant le programme d'études français, nous ne pouvons faire la même constatation.

1.4 Le programme de mathématiques au secondaire en France : un statut particulier pour l'arithmétique.

En fouillant dans les programmes du secondaire français, nous avons remarqué que les contenus arithmétiques diffèrent de ceux du Québec. Avant de discuter de ces contenus, il est intéressant de situer le fonctionnement du secondaire français. Il importe d'abord de savoir que la France ne possède pas de niveau préuniversitaire comme au Québec (cégeps). Il y a deux paliers au secondaire français. Le premier est le collège constitué de la sixième année à la troisième (équivalent à la sixième année du primaire et des secondaires 1 à 3). Le deuxième palier est le lycée[7] composé de la seconde (équivalent au secondaire 4), de la première (équivalent au secondaire 5) et la classe terminale (équivalent à la première année du cégep général). Le système français fonctionne dans sa dénomination en ordre décroissant.

Pour revenir à la place de l'arithmétique dans le curriculum français, il est intéressant de voir qu'il y a, contrairement à ce que l'on retrouve dans le système québécois, de nouvelles notions arithmétiques à tous les niveaux du secondaire. Au collège, celles-ci se situent dans la partie « Travaux numériques » du programme du Ministère de l'Éducation Nationale (Ministère de l'Éducation Nationale [MEN], 2003). Les élèves développeront le sens du nombre en étudiant différentes manières d'écrire un nombre (fractionnaire ou décimale), en travaillant sur le quotient comme une écriture fractionnaire, en travaillant sur les opérations avec ces nombres, en trouvant les diviseurs communs de deux entiers et en écrivant une fraction en son expression la plus réduite. Le calcul numérique (arithmétique) est travaillé avec le calcul littéral (algèbre). Il prend une place moins importante en troisième, où le travail sur les nombres s'étend aux radicaux. Par contre, le raisonnement proportionnel est travaillé à tous les niveaux du collège dans la section portant sur les fonctions. En plus du raisonnement proportionnel, un travail est fait sur les pourcentages. L'arithmétique a donc une place importante tout au long du collège français.

En ce qui a trait au lycée, une approche de l'arithmétique différente de ce qui précède s'entame à l'intérieur de la section « Calcul et fonction » (MEN, 2002, p. 9-10). Les nombres premiers y sont introduits de façon formelle (p. 10). Les écritures différentes des nombres sont encore une notion abordée. L'ordre des nombres ainsi que la valeur absolue sont ajoutés aux connaissances du collège. La première et la terminale sont divisées en trois secteurs d'orientations : la série économique et sociale [ES], la série littéraire [L] et la série scientifique [S]. En première, le seul contenu arithmétique porte sur les suites arithmétiques et géométriques pour les trois séries (p. 14, p. 19, p. 34). Malgré la place réduite que l'arithmétique occupe, elle n'a pas complètement disparu comme c'est le cas dans le

---

[7] Il est à noter que le lycée se divise en trois volets : la voie générale et technologique, la voie technologique et la voie professionnelle. Dans le cadre de ce mémoire, seule la voie générale et technologique sera traitée.

curriculum québécois. De plus, un travail sur les pourcentages continue à être fait dans les séries ES et L afin que les élèves aient une meilleure maîtrise de ceux-ci. Les visées données au travail sur le pourcentage sont de développer une compréhension de leur utilisation au quotidien. Le programme de la classe terminale, même si elle correspond à la première année du cégep, contient lui aussi des notions arithmétiques. Pour la série ES, on continue à travailler sur les suites (p. 13). Pour les séries littéraire et scientifique, une section arithmétique est ajoutée. Dans la série littéraire, la divisibilité dans ***Z*** est travaillée ainsi que la congruence (p. 16). Dans la série scientifique, le programme y ajoute, en plus la division euclidienne, l'algorithme d'Euclide pour trouver le PGCD, la notion de nombres premiers entre eux. Les nombres premiers sont travaillés plus en profondeur et les théorèmes de Gauss[8] et de Bézout[9] sont enseignés (p. 27). L'arithmétique abordée au niveau terminal relève de la théorie des nombres.

Les motivations de l'insertion de l'arithmétique dans le programme français s'expliquent par le fait que les élèves doivent, dans un premier temps, au collège, « développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique. » (MEN, 2003, p. 23) Les élèves n'appliqueront pas seulement des algorithmes de calcul, mais comprendront le sens qui est donné aux nombres et aux opérations. Dans un deuxième temps, au lycée, l'arithmétique permettra aux élèves de comprendre et de travailler « sur des arguments et des raisonnements mathématiques, dans des domaines variés » (MEN, 2002, p. 15).

---

[8] **Théorème de Gauss :**
Soient *a*, *b* et *c*, *3* (sic) entiers relatifs non nuls.
Si a divise le produit bc et si a est premier avec b, alors a divise c.
(http://homeomath.imingo.net/arigauss.htm)

[9] **Théorème de Bézout**
Soient a et b deux entiers relatifs non nuls.
a et b sont premiers entre eux si, et seulement si, il existe deux entiers u et v tels que au + bv = 1.
(http://homeomath.imingo.net/bezout.htm)

Dans la série S, la motivation de l'insertion de l'arithmétique est la suivante :

> L'arithmétique est un champ des mathématiques très vivant dont les applications récentes sont nombreuses ; c'est un domaine au matériau élémentaire et accessible conduisant à des raisonnements intéressants et formateurs. C'est un lieu naturel de sensibilisation à l'algorithmique où la nécessité d'être précis impose rigueur et clarté du raisonnement. (p. 27)

Dans cette optique, la motivation donnée par le programme est que l'arithmétique permet de développer le raisonnement mathématique de l'élève et de permettre une meilleure organisation de son discours. L'arithmétique ne correspond pas seulement à des techniques de calcul.

Dans le curriculum français, l'arithmétique conserve donc une place tout au long du secondaire. Au collège, elle se situe dans la section calcul numérique tandis qu'au lycée, une section particulière lui est attribuée. Malgré le fait qu'elle perde de l'importance, étant donné que d'autres notions sont ajoutées au fur et à mesure, en algèbre et en analyse, on y enseigne de nouveaux contenus tous les ans. Cette orientation met en évidence l'intérêt qu'il peut y avoir à poursuivre l'enseignement de l'arithmétique au secondaire, une arithmétique qui dépasse, et de beaucoup, l'arithmétique de base souvent associée au calcul. Au Québec, rappelons que les dernières notions arithmétiques nouvelles sont abordées en troisième secondaire, et ce de façon très restreinte. Ce choix, en regard de ce que l'on retrouve ailleurs en France, questionne la place de l'arithmétique dans le curriculum.

1.5 Questionnement lié à la place de l'arithmétique : quelques données issues de la recherche.

Peu d'études se sont penchées sur l'enseignement de l'arithmétique au niveau secondaire. En 1998, l'arithmétique a été réintroduite dans le curriculum français en terminale scientifique (Battie, 2003). La motivation de cette réapparition est, nous l'avons vu, de favoriser le développement de la rationalité mathématique. Depuis plus de vingt ans, plusieurs recherches ont été menées sur des questions relatives au raisonnement mathématique. Battie mentionne toutefois que peu d'études ont été faites au niveau avancé sur les potentialités de l'arithmétique. Sa recherche vise justement à identifier ces potentialités de l'arithmétique pour l'apprentissage du raisonnement mathématique à la fin du secondaire français. À cette fin, sa recherche est restreinte à l'étude des preuves en arithmétique et à leur apport. De plus, un rapport a été écrit au ministre de l'Éducation nationale (Kahane, 2002) qui justifie l'insertion du calcul dans l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux. Le chapitre 4 porte sur le calcul et son apport à l'enseignement. Les concepts mathématiques développés par le calcul élémentaire seront réutilisés en algèbre, en géométrie analytique, sur les fonctions, etc. (Kahane, 2002, p.176). Les concepts arithmétiques se retrouvent à être la base de concepts mathématiques. Pour cette raison, le calcul ne doit pas seulement avoir une vertu algorithmique. Le développement d'habiletés est important, mais il doit être accompagné de raisonnements (Kahane, 2002, p. 179). En plus, ce rapport mentionne que le calcul est fortement lié à la construction de concepts mathématiques (Kahane, 2002, p. 200). C'est aussi une des conclusions à laquelle Vergnaud (1979) est arrivé. L'arithmétique ne se confine pas seulement à des opérations sur les nombres, mais renferme plusieurs concepts sous-jacents.

Au Québec, une thèse a été écrite par Paul Lavoie en mai 1994 : « Contribution à une histoire des mathématiques scolaires au Québec : L'arithmétique dans les écoles primaires (1800-1920) ». Comme le mentionne Lavoie dans sa thèse, une étude sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques est tellement vaste qu'il s'est attardé à regarder l'arithmétique au primaire seulement. De toute façon, avant la Deuxième Guerre Mondiale, très peu de jeunes francophones, seulement 24 %, fréquentaient l'école secondaire (le primaire supérieur pour le secteur public, et le cours classique pour le secteur privé) (Bednarz, 2002). Ces raisons ont amené Lavoie à se pencher sur le secteur primaire uniquement. De plus, il s'est attardé sur la période se situant entre 1800 et 1920 pour son étude. Un récent article de Lavoie (2004) donne un portrait global de l'émergence des mathématiques au Québec entre 1800 et 2000. L'article traite des finalités et fonctionnalités données aux mathématiques dans cette période, et fait un survol de l'évolution du système d'éducation. Ici, les mathématiques sont plus discutées au niveau primaire et universitaire. Une partie importante de cet article traite de l'émergence des écoles secondaires, sans aborder l'arithmétique. Nous connaissons ainsi peu de choses sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques au secondaire au Québec, en particulier sur la place que l'arithmétique y a occupée.

Quelques études portent sur les difficultés reliées à des notions arithmétiques au secondaire (Wanko et Hartley Venable, 2002; Labrie, 1992; Duroux, 1983). Il y a plusieurs recherches sur l'enseignement de l'arithmétique, mais au niveau primaire, tant au Québec (Lavoie, 1994; Nantais, 1991; Bélisle et Laurence, 1991; Bednarz et Dufour-Janvier, 1983) que dans différents pays (Guinet et Martinelli, 1982; Pariselle, 1981). Les études portant sur l'arithmétique au secondaire ont plus trait au passage entre l'arithmétique et l'algèbre (Coulange, 2001, Schmidt et Bednarz, 1997; Chevallard, 1984, 1989a, 1989b). En ce qui a trait à l'histoire de l'enseignement, certaines recherches comme Charbonneau (1988, 1986) et Schubring (1983) portent sur l'histoire des mathématiques, à des niveaux avancés et non au secondaire. Deux articles de Charbonneau (1984a, 1984b) portent sur l'enseignement des mathématiques dans les collèges classiques. Ces articles portent sur les mathématiques en général.

L'introduction de l'arithmétique au niveau secondaire en France suscite des questions sur son apport pour l'apprentissage des élèves, en regard notamment du développement du raisonnement. Au Québec, on connaît peu de choses sur ce sujet, et les travaux menés l'ont souvent été au niveau primaire ou sur les mathématiques en général. Cependant, le nombre d'articles en lien avec l'arithmétique montre un intérêt pour ce domaine au niveau de la recherche. L'enseignement des mathématiques au niveau secondaire, plus précisément la place de l'arithmétique dans le curriculum et son évolution dans les programmes n'ont fait l'objet d'aucune recherche. Ce constat nous a conduit à vouloir explorer cette question plus à fond.

1.6 Objectifs et questionnement de recherche

À la suite d'observations dans le curriculum québécois, récent et en cours d'implantation, et dans le curriculum français, nous avons pu remarquer des différences quant à la place qu'occupe l'arithmétique dans l'enseignement au secondaire. L'arithmétique disparaît complètement du programme à la fin du secondaire québécois. Pourtant, il semblerait qu'elle ait eu une place importante au Québec dans les années 50 et au début des années 60. Comment expliquer cette évolution ? Qu'en est-il vraiment ?

Notre recherche vise à cerner l'évolution et les changements dans l'enseignement de l'arithmétique au secondaire, au Québec, à travers le XX^{e} siècle. Nos questions de recherche peuvent s'énoncer ainsi :

1. Quelle place occupe l'arithmétique au secondaire au Québec à travers le temps, plus spécifiquement au XX^{e} siècle ?
2. Que recouvre-t-elle, quel est son contenu ?
3. À quelle arithmétique réfère-t-on ?
4. Quelles finalités sont données à cet enseignement de l'arithmétique ?
5. Quels changements peut-on observer dans cet enseignement pour ce siècle ?

Avant, de pouvoir effectuer cette recherche, il est nécessaire de définir ce qu'est l'arithmétique de manière plus approfondie.

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

Vers une caractérisation de l'Arithmétique

Une analyse rapides des différents dictionnaires lors de la problématique, nous avons remarqué qu'il y avait des nuances et des différences importantes entre les définitions données par les uns et les autres à l'arithmétique. Ces dictionnaires mathématiques mentionnent aussi une évolution de la définition (Baruk, 1992 ; Bouvier, Georges et Le Lionnais, 2001). Nous avons voulu aller plus loin pour mieux saisir cette évolution et ce que recouvre l'arithmétique. Dans cette partie, nous retracerons donc l'évolution historique de l'arithmétique afin de mieux caractériser ce champ, ce qu'il recouvre au fil du temps. Cette analyse nous permettra de construire un cadre de référence pour aborder l'analyse de quelques manuels scolaires utilisés au Québec au XX^{e} siècle. L'étendue temporelle étant importante, nous avons dû sélectionner un intervalle acceptable pour élaborer ce cadre de référence. Dans un premier temps, un survol de l'Antiquité au XVII^{e} siècle a été fait afin de caractériser globalement l'arithmétique au cours de cette période. Les ouvrages choisis sont des textes de Mathématiciens reconnus, témoins importants d'une époque donnée : Euclide (~325–~265 ans av. J.-C.) et Nicomaque (~60–~120 ans ap. J.-C.) pour la période grecque, Fibonacci (~1170–~1250) pour le XIII^{e} siècle, Chuquet (1445-1500) pour le XV^{e} siècle, Ozanam (1640-1717) pour le XVII^{e} siècle. Dans un deuxième temps, nous avons analysé des encyclopédies qui présentent une synthèse des connaissances d'une certaine époque pour le XVIII^{e}, le XIX^{e} et le XX^{e} siècle. Les encyclopédies choisies sont l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert ainsi que le Dictionnaire de Trêvoux[1] pour le XVIII^{e} siècle. Pour le XIX^{e} siècle et le XX^{e} siècle, c'est l'encyclopédie Larousse qui fut retenue.

2.1 L'Arithmétique chez les Grecs

---

[1] Les auteurs n'étant pas spécifiés dans cet ouvrage des Jésuites, la référence se retrouve sous le nom des Jésuites dans les références à la fin de ce mémoire.

Les deux auteurs ayant été retenus pour caractériser ce que recouvre l'arithmétique lors de l'antiquité grecque sont Euclide et Nicomaque. Euclide a vécu aux alentours de 250 ans av. J.-C. et Nicomaque autour de 230 apr. J.-C. Il s'est donc écoulé près de cinq cents ans entre ces deux auteurs. Nous cernerons ce qu'est l'arithmétique pour eux. Nous présenterons d'abord la définition de ce qu'est un nombre pour chacun pour aborder ensuite leur vision du contenu associé à l'arithmétique. Nous poursuivrons avec le traitement qu'ils font de l'arithmétique pour conclure avec les différences qui ressortent entre les deux.

2.1.1 Euclide

L'ouvrage choisi d'Euclide est « Les Éléments » (Édition de 1994[2]). Les Livres VII à IX traitent d'arithmétique, ce sont donc à ces livres que nous référons. L'édition choisie (1994) comporte une traduction et les commentaires de Bernard Vitrac.

2.1.1.1 La conception du nombre chez Euclide

Euclide définit d'abord ce qu'est l'unité avant de définir le nombre : « Est unité ce selon quoi chacune des choses existantes est dite une. » (Euclide, 1994, p. 247).

Le nombre se définit en fonction de cette définition de l'unité : « Et un nombre est la multitude composée d'unités. » (p. 247).

---

[2] Nous mettrons cette date comme référence tout au long de cette section. Lorsqu'il sera écrit « Euclide, 1994 », c'est que nous nous rapportons à l'édition de 1994 mise en référence sous Euclide. S'il s'agit de citations provenant des commentaires de Bernard Vitrac, nous mettrons « Vitrac dans Euclide (1994) ».

Pour Euclide, les nombres sont vus comme des grandeurs mesurables. Il est possible de remarquer ceci lorsque nous comparons les définitions de grandeur et de multiple du Livre V avec les définitions de nombre et de multiple du Livre VII :

> 1. Une grandeur est une partie d'une grandeur, la plus petite de la plus grande, quand elle mesure la plus grande.
> 2. Et multiple, la plus grande de la plus petite, quand elle est mesurée par la plus petite. (p. 38)
>
> 3. Un nombre est une partie d'un nombre, le plus petit du plus grand, quand il mesure le plus grand. [...] 5. Et un multiple, le plus grand du plus petit, quand il est mesuré par le plus petit.[3] (p. 251).

La seule différence dans ces définitions réside dans le remplacement du mot « grandeur » par le mot « nombre ». Le fait qu'Euclide voit le nombre comme étant une grandeur peut aussi se sentir lorsqu'il définit le produit de nombres :

> 17. Et quand deux nombres, s'étant multipliés l'un l'autre, produisent un certain [nombre], le produit est appelé plan, et les nombres qui se sont multipliés l'un l'autre, ses côtés.
> 18. Et quand trois nombres, s'étant multipliés l'un l'autre, produisent un certain [nombre], le produit est solide, et les nombres qui se sont multipliés l'un l'autre [sont] ses côtés.
> 19. Un nombre carré est celui [qui est] égal un nombre égal de fois, ou {celui} [qui est] contenu par deux nombres égaux.
> 20. Et un nombre cube est celui [qui est] égal un nombre égal de fois, un nombre égal de fois, ou {celui} [qui est] contenu par trois nombres égaux. (p. 261)

Dans ces définitions, le produit de nombres correspond à l'aire d'une certaine surface ou au volume d'un solide (deux ou trois dimensions). Euclide parlera donc de nombre plan, de nombre carré, de nombre solide ou de nombre cube. L'image associée à ces nombres est une

---

[3] Citation exacte :

> 3. Un nombre est une partie d'un nombre, le plus petit du plus grand, quand il mesure le plus grand.
> 4. Et des parties, quand il ne le mesure pas.
> 5. Et un multiple, le plus grand du plus petit, quand il est mesuré par le plus petit.

La définition 4 réfère au concept de fraction.

figure géométrique. Nous pourrions dire que les nombres sont dimensionnés. Chez Euclide, le nombre est représenté par un segment, comme nous le verrons dans l'exemple qui suit, même s'il s'agit d'un produit de nombres (donc associé à un plan ou un solide).

Dans le même ordre d'idées, la représentation du nombre par Euclide lors de ses propositions se fait toujours avec des segments (qu'il s'agisse d'un nombre, d'un nombre plan ou d'un nombre solide). Par exemple, voici comment est présentée la proposition 24 :

> *Si deux nombres sont premiers avec un certain nombre, leur produit sera aussi premier avec ce même [nombre].*

> En effet, que deux nombres A, B soient premiers avec un certain nombre C, et que A multipliant B produise D. Je dis que C, D sont premiers entre eux.
> Car si C, D ne sont pas premiers entre eux, un {certain} nombre mesurera C, D. Qu'il les mesure et que ce soit E. [...] (p. 331)

Même si D est un nombre plan dans cette proposition, le produit de A et B, Euclide le représente par un segment.

Les nombres sont donc perçus comme étant des grandeurs mesurables. Euclide, on le voit dans ce qui précède, a une vision géométrique de ce qu'est un nombre.

2.1.1.2 Le contenu arithmétique chez Euclide

En ce qui a trait au contenu du Livre VII, Euclide définit d'abord ce qu'est un nombre, puis continue avec la parité des nombres.

En plus du pair et de l'impair, il donne la définition de catégorie de parité :

8. Un nombre pairement-pair est celui [qui est] mesuré par un nombre pair selon un nombre pair.
9. Et un pairement-impair est celui [qui est] mesuré par un nombre pair selon un nombre impair. (p. 255)

Euclide définit aussi ce qu'est un nombre impairement-pair et impairement-impair. Par la suite, il donne la définition de nombre premier (définition 12, p. 256) pour passer ensuite à d'autres types de nombres comme les nombres plans et solides décrits ci-dessus. La suite du Livre VII se compose de propositions. Les propositions 1 à 3 traitent du plus grand commun diviseur [PGCD], les propositions 4 à 10 serviront pour démontrer les autres propositions, les propositions 11 à 19 ont trait aux proportions, les propositions 20 à 22 et la 33 décrivent la caractérisation des nombres dans un rapport donné, les propositions 23 à 32 traitent des nombres premiers, les propositions 34 à 36 portent sur le plus petit commun multiple [PPCM] et finalement, les propositions 37 à 39 ont trait à la logistique des quantièmes (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 284-285).

Dans le Livre VIII des « Éléments », il n'y a pas de définition. L'auteur commence par l'énoncé de propositions suivi des démonstrations de chacune d'entres-elles. Les dix premières propositions portent sur l'étude des proportions continues, de la onzième jusqu'à la dix-septième, et les propositions 22 à 27 donnent des résultats et des caractérisations sur les nombres carrés et cubes. Les propositions 18 à 21 portent sur les nombres plans et solides (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 286).

Pour le dernier livre portant sur l'arithmétique, le Livre IX des « Éléments », les six premières propositions portent, elles aussi, sur les nombres carrés et cubes. Pour ce qui est des propositions huit, neuf et dix, Euclide revient sur l'étude des proportions continues. Les propositions 16 à 19 traitent de la détermination d'un troisième proportionnel à deux nombres. Pour les propositions restantes (11 à 15 et 20), il s'agit de résultats portant sur les nombres premiers, sur les nombres premiers entre eux ainsi que sur les proportions continues.

Les propositions 21 à 34 sont des preuves portant sur la parité des nombres et finalement, la proposition 35 a trait à la somme d'une progression géométrique et la 36, à un résultat sur les nombres parfaits (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 286).

Donc, en ce qui a trait au contenu, l'arithmétique d'Euclide couvre la parité, les nombres premiers et les nombres premiers entre eux, les proportions, les nombres plans et solides (incluant les carrés et les cubes), le PGCD et le PPCM, la détermination d'un troisième proportionnel ainsi que la logistique des quantièmes, les progressions géométriques et les nombres parfaits (une proposition seulement pour les deux dernières). Les propositions sont énoncées de façon générale et sont démontrées par la suite. Les démonstrations sont très importantes dans « Les Éléments » d'Euclide, comme nous le verrons par la suite. Le contenu couvert par l'arithmétique d'Euclide ressemble davantage à ce qu'on appelle aujourd'hui la théorie des nombres. Il nous reste à voir la façon dont Euclide traite ce contenu.

2.1.1.3 Le traitement de l'arithmétique chez Euclide

L'ordre dans lequel « Les Éléments » ont été écrits nous renseigne sur l'importance des contenus pour Euclide. Les premiers livres (Livres I à IV) portent sur la géométrie plane. Les Livres V et VI traitent des proportions et des triangles semblables. La géométrie est donc le domaine préalable à l'arithmétique pour Euclide. Nous avons vu que même les nombres sont perçus comme des entités géométriques. Les Livres VII à IX sont à contenus arithmétiques et le Livre X s'intéresse aux incommensurables. Les derniers livres (le onzième, douzième et treizième) développent la géométrie des solides.

Comme le fait remarquer Vitrac dans ses commentaires les « Livres arithmétiques ont une structure déductive complexe, assez différente de celle du Livre I » (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 283). Euclide reste le plus fidèle possible à la structure déductive utilisée en géométrie.

Les figures 2.1 et 2.2 montrent les liens entre chacune des propositions des livres arithmétiques. Elles ont été faites par Vitrac dans ses commentaires et situent la structure déductive des livres arithmétiques d'Euclide. Ces figures nous montrent que les Livres VII et VIII mettent l'accent sur une approche déductive de l'arithmétique, où les preuves jouent un rôle important.

Par contre, avec les propositions 11 à 34 du Livre IX, il n'est pas possible de faire une généralisation déduite des autres propositions, puisqu'il s'agit plutôt de résultats sur des nombres premiers (ou premiers entre eux) ou de résultats particuliers.

Ainsi, sauf pour certaines propositions du Livre IX, Euclide traite l'arithmétique de manière déductive.

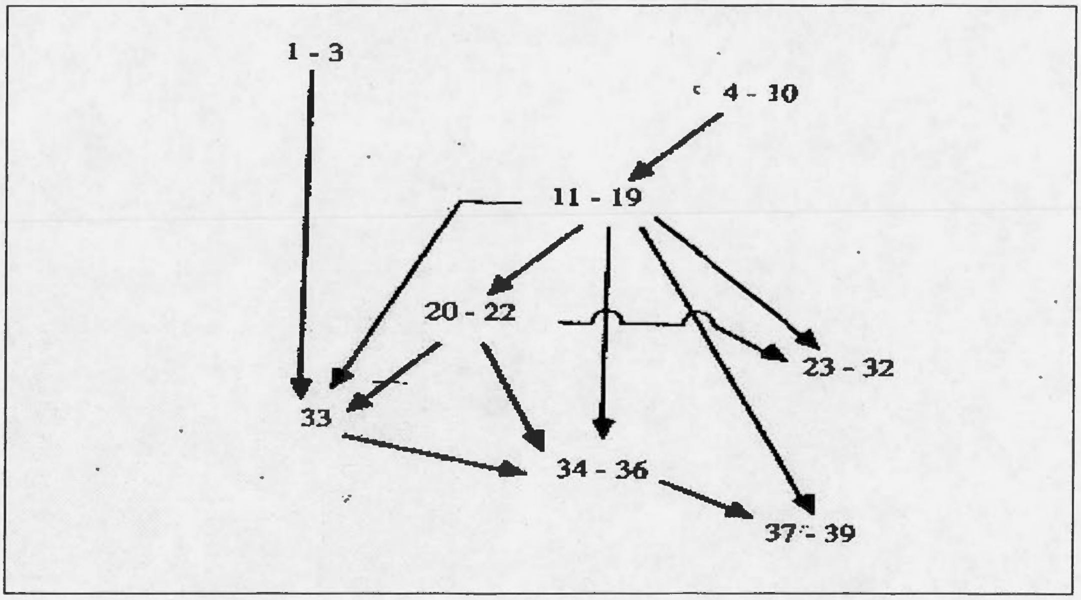


Figure 2.1 La structure déductive du Livre VII des « Éléments » d'Euclide selon Bernard Vitrac (Euclide, 1994, p. 284)

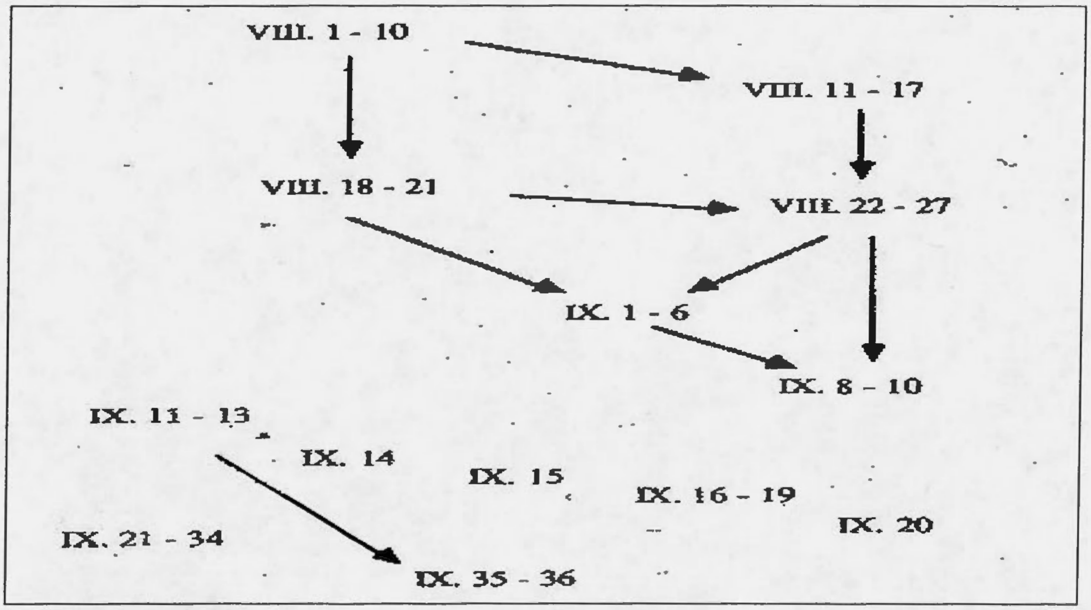


Figure 2.2 La structure déductive du Livre VIII et IX des « Éléments » d'Euclide selon Bernard Vitrac (Euclide, 1994, p. 285)

Nous verrons maintenant comment Nicomaque définit le nombre, que recouvre l'arithmétique pour lui ainsi que le traitement qu'il en fait.

2.1.2 Nicomaque

Nicomaque de Gerasa est l'auteur de « Introduction to Arithmetic » (Édition de 1926[4]), livre qui fut choisi afin de caractériser l'arithmétique chez les Grecs en complémentarité des « Éléments » d'Euclide.

[4] Il s'agit d'une traduction de F. Robbins et de L. Karpinski (1926) avec quelques commentaires de ces auteurs. La référence est mise sous Nicomaque à la fin de ce mémoire. Nous mettrons « Nicomaque, 1926 » lorsqu'il s'agira de citations reprises de son livre et « Robbins et Karpinski dans Nicomaque, 1926 » lorsqu'il s'agira de commentaires provenant de ces auteurs.

2.1.2.1 La conception du nombre chez Nicomaque

Dans un premier temps, Nicomaque définit le nombre comme « [a] limited multitude or a combination of units or a flow of quantity made up of units » (Nicomaque, 1926, p. 190). Le nombre est composé d'une multitude d'unités. Avant de donner sa définition de nombre, Nicomaque prend le temps de distinguer, et même d'opposer, grandeur et multitude :

> Things, then, both those properly so called and those that simply have the name, are some of them unified and continuous, for example, an animal, the universe, a tree, and the like, which are properly and peculiarly called 'magnitudes'; others are discontinuous, in a side-by-side arrangement, and, as it were, in heaps, which are called 'multitudes', a flock, for instance, a people, a heap, a chorus, and the like.
>
> Wisdom, then, must be considered to be the knowledge of these two forms. Since, however, *all multitude and magnitude are by their own nature of necessity infinite – for multitude starts from a definite root and never ceases increasing ; and magnitude, when division beginning with a limited whole is carried on, cannot bring the dividing process to an end, but proceeds therefore to infinity*[5] – and since sciences are always sciences of limited things, and never of infinites, it is according evident that a science dealing either with magnitude, per se, or with multitude, per se, could never be formulates for each of them is limitless in itself, multitude in the direction of the more , and magnitude in the direction of the less. A science, however, would arise to deal with something separated from each of them, with quantity, set off from multitude, and size, set off from magnitude. (Nicomaque, 1926, p. 183-184)

Dans cet extrait, Nicomaque met en opposition grandeur, associée à un processus de subdivision d'un certain tout, processus possiblement infini ; et multitude, associée à un processus qui ne cesse de croître. En définissant un nombre comme étant une multitude, Nicomaque met de l'avant une vision du nombre comme l'abstraction d'une multitude d'objets appartenant à une collection. Il se différencie en cela d'Euclide, où le nombre était traité comme une grandeur.

---

[5] Soulignement personnel

2.1.2.2 Le contenu arithmétique chez Nicomaque

En ce qui a trait au contenu, Nicomaque aborde l'arithmétique selon quatre angles. Le premier est l'étude des nombres comme tels qu'il caractérise selon leur parité. Nicomaque partage les nombres pairs en différentes catégories :

(1) Even times even, that is, numbers of the form 2^n ;
(2) Odd times even, of the form $2^n(2\,k + 1)$, $n > 1$;
(3) Even times odd, of the form $2\,(2\,k + 1)$ (Nicomaque, 1926, p. 49)

Les nombres pair-pair et impair-pair renvoient à une puissance de deux. En ce qui concerne les nombres impairs, Nicomaque les répartit en trois familles : « les nombres premiers et incomposés ; les nombres seconds et composés ; les nombres seconds et composés en eux-mêmes mais premiers et incomposés relativement. » (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 478). Nicomaque n'aborde pas les nombres premiers comme une entité indépendante, puisqu'il s'agit d'un nombre impair.

Par la suite, le contenu arithmétique de Nicomaque porte sur l'étude des rapports entre les nombres. Nicomaque définit la notion de rapport et de proportion de façon très générale. Le tableau 2.1 montre le vocabulaire technique qu'utilise Nicomaque à leur propos ainsi que les rapports correspondants.

Tableau 2.1 La classification des rapports de Nicomaque (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 486)

Nombres pythmènes		**Rapports**		**Exemples**
A	B	A : B	B : A	
N	1	multiple	sous-multiple	Double, triple, quadruple, « sous-double », « sous-triple »...
N + 1	n	épimore	sous-épimore	hémiole, épitrite, épiquatre... « sous-hémiole », « sous-épitrite »...
N + k $2 \leq k < n$	n	épimère	sous-épimère	épidimère, épitrimère... épiditrite, épidiquatre...
m.n + 1	n	multiépimore	s.-multiépimore	« double-éphémiole », « double-épitrite »... « triple-éphémiole »...
m.n + k	n	multiépimère	s.-multiépimère	« double-épidimère », « double-épitrimère », « triple-épidomère »...

Le contenu arithmétique qui intéresse ensuite Nicomaque porte sur l'étude des nombres figurés. Étant donné que Nicomaque ne voit pas les nombres comme des grandeurs, mais comme une multitude d'unités, dépendant de la façon dont les unités sont disposées, des figures planes ou tridimensionnelles peuvent être créées. Nicomaque parle alors des nombres triangulaires, carrés, pentagonaux, hexagonaux (figure 2.3), heptagonaux, octogonaux, pyramidaux (figure 2.4), cubiques, etc. Il montre la façon de les construire et donne plusieurs exemples de nombres figurés. De plus, il précise comment trouver la suite des nombres figurés quels qu'ils soient (triangulaires, carrés, etc.).

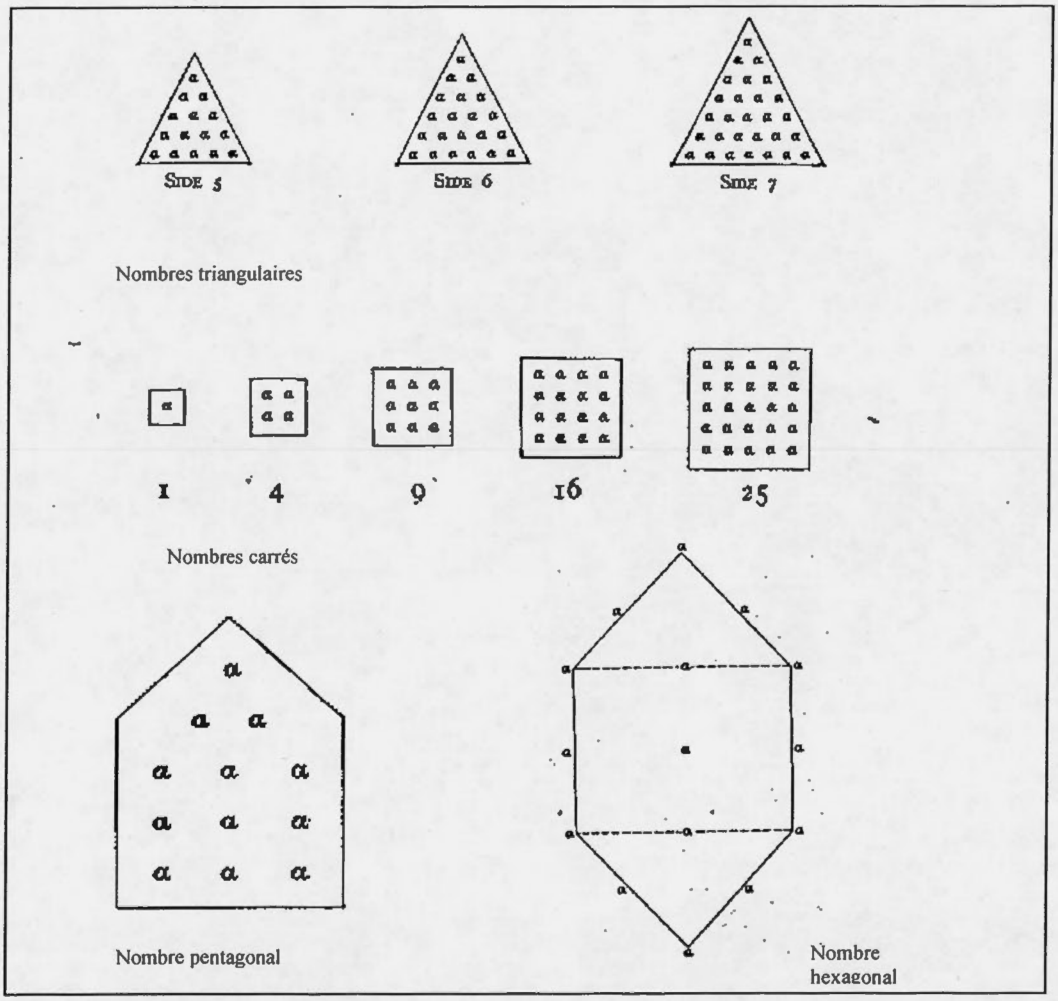


Figure 2.3 Exemples de nombres triangulaires, carrés, pentagonaux et hexagonaux dans le livre « Introduction to Arithmetic » (Nicomaque, 1926, p. 242-245)

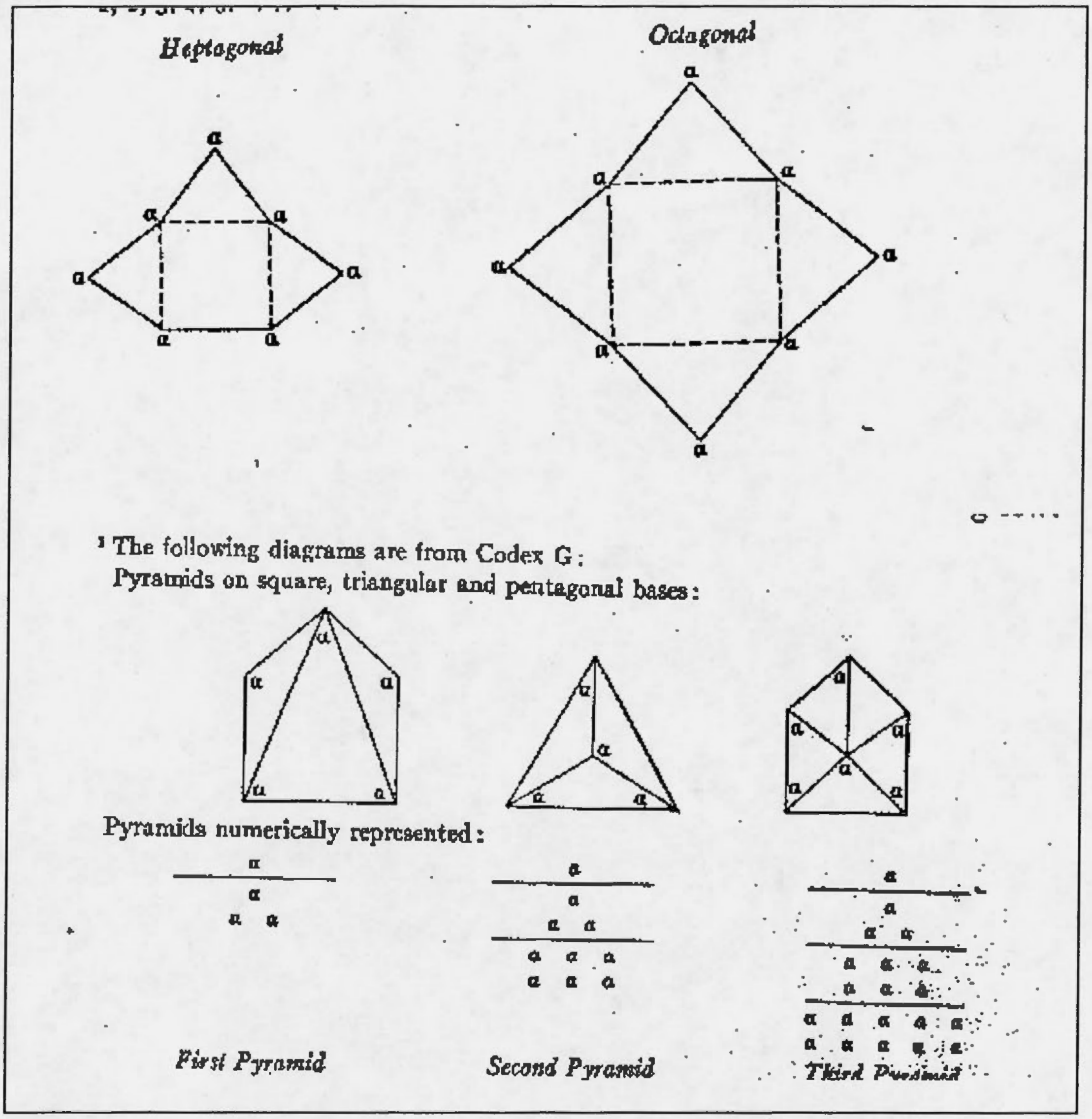


Figure 2.4 Exemples d'un nombre heptagonal, octogonal et des nombres pyramidaux dans « Introduction to Arithmetic » (Nicomaque, 1926, p. 246 et p. 250)

La dernière section arithmétique abordée par Nicomaque est celle qui a trait aux proportions dans laquelle on retrouve plusieurs exemples numériques. À partir de ces exemples, il fait ressortir certaines règles. La généralisation des règles de proportions se fait à partir d'exemples et n'est pas démontrée.

Le contenu arithmétique chez Nicomaque s'intéresse donc à la parité, aux rapports entre les nombres, aux nombres figurés et aux proportions. Une bonne partie de son ouvrage est consacrée aux nombres figurés. De plus, il présente une table de multiplication permettant de retrouver les multiples (Robbins et Karpinski dans Nicomaque, 1926, p. 53). Avec cette table de multiplication, on retrouve là une idée d'outil, celle-ci permettant de trouver rapidement les multiples d'un nombre. Nous verrons maintenant comment Nicomaque aborde l'arithmétique, quel traitement il en fait.

2.1.2.3 Le traitement de l'arithmétique chez Nicomaque

Pour Nicomaque, l'arithmétique est le domaine source des mathématiques, celui qui vient naturellement avant les autres :

> Which then of these four methods must we first learn ? Evidently, the one which naturally exists before them all, is superior and takes the place of origin and root and, as it were, of mother to the others. And this is arithmetic, not solely because we said that it existed before all the others [...], but also because it is naturally prior in birth, inasmuch as it abolishes other sciences with itself, but is not abolished together with them. (Nicomaque, 1926, p. 187)

Cette justification se retrouve au début de l'ouvrage. Nous voyons que l'arithmétique a une importance cruciale pour l'auteur. Nicomaque dit que l'arithmétique est la mère de tous les autres domaines mathématiques, le domaine fondamental.

Dans sa manière d'aborder l'arithmétique, Nicomaque, par ailleurs, ne procède pas de façon déductive :

> A son lecteur Nicomaque propose l'acquisition d'un vocabulaire technique [...]. Pour lui faciliter la tâche il lui fournit de nombreux exemples. De notre point de vue, on pourrait ajouter qu'il attend de son lecteur une certaine activité que l'on pourrait décrire comme une « expérimentation » sur les nombres, procédant souvent par induction : « test » des définitions sur les exemples, engendrement des différentes séquences de

> nombres sur lesquelles on peut aussi dégager quelques propriétés. (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 482-483)

Ainsi, Nicomaque procède par induction (il attend du lecteur une expérimentation sur les nombres, sur des exemples). Il donne plusieurs exemples qui permettent d'induire certaines propriétés. De plus, dans ses commentaires, Vitrac mentionne que le vocabulaire technique est important pour Nicomaque.

Nicomaque présente de plus des procédures et des méthodes[6] arithmétiques à suivre dans « Introduction to Arithmetic » :

> Nicomaque parle alors de « méthode » [...] ou de « règles de procédure »[...] qu'il faut suivre ; comme dans les textes scolaires le lecteur est interpellé : « pose ceci ; fais cela... » ; les procédures sont présentées comme une suite d'opérations à enchaîner ; dans l'*Introduction* il s'agit en général de produire certains nombres qui n'ont pas une « ecthèse » si naturelle que cela. Relevons :
>
> a) la genèse des impair-pairs ;
> b) le crible d'Ératosthène ; [...]
> c) l'anthyphérèse ;
> d) la genèse des nombres parfaits ;
> e) les règles dites d'Adraste ;
> f) la détermination des trois médiétés fondamentales.
>
> Ces prescriptions évoquent une pédagogie par l' « exemple »[...] (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 491-492)

Ce type de présentation de l'arithmétique a fait en sorte que Nicomaque a été « [jugé] plutôt sévèrement par les historiens des mathématiques ; l'absence de démonstrations dans ses traités est interprétée comme l'indice d'une décadence mathématique générale, propre à l'Antiquité tardive » (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 474). Il s'agit, nous le voyons, d'un traitement de l'arithmétique très différent de celui que l'on retrouvait chez Euclide. Nous

---

[6] Procédure : Ensemble de règles d'organisation d'ordre administrative pour parvenir à un certain résultat. (Rey, 1988, p. 1534)
Méthode : Marche, ensemble de démarches que suit l'esprit pour découvrir et démontrer la vérité. (Rey, 1988, p. 1191)
Une méthode se veut plus ouverte qu'une procédure qui doit suive un certain ordre préétabli.

reviendrons maintenant sur ce qui se dégage de cette première analyse de l'arithmétique chez les grecs.

2.1.3 Évolution de ce que recouvre l'arithmétique chez les Grecs

Le survol de ces deux ouvrages nous montre qu'il y a eu une évolution importante relativement à ce que représente l'arithmétique pendant la durée de près de cinq siècles qui a séparé Nicomaque d'Euclide. Plusieurs différences sont observables. La première se retrouve dans la nature même du nombre chez les deux auteurs. Même si les définitions propres à chacun des auteurs sont semblables dans leur formulation : « Et un nombre est la multitude composée d'unités. » (Euclide, 1994, p. 247) et « Number is limited multitude or a combination of units or a flow of quantity made up of units » (Nicomaque, 1926, p. 190), la différence se retrouve dans le sens accordé au nombre. Euclide perçoit le nombre comme étant une grandeur, le nombre est associé à un objet géométrique, tandis que Nicomaque le perçoit comme étant une multitude d'unités, comme le résultat du processus d'abstraction d'objets d'une collection.

La deuxième différence entre Euclide et Nicomaque a trait au contenu. Pour Nicomaque, un nombre premier n'est en fait qu'un nombre impair. Il ne leur accorde donc pas autant d'importance qu'Euclide qui, lui, prend le temps de les définir et de démontrer certaines propositions utilisant les nombres premiers. De plus, étant donné la conception du nombre de Nicomaque, ce dernier a un intérêt pour les nombres figurés. Plusieurs chapitres de son ouvrage en traitent. Euclide démontre des propositions portant sur le PPCM et le PGCD, tandis que Nicomaque ne les traite pas du tout. Le fait qu'Euclide s'intéresse aux facteurs (et facteurs premiers) d'un nombre peut expliquer pourquoi ces deux notions sont abordées chez Euclide et ne le sont pas chez Nicomaque. Par contre, Nicomaque présente une table de multiplication permettant au lecteur de retrouver les multiples des nombres (Robbins et Karpinski dans Nicomaque, 1926, p. 53).

Euclide recherche une structure des nombres, il veut comprendre leur fondement. Il tente aussi de théoriser les nombres premiers. Cette recherche de structure peut se voir, selon nous, dans l'importance qu'il accorde aux démonstrations. Cette recherche de structure explique le fait qu'Euclide s'intéresse au PGCD et au PPCM ainsi qu'aux nombres premiers.

Au contraire, pour Nicomaque, les démonstrations n'ont pas de place, car il fait ressortir ses propriétés à partir d'exemples. C'est pour cette raison que nous pensons que le PPCM, le PGCD et l'étude des nombres premiers n'est pas abordée par cet auteur. Euclide cherche à comprendre davantage les opérations sur les nombres et leurs propriétés, à partir d'une généralisation et à les démontrer, tandis que Nicomaque fait ressortir ces propriétés, ces règles à partir d'observations/expérimentations sur les nombres.

La différence la plus importante ne se retrouve pas tant au niveau du contenu, que du traitement qu'Euclide et Nicomaque font de l'arithmétique, ainsi qu'au statut qu'ils lui accordent. Euclide croit d'abord que le domaine fondamental des mathématiques est la géométrie. L'étude des nombres est un cas particulier d'étude des grandeurs, car un nombre est la mesure exacte d'une grandeur. De l'autre côté, Nicomaque situe l'arithmétique comme la « mère des autres domaines ».

De plus, Euclide présente ses livres arithmétiques comme étant un recueil de preuves. Euclide a une approche déductive de l'arithmétique. À l'opposé, Nicomaque présente dans son ouvrage plusieurs exemples à partir desquels il énonce certaines règles, propriétés... Il a une approche inductive. Comme l'a mentionné Vitrac dans ses commentaires, Nicomaque présente plutôt des « règles de procédure » (Vitrac dans Euclide, 1994, p. 491). Les différences entre les deux auteurs sont donc importantes.

Cette évolution nous montre que l'arithmétique peut être abordée de deux façons différentes. Dans un cas, les démonstrations seront plus présentes que dans l'autre. De plus, le contenu arithmétique peut changer au fil du temps. La conception différente du nombre, les nuances au niveau du contenu et le traitement fait de l'arithmétique seront des caractérisations à observer lors de l'analyse de manuels. De plus, la place de l'arithmétique par rapport aux autres domaines mathématiques a changé chez ces deux auteurs, cette évolution se retrouvera peut-être aussi dans l'enseignement de l'arithmétique.

2.1.4 Une première grille d'analyse se dégageant de l'étude de l'arithmétique chez les Grecs

Afin de construire une grille d'analyse qui nous permettra de caractériser ce que recouvre l'arithmétique, nous essaierons de dégager à mesure de notre analyse historique les éléments qui caractérisent chacune des périodes. Le tableau 2.2 fait ressortir les caractéristiques de l'arithmétique chez Euclide et Nicomaque, et pointe ainsi quatre angles possibles d'analyse pour aborder l'étude ultérieure. Cette grille pourra être utilisée, par la suite, pour analyser les manuels scolaires en arithmétique.

Tableau 2.2 Caractérisation de l'arithmétique chez Euclide (E) et Nicomaque (N), un premier angle d'analyse.

Place de l'arithmétique par rapport aux autres domaines	Nature du nombre	Contenu arithmétique	Traitement de l'arithmétique
• L'arithmétique est la « mère » des autres domaines mathématiques (Nicomaque); o L'arithmétique est moins importante que la géométrie, car elle se veut une suite logique à la géométrie. (Euclide)	• Vision du nombre comme étant une multitude (N). o Vision du nombre comme une grandeur, le nombre est représenté par un segment (E).	• Nombres figurés (N) ; o Nombres premiers et nombres premiers entre eux (E) ; o PPCM et PGCD (E) ; o Nombres plans et nombres solides (incluant les carrés et les cubiques) (E) ; o Progressions et séries, arithmétiques et géométriques (E) ; o Nombres parfaits (E) ; ▪ La parité des nombres (E, N) ; ▪ Proportions : études de leurs propriétés et recherche d'une quatrième proportionnelle (E, N).	• Approche inductive, avec plusieurs exemples à partir desquels on ressort des propriétés du nombre et des propriétés entre les nombres (N) ; • Présentation de règles de procédure et de méthodes pour présenter les propriétés des nombres / approche procédurale (N); o Approche déductive, avec démonstration de propositions portant sur les nombres / importance des raisonnements déductifs et des preuves (E).

Cette grille est issue de l'analyse de l'arithmétique chez Euclide et Nicomaque. Nous faisons maintenant un saut dans le temps pour aborder le XIII^{e} siècle et l'ouvrage de Fibonacci.

2.2 L'Arithmétique au XIII^{e} siècle

L'auteur choisi pour le XIII^{e} siècle est le mathématicien Leonardo Pisano (Léonard de Pise), mieux connu sous le nom de Fibonacci, signifiant le fils de Bonaccio. L'ouvrage que nous étudierons est une traduction du « Liber Abaci » par Laurence E. Sigler[7] (2003). Ce livre a été publié pour la première fois en 1202 et en une seconde version en 1228. La traduction étudiée est celle de 1202. Nous présenterons l'arithmétique de Fibonacci en quatre sections. La première portera sur le lien entre l'arithmétique et la géométrie. La deuxième aura trait à la finalité que Fibonacci donne à son ouvrage. La troisième section rendra compte du contenu de l'arithmétique et nous terminerons par l'approche utilisée par Fibonacci dans son livre.

2.2.1 Le lien entre l'arithmétique et la géométrie selon Fibonacci

Avant d'entrer dans le vif du sujet, Fibonacci écrit une dédicace et un prologue à son « Liber Abaci » qui nous permet de situer la façon dont il voit l'arithmétique en regard des autres domaines des mathématiques. Dans ce prologue, il établit clairement un lien entre l'arithmétique et la géométrie :

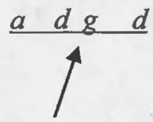
> In it I presented a full instruction on numbers close to the method of the Indians, whose outstanding method I chose for this science. And because arithmetic science and geometric science are connected, and support one another, the full knowledge of number cannot be presented without encountering some geometry, or without seeing that

[7] Comme pour l'ouvrage d'Euclide et de Nicomaque, nous mettrons (Fibonacci, 2003) comme référence. Cette référence se retrouve à la fin du mémoire.

operating in this way on numbers is close to geometry; the method is full of many proofs and demonstrations which are made with geometric figures[8]. (Fibonacci, 2003, p. 15)

Comme on le voit dans cet extrait, pour Fibonacci, la géométrie et l'arithmétique sont deux domaines mathématiques se supportant l'un l'autre. L'apprentissage complet du nombre se fait en lien avec la géométrie. Dans le livre, ce lien se retrouve au chapitre 14 et au chapitre 15 où Fibonacci représente des nombres par des segments dans les marges du texte :

Another Method of Proportion on Three Numbers.



Let truly *.ag.* be to *.ad.* as *.bg.*, and let the first number *.ag.* be unknown; the others *.ab.* and *.ad.* are truly known; because as *.bg.* is to *.gd.*, so is *.ga.* to *.da.*, when you will permute, *.bg.* will be to *.ga.* as *.gd.* is to *.da.*, and when you will add, as *.bg.* is to *.ga.*, that is as *.ba.* is to *.ga.*, so is *.gd.* to *.da.*, that is as *.ga.* is to *.da.*; therefore the numbers *.ab.*, *.ag.*, and *.ad.* are in continued proportion; therefore when the number *.ag.* is unknown, then *.ad.* will be multiplied by *.ab.*; the root of the product is the number *.ag.*, and if the number *.ab.* is unknown, then you divide the square of the number *.ag.* by *.ad.*; and conversely if the number *.ad.* is unknown, as well if either of the two others are unknown, then you will be able to find the others [...] (Fibonacci, 2003, p. 538-539)

Nous remarquons que dans l'exemple précédent, les nombres sont représentés par un segment dans la marge. Fibonacci réutilise ce même genre de représentation tout au long de ces chapitres. Les nombres peuvent donc avoir une représentation géométrique. Par contre, dans les autres chapitres, Fibonacci ne réutilise jamais cette représentation du nombre. C'est pour cette raison qu'il dit que le nombre ne peut être pleinement compris qu'avec la géométrie.

Dans le prologue, Fibonacci donne ensuite la finalité de son ouvrage.

[8] Dans cette citation, Fibonacci entend par « geometric figures » la représentation écrite des chiffres indo-arabes et non pas dans le sens actuel.

2.2.2 La finalité du livre de Fibonacci

Fibonacci fait part au lecteur, au début du « Liber Abaci », que malgré l'apparence d'une visée théorique au début de l'ouvrage, l'insistance est mise sur l'apprentissage de l'arithmétique par une utilisation pratique de celle-ci :

> To be sure, this book looks more theory than practice. Hence, whoever would wish to know well the practice of this science ought eagerly to busy himself with continuous use and enduring exercise in practice, for science by practice turns into habit; memory and even perception correlate with the hand and figures, which as an impulse and breath in one and the same instant, almost the same, go naturally together for all; and thus will be made a student of habit; following by degrees he will be able easily to attain this to perfection. (p. 15)

Comme le mentionne Fibonacci, c'est la pratique qui amène le développement de la « perfection » dans ce domaine. Il a donc pour but de montrer au lecteur comment atteindre cette perfection. L'ouvrage a une visée pédagogique : « And to reveal more easily the theory I separated this book into xv chapters, as whoever will wish to read this book can easily discover. » (p.15). Ceci influencera la présentation du contenu et le contenu lui-même.

2.2.3 Le contenu de l'arithmétique chez Fibonacci

Le « Liber Abaci » est divisé en quinze chapitres que nous classons, par souci de clarté, en 5 catégories. Le tableau 2.3 montre la classification que nous avons faite qui permet de voir plus facilement le contenu arithmétique du livre.

Tableau 2.3 Une catégorisation du contenu arithmétique chez Fibonacci

Catégories	Chapitres	Contenu
1. Système de numération	▪ Chapitre 1 : « Here begins the First Chapter. » (Fibonacci, 2003, p.17)	– Présentation des chiffres arabo-indiens (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) et du zéro ; – Explication du fonctionnement du système de positions ; – Exemples de nombres romains réécrits avec la notation indienne ; – Tables d'addition et de multiplication.
2. Opérations de base : addition, soustraction, multiplication et division	▪ Chapitre 2 : « Here Begins Chapter Two on the Multiplication of Whole Numbers. » (Fibonacci, 2003, p.23)	– Propriété de la multiplication ; – Multiplication de nombres naturels.
	▪ Chapitre 3 : « Here Begins the Third Chapter on the Addition of Whole Numbers. » (Fibonacci, 2003, p. 39)	– Addition de nombres naturels.
	▪ Chapitre 4 : « Here Begins the Fourth Chapter on the Subtraction of Lesser Numbers from Greater Numbers. » (Fibonacci, 2003, p. 45)	– Soustraction de nombres naturels.
	▪ Chapitre 5 : « Here Begins the Fifth Chapter on the Division of Integral Numbers. » (Fibonacci, 2003, p. 49)	– Signification d'une fraction : sens quotient ; – Table de division ; – Divisions de nombres naturels ; – Division par un nombre premier ; – Décomposition d'un nombre par ses facteurs premiers ; – Preuve par 7, 9, 11, 13.
	▪ Chapitre 6 : « Here Ends the Fifth Chapter and Begins the Sixth Chapter on the Multiplication of Integral Numbers with Fractions. » (Fibonacci, 2003, p. 77)	– Multiplication d'un nombre par une fraction.
	▪ Chapitre 7 : « Here Begins the Seventh Chapter on the Addition and Subtraction and Division Of Numbers with Fractions and the Reduction of Several Parts to a Single Part. » (Fibonacci, 2003, p. 99)	– Addition de fractions et de nombres fractionnaires ; – Soustraction de fractions et de nombres fractionnaires ; – Division de fractions entre elles et division d'un nombre naturel par un nombre fractionnaire.

3. Applications pratiques	▪ Chapitre 8 : « Here Begins Chapter Eight on Finding The Value of Merchandise by the Principal Method » (Fibonacci, 2003, p. 125)	– Recherche d'une quatrième proportionnelle dans des contextes de ventes et d'achats.
	▪ Chapitre 9 : « Here Begins Chapter Nine on the Barter of Merchandise and Similar Things. » (Fibonacci, 2003, p. 179)	– Exemples de calcul sur le troc d'objets (ex. combien vaut un certain poids de cannelle en livres de poivre…) ; – Exemples de troc avec de l'argent ; – Problèmes de transport (ex. quelle quantité d'orge faut-il pour trois hommes et deux chevaux pour un voyage de 5 jours ?).
	▪ Chapitre 10 : « Here Begins Chapter Ten on Companies and Their Members. » (Fibonacci, 2003, p. 213)	– Exemples de partage du profit selon le nombre de membres et leur part dans une compagnie.
	▪ Chapitre 11 : « Here Begins Chapter Eleven on the Alloying of Monies. » (Fibonacci, 2003, p. 227)	– Exemples de calcul pour évaluer la valeur des alliages de la monnaie.
	▪ Chapitre 12 : « Here Begins Chapter Twelve. » (Fibonacci, 2003, p. 259)	– Résolution de différents problèmes : progressions arithmétiques mises en contexte, répartition d'argent selon certaines proportions, problèmes de voyageurs, de fausses positions contextualisés, de divination, de puissance de deux et d'intérêt.
	▪ Chapitre 13 : « Here Begins Chapter Thirteen on the Method Elchataym and How with It Nearly All Problem of Mathematics Are Solved. » (Fibonacci, 2003, p. 447)	– Résolution de problèmes de double fausse position et présentation d'une méthode générale permettant la résolution de tous les problèmes de fausse position, l'Elchataym.
4. Opérations sur les racines	▪ Chapitre 14 : « Here Begins the Fourteenth Chapter, On Finding Square and Cubic Roots, and on the Multiplication, Division, and Subtraction of Them, and On the Treatment of Binomials and Apotomes and their Roots » (Fibonacci, 2003, p. 489).	– Recherche de racines (carrées ou cubiques) ; – Multiplication de racines carrées ; – Addition, Soustraction et Division de racines carrées ; – Division de binômes, de nombre rationnel et d'irrationnel ; – Trouver la racine d'un binôme – Addition, Soustraction, Multiplication et Division de racines cubiques.
5. Lien avec la géométrie et le fonctionnement de l'algèbre	▪ Chapitre 15 : « Here Begins Chapter Fifteen on Pertinent Geometric Rules And on Problems of Algebra and Almuchabala » (Fibonacci, 2003, p. 531).	– Méthode générale pour trouver des proportions ; – Résolution de problèmes géométriques ; – Fonctionnement de l'Algèbre et le l'Almuchabala : règles de réduction et de simplification dans la résolution d'équation.

Le premier chapitre sert à expliquer le système positionnel indien. Les chapitres deux à sept portent sur les opérations sur les nombres ainsi que sur le PPCM et le PGCD et le critère de divisibilité par 9[9] (Picutti, 1994). Il est à noter que lorsque Fibonacci parle de « Whole Numbers », il ne s'agit pas des entiers comme nous l'entendons actuellement, mais plutôt des nombres naturels. Il y a seulement les propriétés de la multiplication qui sont mentionnées, sans toutefois être démontrées. Fibonacci ne parle pas des propriétés des autres opérations. Dans les chapitres cinq à sept, l'auteur traite des « Integral Numbers ». Il s'agit de nombres exprimés avec des fractions. Ces nombres peuvent comprendre une partie entière et fractionnaire ou renvoyer à une fraction qui doit être plus petite que l'entier. Fibonacci donne des tables afin d'expliquer le fonctionnement des fractions.

Dans les chapitres 8 à 13, l'auteur présente plusieurs situations commerciales dans lesquelles les calculs arithmétiques sont utilisés. Ces chapitres sont une partie importante du « Liber Abaci », car ils couvrent plus de la moitié du livre. Les exemples sont variés.

Le chapitre 14 quitte les contextes pour revenir à des objets mathématiques. Dans ce chapitre, Fibonacci traite des racines carrées, cubiques, des binômes... Il n'y a pas d'exemple contextualisé comme c'est le cas dans les chapitres 8 à 13.

Le dernier chapitre montre, dans un premier temps, l'application de l'arithmétique à des situations géométriques. Il y a des exemples purement mathématiques, comme « Here Begins Proportions on Four Numbers » (Fibonacci, 2003, p. 540) et des exemples de problèmes contextualisés : « On a Man Who Made On Trip » (p.546). Les proportions sont traitées en faisant le lien avec la géométrie :

> This last chapter has three parts: the first of them will be on proportions of three and four quantities to which are reduced many solutions of pertinent geometric problems; the second will be on the solution of certain geometric problems [...] (p. 531)

---

[9] Nous n'avons pas retrouvé le chapitre où ces notions sont traitées lors de notre lecture.

Les exemples donnés pour les proportions sont seulement numériques. La deuxième partie comporte des exemples de problèmes de géométrie mis en contexte. Le chapitre se termine par le fonctionnement de l'algèbre et de l'« Almuchabala » et fournit différents problèmes résolus avec ces méthodes. Ainsi, l'algèbre est incluse dans le « Liber Abaci ». Il s'agit d'une méthode générale pour résoudre des équations du premier et du second degré (Picutti, 1994). Sans toutefois être considérée comme de l'arithmétique, car Fibonacci la traite dans un chapitre à part, l'algèbre apparaît en fait comme la continuité de l'arithmétique, dans une optique plus générale. Fibonacci ne la considère pas comme domaine indépendant de l'arithmétique, mais plutôt comme une généralisation de celle-ci. Par contre, il est impossible de dire s'il considère l'algèbre comme un sous-domaine de l'arithmétique.

L'étendue de l'arithmétique, chez Fibonacci, est visible à travers les cinq catégories précédentes (tableau 2.3). La première étant le fonctionnement de la numération indienne. La deuxième traite des quatre opérations sur les nombres. Dans la troisième catégorie, il s'agit de problèmes pratiques pour des marchands, catégorie occupant la majeure partie de l'ouvrage. Le contenu est donc orienté surtout vers la pratique, ce qui rejoint la finalité que donne Fibonacci à son livre dans le prologue. Le contenu de la quatrième catégorie a trait à tout ce qui porte sur les opérations avec des racines. La dernière catégorie renvoie à l'algèbre ainsi qu'au lien entre la géométrie et l'arithmétique.

2.2.4 Le traitement de l'arithmétique chez Fibonacci

Le contenu arithmétique du « Liber Abaci » est présenté de la même façon dans les sept premiers chapitres. Dans un premier temps, Fibonacci présente une méthode générale de résolution. Par la suite, il appuie celle-ci en l'illustrant à l'aide d'exemples. Les méthodes présentées, dans la plupart des cas, sont des algorithmes[10].

---

[10] Ce que nous entendons par algorithme est un « ensemble de règles opératoires propre à un calcul » (Rey, 1987, p. 48). La différence entre une méthode et un algorithme est que la méthode n'impose pas une écriture des calculs, mais suggère une démarche à suivre. Dans l'algorithme, le lecteur sait exactement où il doit écrire chacune des étapes.

L'extrait suivant illustre la présentation d'un tel algorithme pour la multiplication, suivi d'un exemple précis de calcul :

> *When moreover you wish to multiply any number of two places by any number of the same number of places, whether the numbers are equal or unequal*, you write the number beneath the number so that like places are below like places; and if the numbers are unequal, let the greater below the lesser, and one begins the multiplication in the first place of the numbers, as in the tables written before. Then one multiplies the figure in the first place of the upper number in the aforewritten table by the figure in the first place in the lower, and the units are written over the first place of the aforewritten numbers, and for each ten a one is held in the left hand; next one multiplies the figure in the first place of the upper number by the figure in the second place, namely by the last figure in the lower number, and vice versa; the figure un the first place in the lower is multiplied by the last figure un the upper, and all are added in hand with the kept tens; and again the units are written above second place, and the tens are held in the hand. Also the last figure in the upper number is multiplied by the last in the lower, and whatever will result from the multiplication is added to the tens held in hand and the units in the third place, and the tens made above will be put in the fourth, and the multiplication of any numbers whatsoever from ten up to one hundred will be had. *For example, if one will wish to find the multiplication of 12 by 12*, then 12 is written in the chalk table in which the letters are easily deleted, as is shown written in this margin; the first place in the lower number is below the first place in the upper, that is the figure two below the figure two, and the second place in the lower below the second in the upper, namely the figure one below the figure one, and the two is multiplied by the two; there will be 4 that is put above both of the twos, as is placed in the first illustration. Again the upper 2 is multiplied by the one which is in the second place of the lower number; there will be 2 which is kept in hand, and again the 2 in the lower number is multiplied by the 1 in the upper; there will be 2 which one is adds with the above held two; there will be 4 that is put over each unit which makes the 4 in the second place after the prior put figure 4 making the first place, as is written in the second illustration; and also the 1 in the upper number is multiplied by the one in the lower making 1; this is written in the third place, namely after the written 44, as is shown in the third and last illustration, And in this total results the multiplication of 12 by itself, namely 144. (p. 23-24).

Illustration

First	*4*
	12
	12

Second	*44*
	12
	12

Last	*144*
	12
	12

La même démarche est reprise pour les autres opérations. Plusieurs exemples sont donnés pour montrer le fonctionnement de l'algorithme. De plus, Fibonacci montre des méthodes qui permettent de vérifier le calcul effectué :

Check

However if one will wish to have the residue of the prescribed subtraction, or any other which he knows, then he takes the residue of each number according to that which we taught in multiplication. And he subtracts the residue of the smaller number, if it is possible, from the residue of the larger number; otherwise he adds to the residue of the larger number modulus, namely 9, and the difference will be had for the residue of the same subtraction. (p. 46)

Dans cette citation, Fibonacci ne donne pas d'algorithme pour la vérification d'une soustraction. Il décrit seulement la méthode qu'il faut prendre pour faire une vérification. Les vérifications de calcul ne sont jamais présentées en algorithme comme c'est le cas avec les opérations de base, mais toujours sous forme de méthode.

Pour les chapitres 8 à 12, ceux portant sur des contextes, Fibonacci présente aussi des algorithmes :

Pepper for Cinnamon.

A hundredpound of pepper is worth 13 pounds, and a hundredweight of cinnamon is worth 3 pounds; it is sought how many rolls of cinnamon are had for 342 pounds of pepper; *you write down the problem as stated above; you find the ratio* of the quantity of

rolls of cinnamon		*pounds [value]*		*pounds of pepper*
$\boxed{1482}$		13		100
	*		*	
	*		*	
100		3		342

the first merchandise to the second, a hundredfold three to a hundredfold 13; and because as is total to total, so is part to part; there will be therefore a hundredth hundredfold three to a hundredth hundredfold 13, that is 3 to 13, as the first number to the second number.

And from this which indeed apparent, that when the quantities of the two merchandise of the sale are the same, then as the number of the second price is to the number of the first price, so is the number of the first merchandise to the number of the second.

rolls of cinnamon		*pounds [value]*		*pounds of pepper*
342		13		100
	*		*	
	*		*	
100		3		$\boxed{\frac{12}{13}78}$

Therefore you divide by the 3; the quotient will be 1482 rolls of cinnamon which you write in the problem above the 100 rolls; or in a second way of this art, the 342 and the 13 which are diagonally opposite are multiplied; the product is multiplied by 100 rolls of cinnamon; the product of the three multiplied numbers is divided by the 3; and the 100. Whence if the 100 is left off from both parts, there will remain only the multiplication of the 342 by the 13, and the division by the 3, as we did above. And if you wish to have 342 rolls of cinnamon, then you put the 342 above the 100 rolls of cinnamon, and you multiply it by the 3, and the product by the 100 pounds of pepper, and you divide the product by the 100 rolls of cinnamon, and by the 13; however you omit the 100 from this, that is you multiply the 342 by the 3m and you divide by the 13; the quotient will be $\frac{12}{13}78$ pounds of pepper that you write below the 100 pounds of pepper. (p. 181)

Tous les problèmes sont résolus ainsi. Certains ont plus d'une méthode de résolution, mais Fibonacci explique toujours le fonctionnement de l'algorithme par un exemple numérique.

Dans le chapitre 13, il montre une méthode générale pour résoudre les problèmes de fausse position. Encore une fois, c'est à l'aide d'exemples numériques qu'il fonctionne. Il en va de même pour les chapitres 14 et 15.

La démarche utilisée par Fibonacci dans le « Liber Abaci » est donc de présenter les différents algorithmes de calculs, énoncés de façon générale et appuyés par des exemples numériques par la suite. Les exemples sont décontextualisés lors des sept premiers chapitres (on travaille sur des nombres abstraits). Ils sont concrets dans le cas des applications pratiques, chapitres 8 à 13, référant à des contextes précis de commerce où les nombres sont le poids d'un produit, de l'argent, le nombres de jours, etc. Pour ce qui est du chapitre 14, tous les problèmes présentés sont sans contexte. Dans le dernier chapitre, celui portant sur le lien avec la géométrie et sur le fonctionnement de l'algèbre, Fibonacci utilise seulement des problèmes numériques, sauf pour quelques exemples ayant trait aux problèmes géométriques. Dans les deux derniers chapitres, les nombres sont représentés par des segments. Le traitement de l'arithmétique par Fibonacci présenté ci-dessus est cohérent avec la finalité pratique qu'il donne à son livre.

2.2.5 La grille d'analyse qui se dégage de cette étude de l'arithmétique au XIII^e^ siècle

À la lumière de ce que nous venons de présenter, le tableau 2.4 fait ressortir les caractéristiques de l'arithmétique dans le « Liber Abaci ».

Dans le « Liber Abaci » de Fibonacci, nous avons vu que l'auteur considère l'arithmétique et la géométrie comme étant interreliées et se supportant l'une l'autre. De plus, la finalité de Fibonacci est de faire un ouvrage permettant aux lecteurs (commerçants, marchands...) d'utiliser l'arithmétique. Cette finalité se retrouve dans le traitement et le contenu du livre. Fibonacci utilise beaucoup d'exemples pour monter le fonctionnement des algorithmes de calcul et ces exemples sont souvent tirés de situations commerciales. Il traite de problèmes pratiques, et ces derniers prennent beaucoup de place dans l'ouvrage. Nous passons maintenant aux œuvres de Chuquet pour le XV^e^ siècle.

Tableau 2.4 Caractérisation de l'arithmétique chez Fibonacci

Lien entre l'arithmétique et la géométrie	**Finalité du « Liber Abaci »**	**Facette du nombres**	**Contenu**	**Traitement**
• L'arithmétique et la géométrie sont interreliées, se supportent l'une l'autre.	• But pratique de l'arithmétique présentée à des fins de calculs ; résolutions de problèmes de commerce.	• Utilisation de nombres purs, détaché de tout contexte, (dans les 7 premiers chapitres) ; • Utilisation de nombres concrets représentant des objets de commerce : poids, argent, etc. (dans les chapitres 8 à 13) ; • Utilisation de nombres représentés par des segments (dans les chapitres 14 et 15).	Système de numération : • Fonctionnement du système positionnel indien ; Opérations de bases : • Opérations sur les nombres naturels, sur les fractions et sur les racines (nombres irrationnels) : Addition, Soustraction, Multiplication et Division ; • Critères de divisibilité ; • PGCD et PPCM ; • Décomposition en facteurs premiers ; Applications pratiques : • Recherche d'une quatrième proportionnelle dans des problèmes concrets de marchands ; • Résolution de problèmes commerciaux : troc, alliage, distribution des profits, etc. ; • Recherche des racines d'un nombre ; Opérations sur les racines : • Résolution de problèmes de fausse position ; Lien avec la géométrie et le fonctionnement de l'algèbre : • Application de l'arithmétique en géométrie ; • Fonctionnement et problèmes d'Algèbre.	• Présentation d'algorithmes (méthodes de calcul très détaillées) ; • Utilisations d'exemples numériques pour bien voir le fonctionnement des algorithmes de calcul ; • Présentation de méthodes de vérification des calculs ; • Mise en pratique des méthodes dans des situations commerciales/ problèmes de marchands.

2.3 L'Arithmétique au XV^e siècle

L'auteur choisi pour le XV^e siècle est Nicolas Chuquet (1445-1500), un mathématicien de la Renaissance. L'ouvrage que nous avons consulté est « Nicolas Chuquet, Renaissance Mathematician, A study with extensive translation of Chuquet's mathematical manuscript completed in 1484 ». Il s'agit d'une traduction anglaise commentée par Flegg, Hay et Moss[11] (1985). Cette traduction comprend « The Triparty » ainsi que les manuscrits de Chuquet soit « The Problems » et « The Comercial Arithmetic » qui furent écrits en 1484[12]. Nous parlerons d'abord du contenu puis de la place de l'arithmétique. Nous terminerons avec la manière dont Chuquet traite l'arithmétique.

2.3.1 Le contenu mathématique de Chuquet

Dans un premier temps, nous traitons le contenu du « Triparty » qui se divise en trois sections. La première section traite en premier du fonctionnement de la numération arabo-indienne. Dans cette section, Chuquet montre aussi le fonctionnement des algorithmes pour l'addition, la soustraction, la multiplication et la division des nombres naturels. Après avoir traité les règles de base, Chuquet présente les preuves par 9, par 8, par 7, etc. qui permettent de vérifier les calculs. Les deux preuves sur lesquelles Chuquet s'attarde sont la preuve par neuf et par sept : « the proof by 9, because it is easy to do, and the proof by 7, because it is even more certain than by 9 are treated here. » (Chuquet, 1985, p. 41).

À la suite des opérations sur les nombres naturels, Chuquet aborde les fractions. Il débute avec la définition d'une fraction et comment en réduire les dénominateurs. Il poursuit avec la multiplication d'un nombre par une fraction pour s'attaquer ensuite aux quatre opérations de bases avec ces nombres. Il donne aussi une méthode de vérification en utilisant l'opération inverse.

---

[11] Pour ce mémoire, nous mettrons (Chuquet, 1985) comme référence. Il se retrouve sous ce nom dans les références à la fin du mémoire.
[12] À l'origine, ces ouvrages sont publiés en français, mais nous avons travaillé avec la version anglaise.

Chuquet enchaîne en travaillant les progressions arithmétiques. Une fois ce sujet terminé, l'auteur traite les nombres pairs, impairs, parfaits (nombre égal à la somme de ses facteurs) et imparfaits. Dans ce chapitre, Chuquet définit aussi ce qu'est un nombre pair-pair, pair-impair, impair-pair et les nombres premiers. Par la suite, il traite les proportions et les progressions géométriques.

Chuquet termine la première section du « Triparty » avec la règle de trois, la règle de fausse position et de double fausse position. Il présente aussi la règle « of apposition and remotion » (p. 88) et « the rule of intermediate numbers » (p. 90) qui ne sont pas des règles proprement dites, mais plutôt des méthodes d'approximation qui permettent de cerner la solution de problèmes qui se résolvent difficilement avec la règle de trois, la règle de fausse positon ou de double fausse position.

La deuxième section du « Triparty » porte sur les racines. Chuquet la divise en six chapitres. Le premier chapitre montre comment réduire plusieurs racines en une seule. Le deuxième porte sur l'extraction de racines ainsi que leur simplification, il s'agit de racines carrées parfaites et imparfaites (arrivant à une valeur exacte ou non), de racines cubiques, quatrièmes... Le troisième chapitre traite de l'addition de racines, le quatrième de soustractions de racines, le cinquième et le sixième de la multiplication et de la division de racines. Ce qui termine la deuxième section du « Triparty ».

La troisième et dernière partie du « Triparty » traite du fonctionnement de l'algèbre. Chuquet ne l'appelle pas « algèbre », mais la nomme « the rule of the first term » (Commentaire de Flegg dans Chuquet, 1985, p. 143). Il ne s'agit pas d'une règle en soi, ce n'est que le nom que donne Chuquet à ce qu'on appelle aujourd'hui l'algèbre. Cette section se divise en trois grands chapitres : le premier porte sur l'introduction de l'algèbre, le second a trait à : « the manner of comparing and reducing one part composed of several diversities of number against another part, simple or compound, together with the general canons of this rule » (Chuquet. 1985, p. 145). Le dernier chapitre est divisé en cinq parties où le premier permet d'ordonner les nombres et les interpréter et où les quatre autres parties montrent la façon de travailler les quatre opérations de base en algèbre. Ceci termine « The Triparty ».

Dans l'ouvrage étudié, il y a aussi les autres manuscrits de Chuquet dont « The Problem » (p. 197). Ce manuscrit reprend tout ce qui a été vu dans les trois sections du « Triparty », mais dans des contextes ou en utilisant des exemples numériques.

Le manuscrit qui suit traite de l'arithmétique commerciale (« Commercial Arithmetic », p. 291). Chuquet aborde des problèmes contextualisés pour montrer les quatre règles de base. Il présente aussi des problèmes qui permettent de travailler la règle de trois dans des contextes ayant trait au commerce (argent, poids, troc, etc.). Dans ce manuscrit, la règle de compagnie, des problèmes d'intérêts et d'alliages sont aussi présentés. Le manuscrit termine en donnant deux tables de conversion pour l'or et l'argent (p. 329-330).

Le contenu arithmétique abordé par Chuquet est donc varié. Des sections propres à des situations de commerces sont présentes (problèmes pratiques) tandis que d'autres portent surtout sur les opérations sur différents nombres. Le contenu dans le « Triparty » porte principalement sur le travail de nombres et les opérations (opération de base, racines et opérations sur les racines, fonctionnement de l'algèbre) tandis que, dans ses manuscrits « The Problems » et « The Comercial Arithmetic », Chuquet présente les notions arithmétiques dans des problèmes contextualisés dont la plupart se rapportent au commerce.

2.3.2 La place de l'arithmétique et de l'algèbre du « Triparty »

Nous avons remarqué que la troisième section du « Triparty » porte sur l'algèbre. Étant donné que l'œuvre de Chuquet est un ouvrage sur les mathématiques et pas nécessairement sur l'arithmétique, ni le titre de l'ouvrage, ni le texte de l'ouvrage ne contiennent spécifiquement le terme « arithmétique ». Le titre exact est « Triparty en la science des nombres » (p.377). Il devient important de situer l'arithmétique avant de se lancer dans son traitement dans les œuvres de Chuquet. De plus, nous chercherons aussi à situer l'algèbre. Au début de la troisième section, celui portant sur l'algèbre, Chuquet commence ainsi :

> As Boethius says in his first book and in the first chapter, the science of numbers is very great, and among the sciences of the quadrivium it is the one in the pursuit of which everyman ought to be diligent. And elsewhere he says that the science of numbers ought to be preferred as an acquisition before all others, because of its necessity and because of the great secrets and other mysteries which there are in the properties of numbers. All sciences partake of it, and it has need of none. (Chuquet, 1985, p. 144)

Chuquet cite Boethius qui mentionne que la science des nombres est la science la plus importante du quadrivium. Rappelons que le quadrivium se compose de l'arithmétique, de la géométrie, de l'astronomie et de la musique. Donc, nous pouvons dire que l'expression « la science des nombres » à le même sens qu'« arithmétique ». Pour Chuquet, l'arithmétique est perçue comme la science la plus importante du quadrivium à cause de sa nécessité et les grands mystères qu'elle renferme.

Dans la même page, Chuquet rappelle que les règles vues dans la première section du « Triparty » peuvent se résoudre en utilisant « the rule of the first terms », qui est, nous le savons, l'algèbre à notre sens actuel :

> Mention is made of all these rules in the first part of this book. But above all these rules named in its marvelous excellence is this rule of the first terms, which does what the other do, and also over and above them does innumerable calculations of inestimable profundity. This rule is the key, the entrance, and the door of the depths which are in the science of numbers. (p. 144)

Donc, pour Chuquet, l'algèbre est une règle qui permet de généraliser tous les procédés arithmétiques qu'il a présentés et même plus, car elle permet d'avoir une méta-vision des calculs. L'algèbre est vue comme une arithmétique généralisée. Étant donné qu'à cette époque, le seul endroit où l'algèbre peut se situer dans le quadrivium est à l'intérieur de l'arithmétique, la science des nombres, l'algèbre se trouve à être un domaine de l'arithmétique.

L'algèbre dans l'ouvrage de Chuquet fait partie de l'arithmétique, mais se veut être une arithmétique généralisée. Pour cette raison, Chuquet en fait un chapitre à part entière dans le « Triparty ». Nous pouvons donc inclure l'algèbre dans le contenu arithmétique de cette époque. Nous savons aussi que Chuquet considère l'arithmétique comme le domaine le plus important du quadrivium. Nous verrons maintenant le traitement que Chuquet fait de l'arithmétique dans ses manuscrits.

2.3.3 Le traitement de l'arithmétique dans les œuvres de Chuquet

Chuquet a une approche semblable avec toutes les notions qu'il aborde dans le « Triparty ». Dans un premier temps, Chuquet donne une définition de la notion présentée et introduit l'algorithme de calcul de manière générale :

> *To divide is to* split up or set out a number several equal parts, and *it should always begin* on the left side and finish on the right. In division only two numbers are needed, that is to say, the separator or divisor and the number to be divided. And it can be convenient to put the divisor below the number to be divided, each figure aligned with its like, with two equidistant lines between the number to be divided and the divisor at enough distance from each other for the number resulting from the division to be placed between tem. This number is called the part or the quotient because it demonstrates how many times the divisor is contained in the number to be divided. (p. 37)

Par la suite, Chuquet donne plusieurs exemples du fonctionnement de son algorithme. Lorsqu'il y a plus d'une façon d'aborder la manière de calculer, il arrive que l'auteur donne plus d'un algorithme. C'est le cas pour la règle de trois :

> The manner of this rule is : multiply the third number by the second and then divide by the first, Or multiply that which one wants to know by its contrary and then divide by its like.
>
> Or divide the first by the second and let the third be divided by the quotient. Or divide the second by the first and let the quotient be multiplied by the third, and thus one will have the fourth number which one seeks. (p. 70)

Cependant, Chuquet n'explique jamais pourquoi l'algorithme qu'il présente donne effectivement le bon résultat. La justification de celui-ci n'est jamais présentée.

Par contre, cette nécessité de justifier apparaît à quelques occasions. C'est ainsi qu'il donne la raison du pourquoi il est important de réduire les fractions :

> [...] *to make alike two or more unequal broken numbers by reducing them to a common denominator, for the diversity and difference of broken numbers* comes on account of the denominator or of the denominators. To know how to do this thing, there is a general rule as follows. (p. 43).

Il fait la même chose avec la réduction de racines :

> The reason why simplification of roots has been treated is for and to the end that one might have more ample knowledge of this, *for the extracted and simplified root is more easily understood than the unsimplified, and it also simpler to deal with*, that is, to add or subtract, multiply or divide, with or by another number. (p.120)

C'est les deux seuls endroits où l'auteur justifie pourquoi il utilise certaines méthodes particulières. Le reste du temps, il se contente de présenter les algorithmes de calcul.

Chuquet énonce aussi des lois sans les démontrer ni les expliquer. Il donnera ainsi une manière d'obtenir les nombres parfaits ou encore de savoir si un nombre n'est pas un carré parfait : « One should know that among second roots, which are otherwise called square roots, some may be extracted and other not. Roots whose numbers terminate in 2, in 3, in 7 or in 8 can never be simplified. » (p. 100).

Pour ce qui est du manuscrit « The Problems », l'auteur donne plusieurs exemples qu'il résout en utilisant les algorithmes présentés dans « The Triparty ». Ces exemples réfèrent soit à des contextes commerciaux ou portent simplement sur des nombres sans contexte particulier. Dans ce manuscrit, Chuquet introduit de nouvelles règles (règles qui ne sont pas spécifiées dans la traduction) pour résoudre des problèmes. Flegg émet un commentaire sur ces règles qui permet de dégager la façon dont Chuquet traite l'arithmétique :

> Consideration of the "special rules" introduced by Chuquet later in this part of the manuscript, and of his own account of his method of finding special rules following problem 124, *leads to the conclusion that he worked on the basis of intuition and induction* rather than abstract reasoning. (Flegg dans Chuquet, 1985, p. 201)

Chuquet procède donc par induction plutôt que par déduction. Ceci explique pourquoi il ne démontre pas les méthodes et algorithmes qu'il utilise. Il se contente de fournir plusieurs exemples afin de montrer qu'ils donnent les résultats escomptés.

Dans le manuscrit « The Comercial Arithmetic », Chuquet reprend les notions du « Triparty » dans des contextes de marchands. De plus, il amène de nouvelles règles comme la règle de compagnie qui sont des dérivés de la règle de trois. Dans ce manuscrit, l'auteur donne plusieurs exemples pour une même notion. Par exemple, pour montrer comment s'utilise la règle de trois dans des problèmes d'échange de biens, Chuquet donne 5 exemples différents.

Ainsi, en ce qui concerne le traitement de l'arithmétique fait par Chuquet dans ses œuvres de 1484, l'auteur procède en donnant un algorithme ou une méthode qui montre comment fonctionne une opération abordée qu'il a au préalable définie. Chuquet donne plusieurs exemples pour expliciter l'algorithme. Il lui arrive aussi d'énoncer des lois qu'il ne démontre pas, telle la loi suivante : « tous les nombres finissant par 2, 3, 7 et 8 ne sont jamais des carrés parfaits ». Ce type de lois, le traitement qu'il en fait, l'introduction de nouvelles règles dans le manuscrit « The Problems » fait supposer que Chuquet a une approche inductive.

2.3.4 Une grille d'analyse à l'image du XV^e siècle

À la suite de la lecture des œuvres de Chuquet, nous faisons ressortir certaines caractérisations propres à l'arithmétique pour cette époque. Le tableau 2.5 fait la synthèse de ce que nous avons vu avec Chuquet. En citant Boethius, Chuquet fait ressortir que l'arithmétique est la science la plus importante du quadrivium. L'algèbre se voulant une généralisation de l'arithmétique se retrouve sous ce domaine. Le contenu arithmétique ressemble beaucoup à celui abordé par Fibonacci. Le traitement en est d'ailleurs très semblable, sauf que l'application des notions arithmétiques dans des situations commerciales ne se retrouve pas dans « The Triparty », mais dans les deux autres manuscrits : « The Problems » et « The Commercial Arithmeric ».

Tableau 2.5 La caractérisation de l'arithmétique dans les œuvres de Chuquet

Importance de l'arithmétique dans le quadrivium	Contenu	Traitement de l'arithmétique
• Du quadrivium (arithmétique, géométrie, musique et astronomie), l'arithmétique est celle qui doit être préférée entre tous.	• Fonctionnement de la numération arabo-indienne ; • Opérations sur les nombres naturels, sur les fractions et sur les racines (nombres irrationnels) : Addition, Soustraction, Multiplication et Division ; • Méthode de vérification de calcul : preuve par 9, par 7 ; • Simplification de fractions ; • Progressions arithmétiques et géométriques ; • Parité des nombres ; • Nombres premiers ; • Nombres parfaits et imparfaits ; • Proportions ; • Recherche d'une quatrième proportionnelle : dans des problèmes concrets de marchands et sur des nombres ; • Résolution de problème de fausse position et de double fausse position ; • Simplification de racines : racines carrées, cubiques, composées (ex. : $\sqrt{3 - \sqrt{18}}$), etc. ; • Algèbre ; • Résolutions de problèmes commerciaux : troc, alliage, distribution des profits, etc.	• Présentation d'algorithmes (méthodes de calcul très détaillées) ; • Présentation de méthode de vérification des calculs ; • Utilisations d'exemples numériques à l'appui des algorithmes de calcul ; • Mise en pratique des méthodes dans des situations commerciales ; • Approche intuitive et inductive pour faire ressortir certaines règles ; • Énoncé de lois sans les démontrer ; • Énoncé des raisons de simplification des fractions et des racines.

Nous passerons maintenant à un autre auteur datant du XVII^{e} siècle.

2.4 L'Arithmétique au XVII^{e} siècle

L'auteur choisi pour le XVII^{e} siècle est Jacques Ozanam (1640-1717). Ozanam était un professeur de mathématiques à Lyon et à Paris. L'ouvrage choisi d'Ozanam pour l'étude de l'arithmétique est le « Dictionnaire Mathematique ou Idée Generale des Mathematiques[13] » qui fut publié en 1691. Il s'agit du premier dictionnaire mathématique publié. Il est bon de remarquer que l'ouvrage n'est pas une œuvre mathématique comme c'était le cas avec les auteurs précédents. Cependant, ce n'est pas non plus un dictionnaire comme nous l'entendons aujourd'hui. Les notions ne sont en effet pas placées en ordre alphabétique, mais par catégories. La figure 2.5 nous montre différentes catégories de la « TABLE DES TRAITEZ » qu'Ozanam présente dans son dictionnaire. Nous nous attarderons seulement aux trois premières sections qui portent sur l'Arithmétique, l'Arithmétique Vulgaire et l'Algèbre. Dans un premier temps, nous reprendrons la préface d'Ozanam qui permet de faire ressortir la place de l'arithmétique dans cet ouvrage, ainsi que la raison pour laquelle cet ouvrage est ainsi divisé. Nous y aborderons, dans un deuxième temps, la place de l'algèbre. Nous poursuivrons avec le contenu de l'arithmétique dans un troisième temps.

---

[13] Dans ce mémoire, nous appellerons le « Dictionnaire Mathematique ou Idée Generale des Mathematiques » simplement le « Dictionnaire Mathématique » pour alléger le texte. L'édition originale a été utilisée.

TABLE
DES TRAITEZ
contenus dans ce Livre.

Dictionnaire Mathematique, ou Idée generalle des Mathematiques. page 1
Arithmetique. p. 21
Arithmetique Vulgaire, ou Arithmetique Pratique. p. 52
Algebre. p. 61
Geometrie. p. 93
Geometrie Speculative. ibid.
Geometrie Pratique. p. 128
Cosmographie. p. 138
Sphere celeste, ou Astronomie. p. 166
Geographie. p. 217
Navigation. p. 219
Liste de plusieurs termes de Marine. p. 220
Termes de Vent. p. 250
Termes appartenant aux Vaisseaux. p. 261
Diverses especes de Vaisseaux. p. 269
Membres & Parties d'un Vaisseau. p. 275
Termes de Galere. p. 288
Termes de Corde. p. 297
Termes d'Ancre. p. 308
Termes de Mast. p. 310
Termes de Pavillon. p. 313
Termes de Voile. p. 315
Officiers de Marine. p. 318

TABLE DES TRAITEZ.
Geographie Astronomique. p. 331
Geographie Naturelle. p. 349
Geographie Historique. p. 365
Theorie des Planetes. p. 378
Theorie du Soleil. p. 389
Theorie de la Lune. p. 401
Theorie des trois Planettes superieures, Saturne, Jupiter & Mars. p. 421
Teorie de Venus. p. 429
Theorie de Mercure. p. 432
Hypothese des Ellipses selon le Systeme de Copernic. p. 435
Optique p. 454
Perspective p. 468
Gnomonique p. 473
Catoptrique. p. 483
Dioptrique p. 495
Peinture. p. 503
Mechanique p. 506
Statique. p. 530
Hydrostatique. p. 539
Architecture. p. 552
Architecture Militaire, ou Fortification. p. 585
Musique. p. 649

Figure 2.5 « Table des Traitez » dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam (1691).

2.4.1 La finalité du « Dictionnaire Mathématique » et le public ciblé par cet ouvrage

La préface de l'auteur nous donne plusieurs renseignements sur les raisons pour lesquelles Ozanam a écrit un tel dictionnaire mathématique[14] :

> JE me suis souvent étonné qu'en un siècle aussi éclairé que celui-cy, où les Arts & les Sciences semblent avoir receu leur dernière perfection, on n'ait point encore tenté de donner un Dictionnaire, qui expliquât éxactement tous les Termes des Mathematiques, dont l'usage est devenu si commun. [...] L'Arithmétique, la Geometrie, l'Astronomie, l'Optique, la Mecanique, la Musique, & toutes les autres parties des Mathematiques ont encore plus besoin de ce secours, pour être plus difficiles, & en même tems necessaires à

[14] Au XVII[e] siècle, le son émis par la lettre « s » dans un mot s'écrivait comme un « f » sans la barre du milieu. De plus, le « è » n'existant pas, les mots s'écrivant seulement avec le « e ». Afin de facilité la lecture, nous nous sommes permis de remplacer cette écriture par l'actuelle. Cependant, pour garder la saveur du texte, nous avons gardé certains mots dans leur forme originale, comme la terminaison « oi » au lieu du « ai » moderne. Par exemple, le mot « était » s'écrit « étoit ».

> plusieurs Personnes, qui sont souvent obligées de parler de ces sortes de choses avec les honnêtes gens. (Ozanam, 1691, p. 1 de la préface)

Ozanam mentionne que les mathématiques se sont perfectionnées comme les autres sciences et sont de plus en plus utilisées. En plus de cette utilisation de plus en plus commune des mathématiques, Ozanam dit que tous « les Arts & les Sciences » utilisent couramment les mathématiques :

> Où sont les Arts & les Sciences, qui n'ayent besoin d'emprunter le secours des Mathematiques, ou pour agir, ou pour s'expliquer de mille choses qui en dépendent, soit pour leurs operations, soit pour leur intelligence ? La jurisprudence a recours aux proportions, pour tenir la juste balance qui règle les interêts, les droits, les pretentions & les différens de la vie civile, du commerce, & des societez. [...] (p. 2 de la préface).

Il donne aussi d'autres exemples où des notions mathématiques sont utilisées dans les sciences. Pour Ozanam, les mathématiques sont un outil pour plusieurs domaines. Il devient donc important pour lui de prendre le temps de définir tous les termes utilisés en mathématiques.

De plus, son ouvrage n'est pas seulement adressé aux scientifiques, il s'adresse à tous. L'accent mis dans le dictionnaire sur la navigation cherche ainsi à servir les besoins de l'armée comme nous le montre ce qui suit :

> J'ay tâché de ne pas laisser en tout cela échapper aucun des Termes qui ont besoin d'être expliquez, pour être entendus de tout le monde [...] Enfin *si j'ay don plus d'étenduë à la Navigation qu'aux autres Traitez, c'est parce qu'à present la France n'est pas moins redoutable sur la Mer que sur la Terre*, & qu'elle est en état non seulement de ne rien craindre des entreprises de tous ses ennemis sur les deux Mers, mais encore de leur donner la loy par la plus puissante Armée qu'on ait vû sur l'Océan. (p. 4 de la préface)

Pour Ozanam, son but est de rejoindre un public plus large que le public scientifique, car les notions mathématiques sont utilisées autant dans les sciences que dans des contextes de guerre. De plus, l'auteur commente l'ordre dans lequel il présente les différentes notions mathématiques :

> Aprés avoir parlé en general des principales utilitez d'un Dictionnaire des Mathematiques, il faut rendre raison de l'ordre que j'ay tenu dans celui-cy. Je n'ay pas suivi l'ordre Alphabetique, que l'on observe ordinairement en de semblables livres, où l'on ne cherche que l'explication & les divers usages des mots. J'ay crû que l'ordre & la methode des Sciences seroit plus propre, parce qu'on y verroit chaque Terme en sa place avec les Definitions des choses, leurs usages & leurs raports, & que ce livre pourroit être en même tems non seulement un Dictionnaire, mais encore un Rudiment des Mathematiques, pour ceux qui sont bien aises de voir les choses dans leurs sources. (p. 3 de la préface).

L'ordre dans lequel sont présentées les notions mathématiques de cet ouvrage nous permettra donc de mettre en relation les différentes notions, leurs usages et aussi de cerner minimalement le contenu mathématique de l'arithmétique.

La préface nous renseigne aussi sur la place de l'algèbre dans les mathématiques, comme nous le verrons maintenant.

2.4.2 La place de l'algèbre dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam

Avec les auteurs précédents, nous avons fait ressortir que l'algèbre était vue comme une arithmétique généralisée. La préface d'Ozanam nous permet de situer la place qu'occupe pour lui l'algèbre dans les mathématiques. En parlant de l'ordre dans lequel Ozanam présente les notions mathématiques, il mentionne d'abord qu'il y a la « Mathematique Simple », composée de « l'Arithmetique et de la Geometrie », et la « Mathematique Mixte », comprenant « la Cosmographie, l'Astronomie, la Geographie, la Theorie des Planetes, l'Optique, la Mecanique, l'architecture tant civile que Militaire, & la Musique. » (p. 3 de la préface). L'algèbre n'y est pas mentionnée dans les domaines mathématiques énumérés ci-dessus. Par contre, Ozanam mentionne que chacune de ces « parties sont divisées en d'autres parties : *comme l'Arithmetique en Arithmetique vulgaire ou pratique, & en Algebre*[15] : la Geometrie en Geometrie speculative, & en Geometrie Pratique [...] » (p. 3 et 4 de la préface). Il considère donc l'algèbre comme étant un domaine de l'arithmétique même si dans la présentation de l'ouvrage, un chapitre particulier porte sur l'algèbre.

2.4.3 Le contenu de l'arithmétique chez Ozanam

Pour ce qui est de l'étendue de l'arithmétique dans le « Dictionnaire Mathématique », Ozanam classe l'arithmétique en trois chapitres différents tel que nous l'avons vu dans la figure 2.5. Un porte sur l'« Arithmetique », l'autre, sur l'« Arithmetique Vulgaire, ou Arithmetique Pratique » et le dernier, sur l'« Algèbre ». Nous prendrons le temps de revenir sur ce que recouvre chacune de ces trois catégories pour poursuivre avec le contenu couvert à l'intérieur de chacune d'entre elles.

L'arithmétique est définie comme « la Science de la *quantité discrète*, ou des nombres. Elle a deux parties, l'*Arithmetique commune*[16], & l'*Algebre*, dont nous donnerons les définitions dans la suite. » (Ozanam, 1691, p. 21). Ozanam ne spécifie pas davantage la définition de l'arithmétique. Pour lui, il dit seulement que c'est la science des nombres. Il est difficile de commenter plus cette définition pour l'instant. Dans le deuxième chapitre, Ozanam définit l'« Arithmetique Vulgaire, ou Pratique » comme :

> L'art de bien & facilement supputer. Elle a six Regles premieres & principales, sçavoir la *Numeration*, l'*Addition*, la *Soustraction*, la *Multiplication*, la *Division*, & l'*Extraction de Racines* : & tout cela ensemble se nomme *Algorithme*, ou *Logistique Nombreuse*, pour la differencier de la *Logistique Specieuse*, dont nous parlerons dans l'Algebre. (p. 52)

---

[15] Ozanam sépare l'arithmétique en deux parties, mais il y a trois chapitres distincts traitant de ce domaine. Nous verrons que les contenus des trois chapitres sont différents. Donc, même s'il sépare l'arithmétique seulement en deux parties dans la préface et dans la définition, en fait, dans son ouvrage, l'arithmétique est divisée en trois parties.

[16] L'arithmétique commune fait référence à l'arithmétique pratique, car dans la préface, c'est en arithmétique pratique et algèbre qu'il distingue les deux parties de l'arithmétique (p. 3 de la préface). Ozanam ne réutilise nulle part ailleurs la terminologie d'« Arithmetique commune ».

L'arithmétique vulgaire ou pratique est donc en lien avec l'art de faire des calculs. En indiquant qu'il s'agit d'un art, il laisse entendre qu'il ne s'agit pas seulement de l'application de méthodes de calcul, mais bien de savoir comment agencer ces calculs. L'arithmétique d'Ozanam comprend six règles de base. En plus des quatre opérations, il inclut aussi le fonctionnement du système d'écriture des nombres (la numération) et aussi l'extraction de racines.

En ce qui a trait au troisième chapitre, Ozanam définit l'algèbre comme :

> *Une science, par le moyen de laquelle on peut resoudre tout Probleme possible dans les Mathematiques*. Pour cette fin on a inventé cette sorte de calcul qu'on appelle *Algebre*, qui se distingue en la *Vulgaire* & en la *Spécieuse*.
>
> L'*Algebre vulgaire* ou *nombreuse* qui est celle des Anciens, est celle qui se pratique par nombres. Elle sert seulement à trouver les solutions des Problemes d'Arithmetique sans demonstrations, comme l'on peut voir dans *Diophante* : c'est pourquoy nous n'en parlerons pas davantage.
>
> L'*Algebre Specieuse*, ou *Nouvelle*, que l'on nomme aussi *Logistique Specieuse*, ou simplement *Specieuse*, *est celle qui exerce ses raisonnemens par les especes ou formes des choses designées par les lettres de l'Alphabet*, qui soulagent extremement l'imagination de ceux qui s'apliquent à cette belle science : car sans cela il faudroit retenir dans son esprit toutes les choses dont on auroit besoin pour découvrir la verité de ce que l'on cherche, ce qui ne se pourroit faire que par une forte imagination, & par un grand travail de la memoire.
>
> L'Algebre Specieuse n'est pas comme la nombreuse, limitée par un certain genre de Probleme, & elle n'est pas moins utile à inventer toutes sortes de Theoremes, qu'à trouver les Solutions & les Demonstrations des Problemes [...] (p. 61-62)

L'algèbre pour Ozanam est donc une science qui permet de résoudre tous les types de problèmes de façon efficace sans encombrer la mémoire. De plus, elle permet d'élaborer de nouveaux problèmes et de les démontrer. L'algèbre spécieuse (nouvelle) utilise donc le raisonnement et les démonstrations en généralisant les nombres par des lettres de l'alphabet pour résoudre tous types de problèmes et aussi pour élaborer des théorèmes.

Étant donné que l'algèbre fait partie de l'arithmétique, nous pouvons dire qu'une partie de l'arithmétique est d'élaborer des conjectures et de les démontrer. Il ne s'agit pas seulement de l'art de calculer.

Le tableau 2.6 fait ressortir les différents contenus de chacun des chapitres. Nous avons fait une catégorisation des contenus pour ne pas seulement les présenter sous forme de liste, comme nous l'avions fait pour l'ouvrage d'Ozanam.

Tableau 2.6 Le contenu mathématique des trois premiers chapitres du « Dictionnaire Mathématique »

Contenu dans le chapitre « Arithmétique » (p.21 à 51)	**Contenu dans le chapitre « Arithmétique Vulgaire, ou Pratique » (p. 52 à 60)**	**Contenu dans le chapitre « Algèbre » (p. 61 à 92)**
Fonctionnement du système de numération et des opérations sur les nombres : • Fonctionnement de la numération arabo-indienne ; • Des opérations sur les nombres : Addition, Soustraction, Multiplication et Division, Puissance. Définition des types de nombres : • Nombre entier ; • Fractions ; • Nombre rationnel ou commensurable ; • Racines : carrée, cubique, etc. ; • Nombres irrationnels. Propriétés des nombres : • Nombres plans, solides, plan-plan et plan-solide ; • Facteur (aussi appelé aliquote) et multiple ; • Nombres parfaits, amiables (la somme des facteurs de l'un donne l'autre nombre et vice versa) ; • Nombre abondant (la somme de ses facteurs est plus grand que le nombre), nombre défaillant ; • Nombre premier et nombres premiers entre eux ; • Parité des nombres : pair, impair, pair-pair, pair-impair, etc. ; • Nombres Ciculaires : dont leurs puissances finissent par un même nombre ; • Nombres Polygones ou Figurés : triangulaires, carrés, pentagonaux, hexagonaux, etc. • Triangle rectangle en nombres : il s'agit des triplets de Pythagore (ex. 3, 4 et 5). Proportions et progressions : • Raisons arithmétique, géométrique et harmonique ; • Proportions ; • Progressions : arith., géo. et harmonique. Autre : • Carrés Magiques.	Six opérations de base dans des contextes : • Fonctionnement de systèmes de mesure (monétaire, temps, longueur, etc.) : « l'*Escu* vaut 3 livres » (p.52) ; • Addition simple (de même nature) ou composée (nature différente comme additionner 4h 08 min. à 2h 15min.) ; • Soustraction simple et composée ; • Multiplication simple et composée ; • Division simple et composée: en lien avec la multiplication et aussi avec l'extraction de racines ; • Extraction de racines. Façon de compter : • Rabdologie : Utilisation des « Vergettes Numeratrices »; • Dactilonimie : compter avec les doigts ; • Art calculatoire : compter avec des jetons. Règles pratiques : • Règle de trois, appelée aussi Règle d'or ; • Règle composée, ou règle de cinq : trouver un sixième proportionnel en connaissant cinq nombres ; • Règle de compagnie : partage d'un nombre proportionnellement à d'autres ; • Règle testamentaire ; • Règle d'alliage ; • Règle conjointe : plusieurs règles de trois ; • Règle du cent : règle de trois dont le premier nombre est toujours 100 ; • Règle d'intérêts : règle de trois permettant de calculer les intérêts d'un prêt ; • Intérêt simple ou composé ; • Règle d'escompte ; • Règle de Change ; • Règle de fausse position : « trouve une vraye solution d'une question par le moyen d'une fausse » (p.60) ; • Règle de fausse position composée : double fausse position.	Fonctionnement des lettres : • Description du fonctionnement des lettres : par exemple, un nombre ab représente un nombre rectangle dont un des côtés serait a et l'autre b (p. 62) ; Définition des objets algébrique : • Monôme : commensurable, incommensurable ; • Polynôme ; • Binôme : premier, second, etc. ; • Puissance ; • Équation ; • Termes ; • Racines ; Opération sur les équations : • Transformation d'équation : simplification d'une équation ; • Antithèse : regroupement des termes semblables ; • Hypobibasme : division de tous termes par un des degrés de l'inconnu d'une équation ; • Parapolisme : division de tous les termes d'une équation par un nombre ; • Isomérie : multiplication d'une équation contenant des fractions pour les faire disparaître ; Application de l'algèbre : Résolutions de problèmes par l'algèbre : il s'agit de problèmes géométriques ou numériques. En géométrie, il y a des démonstrations tandis que dans les problèmes numériques, l'auteur indique au lecteur comment procéder.

2.4.4 Le traitement de l'arithmétique dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam

Nous remarquons que le contenu du premier chapitre a trait aux nombres et à leurs propriétés. L'auteur y présente toujours la définition d'un concept suivie d'un exemple numérique : « le *Nombre rationnel*, ou le *Nombre commensurable*, est celuy qui se peut exprimer. Comme 2, 3, 5, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, &c. » (Ozanam, 1691, p. 25). Le traitement est le même tout au long du premier chapitre.

Il ne s'agit donc pas, dans ce cas, de pratique des calculs comme c'est le cas dans le deuxième chapitre, où les notions sont abordées en lien avec des contextes de la vie :

> La REGLE D'ALLIAGE est celle qui enseigne à allier & mêler ensemble plusieurs choses de diverse valeur, & de trouver combien il faut prendre de chacun selon le nombre de la Question. Elle peut être *en Egalité*, & *en Inégalité*.
>
> La *Regle d'Alliage en Egalité* est lorsque les choses sont égales en nombre, comme dans cet exemple ; on veut mêler trois muids de vin ensemble. Desquels il y en a un à 5£ la pinte, l'autre à 6£ la pinte, & et le troisième à 8£ la pinte. On demande combien doit valoir la pinte de ces trois sortes de vins mêlez ensemble. (p. 58)

Dans les deux premiers chapitres, l'auteur se contente de donner des exemples à la suite des définitions.

L'algèbre (chapitre 3), quant à elle, est utilisée dans des situations géométrique (une dans un contexte d'optique et 8 abstraites) et sur des nombres (3 exemples). Plusieurs termes mathématiques en algèbre sont définis en fonction de la manière dont l'équation est manipulée, comme l'antithèse. De plus, la présence de démonstrations ne se retrouve que dans ce chapitre lors de la résolution des problèmes de géométrie.

Le traitement du contenu est différent selon le chapitre qui est traité. Dans les chapitres « Arithmetique » et « Arithmetique Vulgaire ou Pratique », Ozanam commence par définir une notion et l'appuie d'un exemple. Dans le chapitre « Algèbre », il y a d'abord une description du fonctionnement de l'algèbre. Par la suite, il donne des définitions d'objets algébriques avec des exemples (comme dans les deux premiers chapitres). Ensuite, il ajoute des résolutions de problèmes géométriques et numériques en utilisant l'algèbre, ce qu'il ne faisait pas dans les chapitres précédents.

2.4.5 Une grille d'analyse issue de l'étude de l'arithmétique d'Ozanam

La revue du contenu arithmétique dans le « Dictionnaire Mathématique » d'Ozanam fait ressortir un certain traitement de l'arithmétique. Comme il s'agit d'un dictionnaire, Ozanam définit d'abord un certain terme mathématique pour ensuite donner un ou plusieurs exemples. Par contre, dans le chapitre portant sur l'algèbre, il y inclut des résolutions de problèmes géométriques et numériques. Ce traitement est repris dans le tableau 2.7 où nous introduisons, en plus du contenu et du traitement, la finalité de cet ouvrage.

Tableau 2.7 La caractérisation de l'arithmétique dans le « Dictionnaire Mathématiques » d'Ozanam

Finalité et public ciblé par l'œuvre	Contenu arithmétique	Traitement de l'arithmétique
S'adressant à tous : • Les mathématiques étant de plus en plus utilisées ; • Les mathématiques sont l'outil pour tous les Arts et les Sciences ; • Ce n'est pas un ouvrage seulement pour les scientifiques, mais aussi pour tous les gens qui veulent connaître les termes de base en mathématiques. Vise plus spécifiquement certains utilisateurs : • Cherche à rejoindre les officiers de l'armée lorsqu'on regarde l'œuvre dans son ensemble, car une partie est dédiée à des termes de navigation et de fortification.	Arithmétique : • Fonctionnement du système numérique et des opérations sur les nombres ; • Types de nombres (entiers, décimaux, etc.); • Propriétés du nombre et des nombres entre eux ; • Proportions et progressions ; • Nombres figurés • Carrés magiques. Arithmétique Vulgaire : • Opérations de bases sur les nombres dans des contextes de la vie : système de mesure, addition, soustraction, multiplication, division et extraction de racines ; • Méthodes de comptage ; • Règles pratiques (règle d'alliage, etc.). Algèbre : • Fonctionnement des lettres ; • Définition des objets algébriques ; • Opérations sur les équations. Utilisation de l'algèbre : • Dans des contextes de géométrie où la démonstration est présente ; • Dans des contextes numériques.	• Présentation de définitions des notions arithmétiques ; • Présentation d'exemples de la notion arithmétique à la suite de la définition ; • Exemples de contextes purement numériques pour l'arithmétique ; • Exemples de contextes « concrets » pour l'arithmétique vulgaire dont la plupart ont trait au commerce ; • Problèmes de géométrie et problèmes numériques pour l'algèbre, présence de démonstrations.

Ozanam ne fait pas de son ouvrage un simple dictionnaire dans lequel il définit chacune des notions, il présente différents exemples pour chacune d'entre elles. De plus, il donne quelques exemples de problèmes résolus par l'algèbre. Le contenu arithmétique se divise en trois grandes familles. La première est l'arithmétique, qu'on pourrait qualifier d'« Arithmétique en soi », où les nombres sont étudiés autant pour leurs propriétés que leurs relations entre eux. La deuxième est une arithmétique plus pratique, qu'il nomme « Arithmetique Vulgaire ou Pratique », où l'on considère l'art de calculer dans des contextes de la vie. La dernière a trait à l'algèbre qui permet de résoudre tous les types de problèmes. L'algèbre se veut être un passage à un niveau plus général qui permet de résoudre tous les types de problèmes. C'est dans ce chapitre qu'Ozanam donne des exemples de résolution de problèmes géométriques et de problèmes numériques, ce qu'il n'a pas fait lors des deux premiers chapitres. Nous verrons maintenant comment l'arithmétique est définie au XVIII^e^ siècle.

2.5 L'Arithmétique au XVIII^e^ siècle

Nous poursuivons notre analyse par l'étude de deux encyclopédies[17] : « Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers[18] » de Diderot et d'Alembert publiée en 1751 et le « Dictionnaire universel françois et latin, vulgairement appelé Dictionnaire de Trêvoux[19] » publié en 1771. Une encyclopédie étant un ouvrage voulant synthétiser toutes les connaissances humaines à une époque donnée, il est intéressant d'aller voir ce qu'on y dit de l'arithmétique. Nous présenterons d'abord le sens qui est donné à l'arithmétique chez ces auteurs, pour poursuivre avec l'étendue du domaine couvert. Nous ferons aussi ressortir les finalités associées à l'arithmétique que nous interpréterons à partir des classifications faites par les auteurs.

---

[17] Nous avons utilisé l'éditions originales.
[18] Que nous appellerons l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert dans le texte.
[19] Dans le présent mémoire, nous ferons référence au *Dictionnaire Universel François et Latin, vulgairement appelé Dictionnaire de Trêvoux* en l'appelant simplement le Dictionnaire de Trêvoux.

2.5.1 Diderot et d'Alembert

L'arithmétique étant définie longuement dans Diderot et d'Alembert, nous avons divisé la définition en plusieurs sections que nous commenterons au fur et à mesure. Certaines parties, reprenant les commentaires d'autres auteurs ou des références, ne sont pas reprises lors des citations. Nous n'avons choisi que les parties permettant de mieux caractériser l'arithmétique. Nous commencerons par montrer le sens que ces auteurs donnent à l'arithmétique pour poursuivre avec l'étendue de ce domaine. Les finalités de l'arithmétique seront abordées dans la troisième partie.

2.5.1.1 Le sens de l'arithmétique chez Diderot et d'Alembert

Diderot et d'Alembert donnent à l'arithmétique deux sens différents dans leur encyclopédie. La définition[20] est la suivante :

> ARITHMÉTIQUE. C'est l'art de démontrer, ou cette partie des Mathématiques qui considère les propriétés des nombres. On y apprend à calculer exactement, facilement, promptement. [...]
>
> Quelques auteurs définissent l'*Arithmétique*, la science de la quantité directe. (Diderot et d'Alembert, 1751, p. 673)

Nous remarquons ici que l'arithmétique, dans l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert, renvoie dans un premier sens à la partie des mathématiques qui étudie les propriétés entre les nombres (par exemple les nombres premiers entre eux) et les propriétés des nombres (par exemple la parité d'un nombre). Pour Diderot et d'Alembert, cette composante des mathématiques semble associée à « l'art[21] de démontrer ». Ceci renvoie à l'idée de raisonnement sur les nombres et non seulement à des règles de calculs.

---

[20] Ici aussi, nous avons conservé l'ancienne terminologie pour garder la saveur du texte, mais en modifiant seulement quelques notations comme le « f » qui en fait remplaçait le « s » à cette époque.

[21] Dans ce mémoire, nous entendons par art « l'ensemble des connaissances et des règles d'actions dans un domaine particulier » (Rey, 1987, p.107). Il ne s'agit donc pas seulement d'application de procédés mais aussi de la compréhension de ceux-ci.

Il y est mentionné aussi, dans un deuxième sens, que l'arithmétique est le domaine qui s'occupe du calcul entre ces nombres. La définition précédente considère donc deux sens à l'arithmétique : l'un s'occupant du raisonnement et des preuves et l'autre traitant des méthodes de calcul.

Un autre extrait permet de voir que l'arithmétique n'est pas seulement une application d'algorithmes de calculs :

> Les nombres étant des rapports apperçûs par l'esprit & distingués par des signes particuliers, l'*Arithmétique*, qui est la science des nombres, est donc l'art de combiner etntr'eux ces rapports, en se servant pour faire cette combinaison des signes même qui les distinguent. (p. 675)

Dans cet extrait, les auteurs écrivent que l'arithmétique est « l'art de combiner etntr'eux ces rapports ». Il ne s'agit pas seulement d'appliquer un algorithme de calcul, mais de comprendre les concepts sous-jacents. Selon Diderot et d'Alembert, cette citation donne le sens « raisonner sur les nombres » à l'arithmétique.

Par la suite, nous pouvons lire que les calculs se confinent à quatre opérations de base : l'addition, la soustraction, la multiplication et la division :

> Les quatre grandes règles ou opérations, appelées l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication*, & la *division*, composent proprement toute l'*arithmétique*. [...]
>
> Il est vrai que pour faciliter & expédier rapidement des calculs de commerce, des calculs astronomiques, etc. on a inventé d'autres règles fort utiles, telles que les règles de proportion, d'alliage, de fausse position, de compagnie, d'extraction de racines, de progression, de change, de troc, d'excompte, de réduction ou de rabais, etc., mais en faisant usage de ces règles, on s'apperçoit que ce sont seulement différentes applications des quatre règles principales.
>
> [...] On conçoit clairement qu'il a fallu s'appliquer à l'art de compter, dès que l'on a été nécessité à faire des partages, & à les combiner de mille différentes manières. (p. 673)

En fait, ces quatre opérations ne se retrouvent pas seulement mentionnées sous l'angle du calcul, comme nous le verrons un peu plus loin, elles sont réutilisées dans la définition de l'arithmétique théorique (par exemple dans le critère de divisibilité, les facteurs d'un nombre, etc.). Cependant, certaines règles ont été inventées pour « faciliter & expédier rapidement des calculs ». Dans ce dernier cas, les auteurs font référence au deuxième sens donné à l'arithmétique associé au calcul. Diderot et d'Alembert mentionnent d'autres règles pratiques développées (« règles de proportion, d'alliage, de fausse position, de compagnie, d'extraction de racines, de progression, de change, de troc, d'excompte, de réduction ou de rabais, etc. ») qui se résument finalement à « différentes applications des quatre règles principales » (p. 673). Les auteurs font ainsi le lien avec les nombreuses applications dans lesquelles l'arithmétique est utilisée (commerce, astronomie...).

Les auteurs soulignent encore l'importance des quatre opérations un peu plus loin de la façon suivante :

> On pourroit dire encore que toutes les règles de l'*Arithmétique* se réduisent ou à former un tout par la réunion de différentes parties, comme dans l'addition & la multiplication, ou à résoudre un tout en différentes parties, ce qui s'exécute par la soustraction & la division. (p. 675)

Diderot et d'Alembert donnent donc deux sens possibles à l'arithmétique : l'un se rapportant aux propriétés et aux relations entre les nombres, faisant intervenir dans ce cas des raisonnements, des preuves et l'autre au calcul. La suite de la définition de l'arithmétique permet d'avoir une idée de son étendue.

2.5.1.2 L'étendue de l'arithmétique chez Diderot et d'Alembert

Dans cette encyclopédie, nous pouvons voir que l'arithmétique se divise en plusieurs composantes : « L'Arithmétique, telle qu'elle est aujourd'hui, se divise en différentes espèces, comme *théorique, pratique, instrumentale, logarithmique, numérale, spécieuse,* *décimale, tétractique, duodécimale, sexagésimale, etc.* » (p. 674). Ces composantes permettent de voir l'étendue qui est donnée à l'arithmétique selon Diderot et d'Alembert. Nous nous y attarderons plus en détails. Nous traiterons d'abord l'arithmétique théorique et pratique, dont l'une est opposée à l'autre. Par la suite, nous aborderons l'arithmétique numérale et spécieuse, pour poursuivre avec l'arithmétique instrumentale et logarithmique. Pour ce qui est des arithmétiques tétractique, duodécimale, sexagésimale, etc., elles seront reprises à la suite de la définition de l'arithmétique pratique.

L'*arithmétique théorique* est définie comme « la science des propriétés & des rapports des nombres abstraits, *avec les raisons & les démonstrations des différentes règles.* » (p. 674). L'encyclopédie dit qu'« on trouve une *Arithmétique* théorique dans les septième, huitième, neuvième livres d'Euclide. » (p. 674). Il s'agit, en fin de compte, des démonstrations des postulats sur les nombres, de l'étude de leur parité... L'arithmétique dite théorique, celle que l'on retrouve chez Euclide, renvoie à l'idée de raisonnement et de preuves sur les nombres.

L'arithmétique pratique est définie comme suit :

> L'*Arithmétique* pratique est l'art de nombrer ou de calculer, c'est-à-dire l'art de trouver des nombres par le moyen de certains nombres donnés, dont la relation aux premiers est connue ; comme si l'on demandoit, par exemple, de déterminer le nombre égal aux deux nombres donnés, 6, 8.
>
> Le premier corps complet d'*Arithmétique* pratique nous a été donné en 1556, par Tartaglia, Vénitien : il consiste en deux livres ; le premier contient l'application de l'*Arithmétique* aux usages de la vie civile ; & le second, les fondemens ou les principes de l'Algèbre. Avant Tartaglia, Stifelius avoit donné quelque chose sur cette matière en 1544 : on y trouve différentes méthodes & remarques sur les irrationels, etc. (p. 674)

À la définition de l'arithmétique pratique s'attache toute forme de calcul au sens large et de nombrer par le moyen de nombres connus. Les méthodes de calcul, l'application de ceux-ci à la résolution de problèmes de la vie civile, font partie de l'arithmétique pratique. Elle ressemble davantage à l'arithmétique présentée par Fibonacci, à l'arithmétique commerciale de Chuquet ou encore à l'arithmétique vulgaire d'Ozanam.

Par rapport aux définitions vues précédemment, ce qu'ajoute Diderot et d'Alembert a trait à différentes arithmétiques qui dépendent du système de numération avec lequel on travaille[22] : « L'*Arithmétique* décimale s'exécute par une suite de dix caractères, de manière que la progression va de dix en dix. Telle est notre *Arithmétique* ; où nous faisons usage des dix caractères Arabes, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 » (p. 674) ; « L'*Arithmétique* binaire est celle où l'on n'employe uniquement que deux figures, l'unité ou 1 & le 0 » (p. 674) ; « L'*Arithmétique* tétractique est celle où l'on n'employe uniquement que les figures 1, 2, 3, & 0 » (p. 675) ; « L'*Arithmétique* vulgaire roule sur les entiers & les fractions » (p. 675) ; « L'*Arithmétique* sexagésimale est celle qui procède par soixantaine, ou bien c'est la doctrine des fractions sexagésimales. » (p. 675).

Part la suite, Diderot et d'Alembert distinguent deux autres types d'arithmétiques : l'arithmétique numérale et spécieuse. L'arithmétique numérale est définie par « celle qui enseigne le calcul des nombres ou des quantités abstraites désignées par des chiffres : on en fait les opérations avec des chiffres ordinaires ou arabes » (p. 674). L'arithmétique numérale est donc l'arithmétique où l'on travaille avec des nombres connus. L'arithmétique spécieuse est une généralisation de l'arithmétique numérale, les auteurs la considèrent comme étant l'algèbre : « celle qui enseigne le calcul des quantités désignées par les lettres de l'alphabet. [...] Cette *Arithmétique* est ce que l'on appelle ordinairement l'*Algèbre* ou *Arithmétique littérale*. » (p. 674). On retrouve chez Diderot et d'Alembert une définition de l'algèbre à l'intérieur de l'arithmétique à deux endroits. La première se retrouve dans la définition d'arithmétique spécieuse vue ci-dessus, dans laquelle l'algèbre est considérée comme une arithmétique généralisée traitant du calcul sur des quantités désignées par des lettres. Une idée de généralisation du calcul des grandeurs est ici présente. Le deuxième endroit où l'on retrouve la définition de l'algèbre est lors de la définition de l'arithmétique universelle :

> ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE ; C'est ainsi que M. Newton appelle l'Algèbre ou calcul des grandeurs en général [...]
>
> De là il s'ensuit d'abord qu'en désignant les nombres par des expressions générales, c'est-à-dire qui ne distinguent pas plus qu'un nombre qu'un autre, on pourra former

---

[22] Celles-ci pourraient a priori se retrouver tout autant en lien avec l'arithmétique théorique que pratique. Ce ne sont donc pas des catégories disjointes.

certaines règles relatives aux opérations qu'on peut faire sur les nombres ainsi désignés. Ces règles se réduisent à représenter de manière la plus simple qu'il est possible, le résultat d'une ou de plusieurs opérations qu'on peut faire sur les nombres exprimés d'une manière générale ; & ce résultat ainsi exprimé, ne sera proprement qu'une opération *arithmétique* indiquée, opération qui variera selon qu'on donnera différentes valeurs *arithmétiques* aux quantités qui, dans le résultat dont il s'agit, représentent des nombres.

....

On voit donc par-là que M. Newton a eu raison d'appeler l'Algèbre *Arithmétique universelle*, puisque les règles de cette science ne consistent qu'à extraire, pour ainsi dire, ce qu'il y auroit de général & de commun dans toutes les *Arithmétiques* particulières qui se feroient avec plus ou moins ou autant de chiffres que la nôtre, & à présenter sous la forme la plus simple & la plus abrégée, ces opérations *arithmétiques* indiquées.

[...] Il faut donc avoir un art de faire ces combinaisons sans connoître les nombres que l'on cherche, & pour cela il faut exprimer ces nombres par des caractères différents des caractères numériques, parce qu'il y auroit un très-grand inconvénient à exprimer un nombre inconnu par un caractère numérique qui ne pourroit lui convenir que par un très-grand hasard. (p. 675-676)

Dans cette définition de l'arithmétique universelle, Diderot et d'Alembert disent qu'en désignant les nombres par des expressions générales (ce qu'on appelle aujourd'hui le calcul algébrique), ceci permet de faire ressortir le caractère général du calcul. Il distingue deux parties dans l'arithmétique universelle, comme nous le voyons ci-dessous :

On voit donc qu'il y a dans l'*Arithmétique universelle* deux parties à distinguer.

La première est celle qui apprend à faire les combinaisons & le calcul des quantités représentées par des signes plus universels que les nombres ; de manière que les quantités inconnues, c'est-à-dire dont on ignore la valeur numérique, puissent être combinées avec la même facilité que les quantités connues, c'est-à-dire auxquelles on peut assigner des valeurs numériques. Ces opérations ne supposent que les propriétés générales de la quantité, c'est-à-dire qu'on y envisage la quantité simplement comme quantité, & non comme représentée & fixée par telle ou telle expression particulière.

La seconde partie de l'*Arithmétique universelle* consiste à savoir faire usage de la méthode générale de calculer les quantités, pour découvrir les quantités qu'on cherche par le moyen des quantités qu'on connoît. Pour cela il faut 1° représenter de la manière la plus simple & la plus commode, la loi du rapport qu'il doit y avoir entre les quantités connues & les inconnues. Cette loi de rapport est ce qu'on nomme *équation* ; ainsi le premier pas à faire lorsqu'on a un problème à résoudre, est de réduire d'abord le problème à l'équation la plus simple.

Ensuite il faut tirer de cette équation la valeur ou les différentes valeurs que doit avoir l'inconnue qu'on cherche ; c'est ce qu'on appelle *résoudre l'équation*. [...]

> La première partie de l'*Arithmétique universelle* s'appelle proprement *Algèbre*, ou science du calcul des grandeurs en général ; la seconde s'appelle proprement *Analyse* : mais ces deux noms s'employent assez souvent l'un pour l'autre. (p. 677).

La première partie traite de la logistique et des propriétés du calcul sur des grandeurs représentées par des expressions générales (ce qu'on nomme Algèbre). La deuxième partie se divise en deux sections. Elle consiste à poser l'équation à partir d'un problème, puis à résoudre cette équation en utilisant les méthodes générales du calcul sur les grandeurs (ce qu'on nomme Analyse[23]).

Pour Diderot et d'Alembert, l'algèbre n'est pas en opposition avec l'arithmétique, cette dernière intègre l'algèbre (conçue comme une arithmétique universelle). Il est intéressant de voir qu'à l'époque, l'algèbre fait partie de l'arithmétique. Par contre, la façon dont les auteurs présentent l'arithmétique universelle laisse entendre que l'algèbre est plutôt liée au calcul sur les grandeurs (calcul littéral) tandis que l' « analyse » est plus près de la mise en équation et de la résolution de l'équation. Toutefois, Diderot et d'Alembert mentionne que l'analyse et l'algèbre sont souvent confondues dans l'usage.

L'étendue de l'arithmétique se voit aussi dans d'autres spécifications, par exemple, l'utilisation d'instruments pour faire des calculs. Diderot et d'Alembert définissent l'*arithmétique instrumentale* par « celle où les règles communes s'exécutent par le moyen

---

[23] L'analyse n'est pas prise ici au sens actuel (signification associée aux calculs différentiels), mais au sens que lui donne Pappus d'Alexandrie (dans Charbonneau, 1996, p. 23) :

> Here is Pappus' definition:
> *Now analysis is the passage from the thing sought, as if were admitted, through the things which follow in order [from it], to something admitted as the result of synthesis.*
> By "result of synthesis," Pappus means a proposition which has been proved or which is true. Therefore, analysis may be represented by the following chain of implications, going from the unknown to the known:
> $P_{solved} \Longrightarrow P_n \Longrightarrow \ldots \Longrightarrow P_{true}$,
> where P_{solved} is the proposition corresponding to the theorem or the problem to be solved, and P_{true} is the proposition "result of synthesis".
> On the other hand, synthesis reverses this path. To prove P_{soled}, one thus goes from the known to the unknown:
> $P_{true} \Longrightarrow P_1 \Longrightarrow \ldots \Longrightarrow P_{solved}$.

d'instruments imaginés pour calculer avec facilités & promptitude : comme les bâtons de Neper » (p. 674). L'explication du fonctionnement des instruments est importante à l'époque, elle permet de comprendre comment certaines machines fonctionnent en lien avec l'arithmétique. Diderot et d'Alembert définissent aussi dans la même perspective l'*arithmétique logarithmique*, « qui s'exécute par les tables des logarithmiques » (p. 674), les logarithmes étant un autre type d'instrument pour faire des calculs.

L'étendue de l'arithmétique est donc très vaste. Diderot et d'Alembert l'ont catégorisé en plusieurs composantes : « *théorique, pratique, instrumentale, logarithmique, numérale, spécieuse, décimale, tétractique, duodécimale, sexagésimale, etc.* » (p. 674). Certaines peuvent être opposées comme l'arithmétique numérale et spécieuse. Par contre, il ne faut pas croire que ces différentes catégories sont disjointes. Il est possible, par exemple, de travailler le côté théorique de l'arithmétique logarithmique ou de travailler son côté pratique. Cette classification ne nous renseigne pas seulement sur l'étendue de l'arithmétique en termes de contenus, mais nous pouvons ainsi l'interpréter en termes de différentes finalités.

2.5.1.3 Les finalités associées à l'arithmétique chez Diderot et d'Alembert

À partir des classifications données par Diderot et d'Alembert, notre interprétation permet d'aller plus loin et de mettre en évidence certaines finalités possibles associées à l'arithmétique. La première est une finalité liée à l'arithmétique théorique. L'arithmétique peut avoir comme but de développer des raisonnements et la capacité de produire des démonstrations sur les propriétés des nombres : la parité, le critère de divisibilité, etc. Dans la manière de traiter cette arithmétique, les preuves auront alors leur place. L'aspect théorique exprime aussi des énoncés généraux associés aux calculs.

La deuxième finalité associée à l'arithmétique est pratique, utilisée dans différents contextes (commerce, astronomie...) : « règles de proportion, d'alliage, de fausse position, de compagnie, d'extraction de racines, de progression, de change, de troc, d'excompte, de réduction ou de rabais, etc. » (p.673). L'aspect pratique se retrouve aussi dans les procédures de calculs, qu'elles soient mises en contextes ou non. Ainsi, l'arithmétique vise à développer l'habileté à faire des calculs. Dans la manière de traiter cette arithmétique, la présentation de manières de calculer et de manière de vérifier son résultat auront alors une grande place. La compréhension des concepts sous-jacents n'y est cependant pas nécessairement absente étant donné qu'il s'agit d'un « art » de calculer.

Une autre finalité de l'arithmétique est associée à l'élaboration et l'utilisation d'instruments. Ces instruments peuvent être matériels (exemple, les bâtons de Neper) ou présentés sous forme de tables (exemple, les tables de logarithmes). L'habileté ici visée est de savoir faire les calculs et de raisonner en se servant d'instruments. Par cette arithmétique, on cherche à former des praticiens sachant concevoir et se servir d'instruments facilitant le calcul. Dans cette manière de traiter l'arithmétique, les instruments occupent une place importante.

2.5.2 Dictionnaire de Trêvoux

Une des autres encyclopédies que nous avons considérées est le *Dictionnaire Universel François et Latin, vulgairement appelé Dictionnaire de Trêvoux* écrit en 1771 par les Jésuites. La raison du choix de cette encyclopédie vient du fait que le mandat principal des Jésuites est l'enseignement ; une visée pédagogique oriente donc dans ce cas cette présentation du domaine de l'arithmétique. Cependant, la définition n'étant pas très explicite, elle ne permet pas d'élaborer en détail l'étendue couverte de l'arithmétique pour ces auteurs. Nous reprendrons celle-ci avec le sens donné à l'arithmétique. Nous poursuivrons avec les finalités données à ce domaine.

2.5.2.1 Le sens et l'étendue de l'arithmétique dans Trêvoux

Dans la définition du Dictionnaire de Trêvoux, nous pouvons faire ressortir les sens donnés à l'arithmétique, celle-ci est définie ainsi :

> Science des nombres : science qui fait partie des Mathématiques, qui considère les propriétés des nombres, & apprend à calculer avec facilité. *Arithmetica.* L'*Arithmétique* & la Géométrie sont les fondements de toutes les Mathématiques. Les quatre premières règles d'*Arithmétique* sont l'addition, la soustraction, la multiplication & la division. Toute l'*Arithmétique* est renfermée dans ces quatre règles : car les règles de trois, de compagnie, d'alliage, de fausse position, & l'extraction des racines carrées & cubiques, ne se font que par les diverses applications de ces quatre premières règles. Il faut ajouter que bien que ces quatre règles soient fort simples, elles ne laissent pas de paroître obscures, même après les définitions que l'on en donne, à moins qu'elles ne soient appliquées à quelques exemples. (p. 501-502).

Dans cette définition, nous retrouvons encore une fois les deux sens donnés à l'arithmétique soit l'aspect qui traite des propriétés des nombres ainsi que la partie art de calculer. Dans ce dernier cas, l'arithmétique se réduit aux quatre règles de base. Les autres applications comme les règles de trois, d'alliages, etc., sont des dérivées de ces quatre règles. Dans cette définition, les mathématiques sont fondées sur l'arithmétique et la géométrie. Pour ces auteurs, l'arithmétique et la géométrie « sont les fondements de toutes les Mathématiques ». L'algèbre est considérée comme un sous-domaine de l'arithmétique. Effectivement, dans le dictionnaire de Trêvoux, on y définit l'arithmétique « SPÉCIEUSE, OU LITTÉRALE » comme « celle qui emploie les lettres de l'alphabet. *Voyer* ALGÈBRE. » (p. 503). L'algèbre est intégrée à l'arithmétique. De plus, les Jésuites distinguent deux types d'arithmétique :

> ARITHMÉTIQUE THÉORIQUE. C'est la science des propriétés & des rapports des nombres abstraits, avec les démonstrations des différentes règles.
>
> ARITHMÉTIQUE PRATIQUE. C'est celle qui ne s'en tient pas à la simple spéculation, mais qui passe à l'exécution, & apprend à faire les différents calculs, les différentes opérations. (p. 502)

L'arithmétique théorique est donc, dans Trêvoux, tout ce qui s'attache de façon abstraite et générale au travail sur les nombres et leurs propriétés ainsi qu'aux démonstrations des différentes règles. L'arithmétique pratique doit avoir un sens concret et une application directe. Elle vise en quelque sorte l'exécution du travail sur les nombres, l'apprentissage à faire des calculs. C'est en arithmétique pratique que l'art du calcul est développé. Cette définition fait transparaître, selon notre interprétation, quelques finalités données à l'arithmétique.

2.5.2.2 Les finalités de l'arithmétique dans Trêvoux

La première finalité que nous pouvons faire ressortir de cette définition est associée au premier sens de l'arithmétique. En travaillant sur les démonstrations des propriétés, le but de l'arithmétique est de faire raisonner sur les nombres et leurs propriétés. Le deuxième sens où l'arithmétique traite de l'art de calculer a pour objectif d'apprendre à faire des calculs. Par contre, dans le sens de l'art de calculer, cela ne veut pas nécessairement dire que le raisonnement ne sera pas développé. De notre point de vue, il y a deux finalités que nous tirons de la définition dans le Dictionnaire de Trêvoux : le développement du raisonnement et des démonstrations sur les nombres et leurs propriétés (arithmétique théorique) ainsi que le développement des habiletés reliées aux procédures de calcul (arithmétique pratique).

2.5.3 Une grille d'analyse à l'image du XVIII^e siècle

À la fin du XVIII^e siècle, l'arithmétique possède deux sens différents. Le premier étant l'étude des propriétés sur les nombres et entre les nombres, qui renvoie ainsi aux raisonnements et à la démonstration, où la justification des règles et le raisonnement sous-jacent des propriétés est de mise. Le deuxième sens concerne tout ce qui a trait aux calculs et à ses procédés. L'application des quatre opérations peut faire en sorte qu'elles s'utilisent dans des domaines particuliers (commerce, astronomie...), donnant naissance à de nouvelles règles (qui sont des applications, telles les règles de proportion, d'alliage, de fausse position, d'extraction de racines, de progression). D'autres règles ont été inventées, mais ne sont en fait que des dérivés ou des compositions des opérations de base. L'étendue de l'arithmétique est vaste. Dans l'étude des propriétés sur les nombres et du calcul, Diderot et d'Alembert ne mentionne pas que cette étude est exclusive à un type de nombres en particulier.

Au XVIII^e siècle, l'algèbre apparaît comme un sous-domaine de l'arithmétique. Elle n'est donc pas un domaine indépendant, mais apparaît comme une arithmétique généralisée appelée arithmétique universelle.

De plus, l'utilisation d'instruments de calcul fait partie du domaine arithmétique.

À partir de ces deux encyclopédies, nous pouvons faire ressortir certaines caractéristiques de l'arithmétique du XVIII^e siècle, pour en extraire une grille d'analyse. Le tableau 2.8 fait une synthèse de l'arithmétique dans l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert et dans le Dictionnaire de Trêvoux.

Tableau 2.8 La caractérisation de l'arithmétique dans l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert et dans le Dictionnaire de Trêvoux

Sens attribué à l'arithmétique	**Étendue de l'arithmétique : différentes classifications possibles, non-disjointes**	**Finalités associées à l'arithmétique**
• « Art de démontrer » les propriétés des nombres et entre les nombres, en utilisant les raisonnements sur la nature des nombres et les quatre opérations de base ; • « Art de calculer » où les règles et les procédés sont appliqués promptement et avec exactitude.	• Théorique : reliée aux démonstrations des propriétés et des rapports entre les nombres ; • Pratique : reliée à l'art de calculer et de trouver des solutions numériques (application de règles à différents contextes) ; • Qui dépend du système de nombres utilisés : arithmétique décimale, binaire, tétractique, duodécimale, sexagésimale, vulgaire, etc. ; • Universelle ou spécieuse : c'est celle qui correspond aujourd'hui à ce qu'on appelle l'algèbre ; • Instrumentale : reliée aux instruments qui permettent de faire des calculs ; • Logarithmique : qui utilise les tables de logarithmes.	• Développement du raisonnement: démonstrations/preuves des propriétés des nombres (parité, premiers entre eux, etc.) ; • Développement des habiletés de calcul ; • Finalité pratique pour le quotidien : commerce, l'astronomie, etc. ; • Élaboration d'instruments matériels (ex. bâton de Neper)ou abstraits (ex. table des logarithmes); • Utilisation d'instruments matériels (ex. bâton de Neper)ou abstrait (ex. table des logarithmes).

Cette grille fait ressortir la caractérisation de l'arithmétique au XVIII^{e} siècle dans les deux œuvres étudiées. Nous regarderons maintenant une encyclopédie du XIX^{e} siècle.

2.6 L'Arithmétique au XIX^{e} siècle

À la suite de l'analyse des deux encyclopédies de la fin du XVIII^{e} siècle, nous nous sommes intéressés au « Grand dictionnaire universel du XIX^{e} siècle » écrit sous la direction de Pierre Larousse en 1866[24]. Malgré le titre de l'ouvrage, il ne s'agit pas d'un dictionnaire proprement dit, mais plutôt d'une encyclopédie. Dans un premier temps, l'auteur fait une

[24] Nous avons utilisé une édition originale.

distinction entre l'arithmétique et l'algèbre avant d'expliquer plus en détails ce qu'est l'arithmétique. La distinction à faire est donc importante pour l'auteur. Par la suite, il présente différents sens de l'arithmétique pour terminer avec l'étendue de ce domaine. Nous présenterons l'arithmétique de la même manière que le fait Larousse, en revenant dans l'ordre sur ces différents aspects.

2.6.1 La distinction entre l'arithmétique et l'algèbre chez Larousse

L'ouvrage présente d'abord quelques définitions provenant de différents penseurs de l'époque. Il décrit ensuite l'arithmétique, sa nature et son objet :

> Comme nous l'avons déjà dit (V. ALGÈBRE), les nombres peuvent être considérés d'une manière *abstraite et générale*, et d'une manière *particulière et déterminée*, c'est-à-dire sous le rapport de leurs *lois* et sous celui de leurs faits. Cette distinction partage la science des nombres en deux branches : l'*arithmétique*, qui traite des faits, et l'*algèbre*, qui traite des lois des nombres. L'algèbre analyse les fonctions ou relations des nombres en elles-mêmes, les conséquences qu'elles renferment, les lois de leurs transformations et de leurs combinaisons. L'*arithmétique* se propose la réalisation numérique des fonctions, dont les éléments sont eux-mêmes donnés numériquement.
>
> Voici comment Auguste Comte formule la distinction de l'*arithmétique* et de l'algèbre : « La solution complète de toute question de calcul, depuis la plus élémentaire jusqu'à la plus transcendante, se compose nécessairement de deux parties successives, dont la nature est essentiellement distincte. Dans la première, on a pour objet de transformer les équations proposées, de façon à mettre en évidence le mode de formation des quantités inconnues par les quantités connues ; c'est de qui consiste la question algébrique. Dans la seconde, on a en vue d'évaluer les formules ainsi obtenues, c'est-à-dire de déterminer immédiatement la valeur des nombres cherchés, représentés déjà par certaines fonctions explicites des nombres donnés, telle est la question *arithmétique*...[...] On voit que l'algèbre peut se définir en général comme ayant pour objet la résolution des équations, c'est-à-dire la transformation des fonctions implicites en fonctions explicites équivalentes, et que l'*arithmétique* peut être définie comme destinée à l'évaluation des fonctions. En contractant les expressions au plus haut degré, on peut dire : l'algèbre est le *calcul des fonctions*, et l'*arithmétique* le *calcul des valeurs*. » Le même philosophe fait remarquer qu'à un autre point de vue, le calcul des valeurs ou calcul arithmétique peut-être conçu simplement comme un appendice, un cas particulier du calcul des fonctions ou calcul algébrique, toute évaluation ou réalisation numérique n'étant autre chose qu'une véritable transformation des fonctions à évaluer, laquelle ne diffère des transformations analytiques que parce qu'elle en est le terme et le but. (p. 633)

Le premier point que nous remarquons est que l'auteur fait une cassure entre l'arithmétique et l'algèbre. Cent ans auparavant, l'algèbre était un sous-domaine de l'arithmétique, tandis que dans la définition que donne Larousse, l'arithmétique est mise en opposition avec l'algèbre : l'arithmétique est la partie des mathématiques qui s'intéresse aux nombres d'une manière spécifique, déterminée, traitant des faits tandis que l'algèbre s'intéresse aux lois sur les nombres de façon abstraite et générale. Dans cette définition, Auguste Comte est cité, comme faisant lui aussi une distinction entre l'algèbre et l'arithmétique. De plus, l'ouvrage mentionne que Comte considère le calcul arithmétique comme un cas particulier du calcul algébrique.

Il y a là un renversement de la position qu'occupaient l'arithmétique et l'algèbre au siècle précédent : la hiérarchie entre les deux domaines est en quelque sorte inversée. Il s'agit d'un changement par rapport à la situation présente dans la définition du XVIII^e siècle. Comte dit que l'arithmétique devient un sous-domaine de l'algèbre. L'arithmétique perd de l'importance à l'intérieur des mathématiques, si on s'en tient à la définition de Comte.

C'est ensuite que Larousse explique les différents sens de l'arithmétique.

2.6.2 Les sens de l'arithmétique chez Larousse

Un nouvel aspect amené dans Larousse est la notion de fonction qui apparaît dans la définition. Larousse continue la définition de l'arithmétique en disant qu'elle est divisée en trois parties :

> L'*arithmétique* peut se diviser en trois parties. La première s'occupe de la réalisation numérique, dans un système de numération donné, des trois couples de fonctions abstraites élémentaires, fonction *somme* et fonction *différence*, fonction *produit* et fonction *quotient*, fonction *puissance* et fonction *racine*,

$$\begin{cases} a+b=x \\ a-b=x \end{cases} \qquad \begin{cases} ab=x \\ \dfrac{a}{b}=x \end{cases} \qquad \begin{cases} a^b=x \\ \sqrt[b]{a}=x, \end{cases}$$

> réalisation à laquelle se ramène celle de toutes les fonctions composées. La seconde traite de la comparaison des nombres faite au point de vue arithmétique, c'est-à-dire des *rapports, proportions* et *progressions*, considérés dans des nombres déterminés. La troisième partie, appelée *théorie des nombres*, et quelquefois *arithmétique transcendante*, a pour objet de découvrir les propriétés inhérentes aux différents nombres en vertu de leurs valeurs et abstraction faite de toute numération particulière. (p. 633)

L'arithmétique ne se confine pas seulement à la réalisation numérique comme le mentionne Comte. Il s'agit seulement du premier sens. La définition de Larousse fait des comparaisons entre les nombres un deuxième sens donné à l'arithmétique. Le troisième sens donné à l'arithmétique est celui qui traite des propriétés sur les nombres abstraits. C'est sur ce point que Larousse diffère de Comte, car l'arithmétique traite des nombres abstraits aussi. Nous observons aussi que Larousse parle de théorie des nombres pour ce troisième sens. C'est la première fois qu'on utilise cette terminologie pour décrire une partie de l'arithmétique. Nous remarquons aussi que la définition ne comprend plus seulement quatre règles de base, mais six. Les puissances et les racines des nombres sont ajoutées par rapport aux définitions du siècle précédent.

De plus, les opérations sont vues ici comme des fonctions. Cette représentation s'explique par le fait que les fonctions ont été beaucoup travaillées par plusieurs mathématiciens à la fin du XVIII^{e} et au XIX^{e} siècle (Youschkevitch, 1981). Elles prennent alors plus de place en mathématiques. Cette répercussion s'observe alors dans la définition des opérations de bases comme fonction.

Bref, l'arithmétique possède trois sens différents. Le premier a trait à la réalisation numérique (valeurs de fonctions particulières somme, différence...), le deuxième est en lien avec la comparaison entre les nombres et le troisième sens est appelé la théorie des nombres (ou arithmétique transcendante) où les propriétés des nombres abstraits sont découvertes. Larousse poursuit la définition de l'arithmétique en élaborant sur son étendue.

2.6.3 L'étendue de l'arithmétique chez Larousse

Pour l'étendue de l'arithmétique, Larousse relate l'évolution de ce domaine. Il revient à l'origine de ce domaine :

> Il n'est pas sans intérêt de rappeler que les nombres fractionnaires et les quantités irrationnelles formaient autrefois l'objet d'une branche distincte de la science des nombres à laquelle on avait donné le nom de *logistique*, du mot *logos*, rapports. « Les anciens, dit Leibnitz (sic), distinguaient l'*arithmétique* et la *logistique* : l'*arithmétique*, qui s'occupe des nombres entiers ; la *logistique*, qui a pour objet les considérations relatives aux fractions et, en général, à toute espèce de rapports. » (p. 634)
>
> ....
>
> L'*arithmétique*, considérée comme art de calculer, étant tout entière dans sa langue, nous avons dû nous étendre longuement sur l'histoire de la numération. Il nous reste à dire que l'*arithmétique* scientifique (comparaison et *théorie des nombres*) fut créée par le génie de Pythagore. « Avant Pythagore, dit M. Laugel, il n'est nulle part question de l'*arithmétique* comme science : le calcul demeure chose banale, bonne seulement pour les marchands ; après lui, la science des nombres envahit la musique et jusqu'à la métaphysique. » L'œuvre de Pythagore fut d'étendre et de féconder la science des nombres en l'appliquant, en l'unissant à la géométrie. Pythagore et son école distinguaient les *nombres premiers*, qu'ils nommaient *linéaires*, parce que n'ayant qu'un seul facteur, ils représentent géométriquement des longueurs ; les *nombres-surfaces*, c'est-à-dire formés par le produit de deux facteurs ; les *nombres corporels*, c'est-à-dire à trois dimensions, à trois facteurs. Ils connaissaient les nombres dits *quadratiques*, les nombres *triangulaires*, les nombres *pyramidaux*, etc. [...] (p. 637)

Nous remarquons qu'à l'origine, l'arithmétique se confinait à l'étude des nombres entiers. L'étude des fractions et des irrationnels faisait partie de la « logistique ». Ce qui n'est plus le cas dans la définition de Larousse qui étend la définition aux nombres en général. De plus, les fondements de l'arithmétique en tant qu'art de calculer ne constituaient pas une science avant que Pythagore ne théorise l'arithmétique. L'arithmétique de Pythagore qui inclut le sens comparaison et théorie des nombres est nommé « l'arithmétique scientifique » par Larousse. Il y a donc une partie de l'arithmétique qui a trait à l'art de calculer et une autre qui s'intéresse aux comparaisons entre les nombres et à leurs propriétés.

De plus, Larousse définit différents types d'arithmétique qui nous renseignent, eux aussi, sur l'étendue que prend l'arithmétique. Certaines dépendent du système de numération comme l'« Arithmétique décimale » (p. 632), l'« Arithmétique binaire » (p. 632) et l'« Arithmétique duodécimale » (p. 632). Larousse donne aussi la définition de l'*arithmétique transcendante* : « Nom donné quelquefois à l'étude des propriétés des nombres, abstraction faite de tout système particulier de numération. » (p. 633). Cette arithmétique est aussi appelée par l'auteur la théorie des nombres (voir le troisième sens donné à l'arithmétique). Une autre arithmétique qui est définie par Larousse est « l'arithmétique politique » :

> Nom donné aux calculs est aux procédés arithmétiques au moyen desquels l'économie politique tire ses conclusions des résultats indiqués par la statistique : *Si l'on pouvait trouver directement par les enquêtes statistiques le fait que l'on cherche, l'ARITHMÉTIQUE POLITIQUE serait inutile.* (Bachelet.) || Quelques auteurs font de cette expression le syn. de *économie politique*. (p. 633)

Selon Larousse, la statistique à des fins politiques fait partie de l'arithmétique politique.

La définition de l'arithmétique dans le « Grand dictionnaire universel du XIX^e siècle » se termine avec l'histoire de l'arithmétique. Larousse y présente aussi différents ouvrages écrits à différentes époques qui comporte le mot « arithmétique » dans leur titre, comme l'« Arithmétique universelle » écrit par Newton. Il ne dit pas par contre si ces ouvrages font partie du domaine arithmétique.

Bref, l'étendue de l'arithmétique est plus vaste qu'auparavant dans la définition de Larousse. Elle concerne les propriétés des nombres, quels qu'ils soient, ce que Larousse nomme la théorie des nombres ou l'arithmétique transcendante. L'aspect « art de calculer » est aussi présent. L'arithmétique prend différents noms en fonction du système de numération utilisé. La statistique, ou du moins les procédés de calcul permettant l'administration d'un état, est un domaine de l'arithmétique.

2.6.4 Une grille d'analyse pour le XIX^e siècle

Dans la définition de Larousse, Comte, auquel Larousse réfère, fait littéralement une cassure entre l'algèbre et l'arithmétique. Au siècle précédant, l'algèbre était un sous-domaine de l'arithmétique. Comte place à l'opposé l'arithmétique comme un sous-domaine de l'algèbre. Ce qui dans notre grille fait apparaître une nouvelle dimension, l'importance accordée à l'arithmétique par rapport à l'algèbre.

Dans la définition de l'arithmétique de Larousse, il n'y a pas seulement quatre règles de base, mais six en tout. Les puissances et les racines sont ajoutées à l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Les opérations de base sont définies comme étant des fonctions. De plus, on donne trois sens à l'arithmétique. Ce qui a trait aux calculs est le premier sens donné à l'arithmétique. Larousse ajoute un deuxième sens avec tout ce qui traite des comparaisons entre les nombres, un nouvel aspect de la définition. Le troisième sens est l'étude des propriétés des nombres. Larousse ne confine pas l'étude des nombres à un ensemble en particulier. Il mentionne toutefois qu'à l'origine, l'arithmétique ne traitait que des nombres entiers. Avec le troisième sens, Larousse introduit la théorie des nombres. Dans les encyclopédies du XVIII^e siècle, on ne mentionnait pas cette terminologie, mais on parlait plutôt d'arithmétique théorique. Il n'en est pas question dans la définition de Larousse. De plus, l'étendue de l'arithmétique atteint les sphères de la statistique en ce qui a trait à la gérance d'état. Le système de numération utilisé fait aussi en sorte qu'il existe plusieurs types d'arithmétique. À partir de ces informations, nous pouvons produire une grille qui caractérise l'arithmétique chez Larousse comme le montre le tableau 2.9.

Tableau 2.9 La caractérisation de l'arithmétique au XIX^{e} siècle en fonction de la définition du « Grand dictionnaire universel du XIX^{e} siècle » de Larousse

Importance relative accordée à l'arithmétique	Sens attribué à l'arithmétique	Étendue de l'arithmétique
• L'arithmétique est un sous-domaine de l'algèbre (Comte) ; • L'arithmétique est un domaine indépendant de l'algèbre (Larousse).	• « Art de calculer » où les règles et les procédés sont appliqués au calcul de la valeur numérique de certaines fonctions particulières : somme, différence, produit, quotient, puissance et racine. • « Comparaison entre les nombres » : rapports, proportions et progressions ; • « Théorie des nombres » : où l'on démontre les propriétés des nombres, sans leur attribuer une valeur spécifique.	• En lien avec l'« art de calculer » : où l'on applique et comprend les six règles de base pour déterminer une valeur numérique ; • Théorie des nombres (ou arithmétique transcendante) : qui étudie les propriétés des nombres de façon abstraite ; • Qui dépend du système de numération utilisé : binaire, décimale, duodécimale, etc. ; • Politique : qui est en lien avec la statistique à des fins de gérance économique.

Nous allons maintenant faire un bon dans le temps pour voir comment se définie l'arithmétique au XX^{e} siècle.

2.7 L'Arithmétique au XX^{e} siècle

Comme dernier ouvrage, nous avons analysé le « LAROUSSE DU XX^{e} SIÈCLE EN SIX VOLUMES[25] » dont Auger (1928) est le directeur de publication. Il s'agit de l'encyclopédie qui fait suite au « Grand dictionnaire universel du XIX^{e} siècle » (Larousse, 1866), publié 62 ans auparavant. Nous avons choisi cette encyclopédie afin de voir l'évolution de la définition de l'arithmétique dans l'édition qui suit celle de 1866. Nous commencerons avec le sens attribué à l'arithmétique pour discuter ensuite de la définition du nombre qui est donnée dans l'encyclopédie. Nous passerons ensuite à l'étendue de l'arithmétique pour terminer sur une comparaison entre l'édition de 1866 et celle de 1928.

[25] Édition originale.

2.7.1 Le sens de l'arithmétique dans Auger (1928)

La définition de l'arithmétique débute avec une citation de d'Alembert :

> **ARITHMÉTIQUE** n.f. (lat. *arithmetica* ; du gr. *arithmêtike* formé de *arithmos*, nombre). Science des nombres, art de calculer : *L'ARITHMÉTIQUE n'est autre chose que l'art de trouver d'une manière abrégée l'expression d'un rapport unique qui résulte de la comparaison de plusieurs autres.* (D'Alembert.) (Auger, 1928, p.339)

Nous y retrouvons deux sens différents. Le premier est celui relié à la science des nombres et le deuxième à l'« art de calculer ». La citation suivante permet de comprendre quelles sont les caractéristique d'un domaine pour être une science :

> Malgré tout, la théorie des nombres n'était encore qu'un recueil curieux, presque mystérieux, de propriétés isolées ; les plus grands géomètres, Euler, Lagrange, Legendre, Gauss. Lejeune-Dirichlet, Tchebychef, Hermite, etc., devaient enfin appliquer les méthodes les plus élevées de l'analyse indéterminée et de l'analyse algébrique, pour en relier les propriétés et constituer définitivement une véritable science. (p. 340)

Nous pouvons lire dans cet extrait que la théorie des nombres n'est devenue une véritable science que lorsque les différents mathématiciens ont pu construire un cadre théorique qui fasse en sorte qu'on puisse voir les liens entre les propriétés des nombres. Par conséquent, le premier sens de l'arithmétique en fait une science, ceci signifie que l'arithmétique possède un cadre théorique qui permet de mettre en liens les propriétés des nombres. Le deuxième sens attribué à l'arithmétique est l'art de calculer. Ce sens renvoie à la capacité d'effectuer des calculs, mais aussi au fait d'en comprendre les fondements étant donné qu'on dit qu'il s'agit d'un « art ». Comme l'arithmétique est la science des nombres, nous nous attarderons maintenant au concept de nombre.

2.7.2 La définition du nombre

Comme l'arithmétique est liée aux nombres, Auger définit cette notion à l'intérieur de la définition de l'arithmétique :

> « L'*arithmétique* est la science des *nombres*, et le *nombre* est une multitude d'unités mises ensemble. » Tel est le préambule mis par Legendre à son excellent traité l'*Arithmétique en sa perfection*. La *notion de nombre* est expérimentale, naît de la pluralité des objets simultanément considérés, ou de la répétition des phénomènes observés. Ainsi, considérons les collections de lettres qui entrent dans les mots, et prenons par exemple les mots PÈRE et FILS ; on peut biffer simultanément une lettre au hasard dans chacun d'eux, puis une autre encore,... et à un certain moment il ne reste plus de lettre intacte dans aucun des deux : *les mots sont tels qu'on peut faire correspondre à chaque lettre de l'un une lettre distincte de l'autre* ; si l'on essaye la même opération sur les mots FILS et ENFANT, le résultat est tout autre : le mot FILS vient à être complètement épuisé, alors qu'il demeure des lettres intactes dans le mot ENFANT. Dans le premier cas, on dit que les collections sont *numériquement égales*, dans le second, qu'elles sont *numériquement inégales*, et, dans ce dernier cas, on peut définir une collection *numériquement plus grande* ou *numériquement plus petite* que l'autre.
>
> Il y a donc, dans toute collectivité, une *quantité* indépendante de la nature des objets ou de leur position, mais qui peut se modifier cependant si l'on ajoute ou retire quelque objet. Le nombre est un nom ou un signe qui caractérise une collection au point de vue numérique, c'est-à-dire qui permet de la distinguer des collections numériquement plus grandes ou numériquement plus petites. Le nombre est *abstrait* ; on appelle, d'autre part, *nombre concret*, toute collectivité d'objets connus envisagée sous le rapport du nombre : ainsi *un* et *un* et *un* forment le nombre abstrait que l'on appelle *trois* ; un franc et un franc et un franc forment une collection qu'on appellera *trois francs* : c'est un nombre concret.
>
> L'*unité* étant l'objet de la collection, on peut former un nombre, comme toute collection, en prenant une unité, puis une autre, puis une autre, etc. La suite des nombres entiers est illimitée ; car, un nombre quelconque étant donné, on peut en former un plus grand en lui ajoutant une unité. (p.339)

Dans cette définition, le nombre est formé en répétant plusieurs fois l'unité. Le nombre est donc une multitude d'unités. Il y a deux facettes au nombre : le nombre abstrait, indépendant de la nature des objets, et le nombre concret, associé à une collection précise d'objets. Le reste de la définition de l'arithmétique nous informe sur son étendue.

2.7.3 L'étendue de l'arithmétique chez Auger

Dans la définition de l'arithmétique, Auger décrit certaines arithmétiques (proposant ainsi une classification possible) :

> *Arithmétique de position*, Nom appliqué au système de numération écrite qui donne aux chiffres, outre leur valeur absolue, une valeur de position. || *Arithmétique décimale*, Celle qui est basée sur la numération décimale. || *Arithmétique binaire*, Celle qui est basée dur la numération binaire. || *Arithmétique duodécimale*, Celle qui est basée dur la numération duodécimale. || *Arithmétique transcendante*, Nom donné quelquefois à l'étude des propriétés des nombres, abstraction faite de tout système particulier de numération. (p.339).

Il y a différents types d'arithmétiques. Le premier type est celui qui tient compte de l'écriture, l'arithmétique de position. Le deuxième dépend du système de numération utilisé : binaire, décimal, duodécimal, transcendante, la dernière s'intéressant aux propriétés quels que soient les nombres utilisés. Auger différencie aussi deux numérations existantes : la « numération parlée » (p. 339) et la « numération écrite » (p. 340). Il s'agit des mots et des symboles utilisés pour dire et écrire les nombres.

La théorie des nombres fait aussi partie de l'arithmétique :

> Si l'on en juge par quelques fragments d'Euclide, les anciens philosophes se sont fort attachés à la recherche des propriétés des nombres ; déjà, pour l'école de Pythagore (500 av. J.-C.), l'existence des nombres incommensurables ne faisait plus de doute. Cependant, il faut aller jusqu'à Diophante pour voir résoudre, avec réelle élégance, des questions assez difficiles, puis attendre le XVI^{e} siècle, avec Viète et Bachot, pour voir faire des progrès considérables à la science des nombres. Fermat (1601) est peut-être l'esprit le plus profond qui se soit porté vers la recherche des propriétés des nombres. Malgré tout, la théorie des nombres n'était encore qu'un recueil curieux, presque mystérieux, de propriétés isolées ; les plus grands géomètres, Euler, Lagrange, Legendre, Gauss. Lejeune-Dirichlet, Tchebychef, Hermite, etc., devaient enfin appliquer les méthodes les plus élevées de l'analyse indéterminée et de l'analyse algébrique, pour en relier les propriétés et constituer définitivement une véritable science (p. 340)

La théorie des nombres a pris naissance chez les Grecs, mais est devenue une science à part entière beaucoup plus tard.

L'étendue de l'arithmétique comprend aussi les quatre opérations de bases, les fractions, les racines et aussi l'utilisation des signes des opérations :

> *Opérations fondamentales.* – V. ADDITION, SOUSTRACTION, MULTIPLICATION, DIVISION.
> *Nombre fractionnaire.* – V. FRACTION.
> *Racine carrée.* – V. RACINE.
> *Principaux signes employés en arithmétique.* – Ce sont les signes :
> + (addition),
> – (soustraction).
> × (multiplication),
> ÷ (division),
> > (plus grand que),
> < (plus petit que),
> = (égale),
> ± (différent de).
> √ (extraction de racine). (p.340)

Nous remarquons que l'auteur renvoie aux différentes définitions (il ne définit pas ce qu'est une fraction ou les opérations). Les opérations de base ne comprennent pas les puissances ni les racines. Lors de la description des signes en arithmétique, nous voyons qu'il s'agit de signes d'opération ou de comparaison. L'arithmétique renvoie ici au calcul et à la comparaison entre les nombres.

Auger donne ensuite quelques exemples d'ouvrages qui contiennent le mot « arithmétique ». L'ouvrage de Newton nous permet de voir où se situent l'algèbre et l'arithmétique :

> **Arithmétique universelle** (*Arithmética universalis*) ou DE LA COMPOSITION ET DE LA DÉCOMPOSITION ARITHMÉTIQUE, ouvrage publié par Newton et qui comprend ce que l'on appelle aujourd'hui l'*arithmétique*, l'*algèbre* et l'*application de l'algèbre à la géométrie*. (p. 340)

Nous voyons qu'Auger considère l'algèbre et l'arithmétique comme étant deux domaines distincts des mathématiques.

La dernière définition que nous ajoutons a trait à ce que l'on qualifi d'« Arithmétique » :

> Qui est fondé sur l'arithmétique, qui est relatif à l'arithmétique : *Opération* ARITHMÉTIQUE.
> – *Machine arithmétique*, Instrument avec lequel on peut exécuter mécaniquement les principales opérations de l'arithmétique : *Machine* ARITHMÉTIQUE *de Pascal.*|| *Langage arithmétique*, Écriture composée de chiffres.|| *Rapport arithmétique*, Se dit quelquefois pour différence entre deux quantités. || *Progression arithmétique*, Suite de nombres tels que chacun d'eux est égal au précédent augmenté ou diminué d'un nombre constant. V. PROGRESSION. || *Moyenne arithmétique de plusieurs nombres*, Nombre que l'on tient en faisant la somme des quantités en divisant cette somme par le nombre des quantités. (p. 340)

Cette définition permet de voir que l'arithmétique s'étend aussi à l'utilisation d'instruments permettant d'effectuer des calculs (par exemple, la machine arithmétique de Pascal). Elle donne aussi quelques exemples sur son contenu (par exemple, les progressions arithmétiques).

L'arithmétique recouvre donc plusieurs catégories. Il y a l'arithmétique en lien avec le calcul qui réfère aux opérations de bases, à l'extraction de racines et aussi aux comparaisons entre les nombres. L'arithmétique peut aussi être définie en lien avec les systèmes de numération utilisés. La théorie des nombres est aussi une arithmétique, mais qui s'intéresse aux propriétés des nombres, elle est définie par Auger comme l'arithmétique transcendante. La définition de l'adjectif « arithmétique » permet de l'étendre à l'utilisation d'instruments. Dans le commentaire de Auger par rapport à l'« Arithmétique Universelle » de Newton, l'algèbre et l'arithmétique sont deux domaines différents.

Nous reviendrons maintenant sur certaines différences entre le Larousse de 1866 et l'édition de 1928.

2.7.4 Une définition concise

Le premier fait saillant de la définition de l'arithmétique dans le « LAROUSSE DU XX^e^ SIÈCLE EN SIX VOLUMES » est la longueur de la définition. Tandis que dans le « Grand Dictionnaire du XIX^e^ siècle », l'arithmétique est définie pendant 6 pages d'encyclopédie, la version de 1928 se résume à deux colonnes d'une page en contenant trois. L'auteur fait plusieurs renvois à d'autres définitions comme c'est le cas avec l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Il ne faut pas croire toutefois que les définitions de ces notions sont élaborées, par exemple, la définition de l'addition se résume à deux petits paragraphes. Nous sommes allés vérifier si la concision de la définition de l'arithmétique était propre à ce mot en allant voir la définition de l'algèbre. Sa définition n'est pas plus longue que celle de l'arithmétique. Les définitions de cette encyclopédie ressemblent de plus en plus à la définition d'un dictionnaire actuel où l'on tente d'expliquer la notion dans le moins de mots possibles.

La définition beaucoup plus concise de l'arithmétique dans le « LAROUSSE DU XX^e^ SIÈCLE EN SIX VOLUMES » fait en sorte qu'elle contient beaucoup plus d'implicites. Auger n'éprouve pas le besoin de définir davantage cette notion, faisant comme si chaque lecteur savait grosso modo de quoi il s'agit.

2.7.5 Une grille d'analyse de l'arithmétique pour le XX^e^ siècle

Suite à l'analyse de la définition de l'arithmétique dans le « LAROUSSE DU XX^e^ SIÈCLE EN SIX VOLUMES » (Auger, 1928), nous pouvons faire ressortir certaines caractéristiques de l'arithmétique. Le tableau 2.10 les met en évidence.

Tableau 2.10 La caractérisation de l'arithmétique chez Auger

Sens donné à l'arithmétique	Facette du nombre	Étendue de l'arithmétique
• « Science des nombres » où un cadre théorique met en lien les propriétés des nombres ; • « Art de calculer » où les règles et les procédés de calcul sont appliqués promptement et avec exactitude.	• Le nombre est une multitude d'unité ; • Nombre abstrait : qui ne fait pas références à un objet en particulier (ex. 8); • Nombre concret : qui fait référence à un objet (ex. 7 enfants).	• En lien avec l'« art de calculer » : où l'on applique et comprend les quatre règles de base et aussi l'extraction de racines ; en lien avec la comparaison entre les nombres ; • Théorie des nombres : qui étudie les propriétés des nombres de façon abstraite ; • Qui dépend du système de numération utilisé : binaire, décimale, duodécimale, transcendante, etc. ; • En lien avec les machines à calculer.

2.8 Synthèse qui se dégage de notre analyse précédente

À la suite de cette analyse historique, non exhaustive, de l'arithmétique, nous pouvons faire ressortir certaines catégories, permettant de caractériser ce qu'elle recouvre : le contenu qui est abordé dans ce domaine au fil du temps, la facette du nombre en jeu, le traitement qui en est fait à travers les ouvrages des mathématiciens. Un autre angle de caractérisation a trait aux finalités associées à l'arithmétique. Nous pouvons aussi faire ressortir quel type d'arithmétique est travaillée. À cet effet, plusieurs classifications, non nécessairement disjointes, ont été mises en évidence. Une dernière catégorie porte sur les liens entre l'arithmétique et les autres domaines (mathématiques ou autres). Nous élaborerons plus en détails chacune des catégories dans les prochaines lignes.

2.8.1 Le contenu arithmétique abordé

Nous avons classé le contenu arithmétique abordé au fil du temps en cinq thèmes. Le tableau 2.11 les énonce, en précisant quels auteurs mentionnent ces contenus. Les thèmes énoncés sont des thèmes issus de notre analyse historique. Ils ne proviennent pas d'un auteur en particulier. Nous les avons créés afin de catégoriser plus facilement par la suite les contenus arithmétiques abordés.

Tableau 2.11 Le contenu mathématique couvert par l'arithmétique

1. Numération et Opérations sur les nombres	a) Fonctionnement du système de numération : décimal, binaire, sexagésimal, etc. (Fibonacci, Chuquet, Ozanam, Diderot et d'Alembert, Larousse, Auger) ; b) Fonctionnement des systèmes de mesure (mesure de distance, de temps, monétaire, de poids, de capacité, etc.) (Ozanam) c) Opérations sur les nombres (entiers, rationnels, irrationnels) et les mesures : addition, soustraction, multiplication, division, puissance, extraction de racines, simplification de fractions, etc. (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; d) Vérification des opération/calculs effectués : Preuve par 9, par 8, par 7, etc. (Fibonacci, Chuquet).
2. Propriétés des nombres et propriétés des nombres entre eux	a) Parité (Euclide, Nicomaque, Chuquet, Ozanam) ; b) Critère de divisibilité (Fibonacci) ; c) Nombres premiers et nombres premiers entre eux (Euclide, Chuquet, Ozanam) ; d) Facteurs d'un nombre, le PGCD et le PPCM (Euclide, Fibonacci, Ozanam) ; e) Nombres plans, solides, plans-plans, etc. (Euclide, Ozanam) ; f) Nombres parfaits et imparfaits (Euclide, Chuquet, Ozanam) ; g) Nombres abondants et défaillants (Ozanam) ; h) Nombres amiables (Ozanam) ; i) Nombres figurés (Nicomaque, Ozanam) ; j) Nombres circulaires (Ozanam) ; k) Triplets de Pythagore (Ozanam).
3. Rapports entre les nombres	a) Proportions, incluant la recherche d'une 4^{e} proportionnelle (Euclide, Nicomaque, Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; b) Progressions arithmétiques, géométriques et harmoniques (Euclide, Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ;
4. Règles d'application	a) Règle de trois ou règle d'or : pour trouver la 4^{e} proportionnelle (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; b) Règle de fausse position et de double fausse position (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; c) Règle composée (Ozanam) ; d) Règle de compagnie (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; e) Règle testamentaire (Ozanam) ; f) Règle d'alliage (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; g) Règle du cent (Ozanam) ; h) Règle d'intérêt simple et composé (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; i) Règle d'escompte (Fibonacci, Chuquet, Ozanam) ; j) Règle de change (Fibonacci, Chuquet, Ozanam).
5. Autres exploitations	a) Carrés magiques (Ozanam)

Le tableau 2.11 résume le contenu arithmétique abordé dans les ouvrages des mathématiciens étudiés. Certains contenus sont similaires chez plusieurs, mais ne sont pas traités de la même façon. Par exemple, Fibonacci traite des progressions arithmétiques, mais seulement dans la résolution de contextes de marchands, tandis qu'Euclide les traite de façon abstraite en mettant l'accent sur les démonstrations. Nous avons ainsi observé que le traitement de l'arithmétique n'est pas le même chez tous les auteurs.

2.8.2 Le traitement de l'arithmétique tel qu'abordé dans les ouvrages des différents mathématiciens consultés

Lors de l'analyse des ouvrages mathématiques, nous avons fait ressortir cinq traitements différents de l'arithmétique, un même auteur pouvant avoir recours à plus d'un traitement. Ces différents traitements peuvent être combinés. Par exemple, ce n'est pas parce qu'un auteur a une approche inductive qu'il traite l'arithmétique exclusivement de cette manière. Le tableau 2.12 les présente.

Nous avons aussi remarqué que la facette des nombres utilisés était dans certain cas spécifiée, et pouvait être différent d'un auteur à l'autre.

Tableau 2.12 Le traitement de l'arithmétique dans les ouvrages consultés

Traitements
1. Présentation de règles/d'algorithmes/de méthodes[26] : présentation détaillée illustrée par des exemples numériques (Nicomaque, Fibonacci, Chuquet) ;
2. Présentation de procédure permettant de vérifier le calcul, exemple : preuve par 9 (Fibonacci, Chuquet) ;
3. Présentation de définitions appuyées par des exemples (Ozanam) ;
4. Approche inductive amenant, à partir d'exemples numériques, à énoncer des lois (Nicomaque, Chuquet) ;
5. Approche déductive énonçant des propositions et les démontrant (Euclide).

[26] Au sens défini précédemment (cf. 2.1.2.3 et 2.2.4, note de bas de page 6 et 10)

2.8.3 Sur la facette des nombres utilisés

Chez certains auteurs, on s'attarde davantage à définir le nombre. Des caractéristiques différentes en ressortent, il y en quatre en tout. Ainsi, chez Fibonacci et Chuquet ainsi que chez Ozanam, la facette du nombre est implicite. Auger (1928) la définit explicitement (voir 2.7.2). Il réfère ainsi au nombre abstrait et au nombre concret. Rappelons qu'un nombre abstrait est un nombre utilisé hors contexte, par exemple en travaillant sur $5 + 7 = 12$, on opère sur des nombres abstraits. Le nombre concret renvoie à un certain nombre d'objets comptés ou une mesure. Dès que le nombre est utilisé avec un objet réel, il est considéré comme concret, par exemple, calculer 5 billes et 7 billes ou la somme de 5 centimètres et 8 centimètres.

Les grecs se sont aussi attardés à la définition du nombre. On y retrouve alors le nombre en tant que grandeur (Euclide) et en tant que multitude d'unités (Nicomaque).

De cette analyse se dégage aussi certaines finalités associées à l'arithmétique.

2.8.4 Les finalités associées à l'arithmétique

Les auteurs des encyclopédies nous ont permis de faire ressortir certaines finalités associées à l'arithmétique. Celles-ci s'ajoutent aux finalités que les mathématiciens présentaient explicitement ou implicitement. Nous pouvons en compter cinq. La première est théorique, l'arithmétique traite alors des propriétés des nombres et de leurs relations, sans toutefois les démontrer (Nicomaque, Chuquet, Ozanam). La deuxième, qu'on peut également associer à une visée théorique, rejoint le sens « art de démontrer » et traite des propriétés des nombres et de leurs relations avec une présence importante des démonstrations (Euclide, Diderot et d'Alembert, Trévoux, Larousse, Auger). La troisième finalité pouvant être associée à l'arithmétique est pratique, elle rejoint le sens « art de calculer », et son utilisation dans divers contextes. Elle est associée à une arithmétique commerciale, à des problèmes de marchands, à la formation militaire, à la résolution de problèmes (Fibonacci, Chuquet, Ozanam, Diderot et d'Alembert, Trévoux). La quatrième finalité, qu'on peut également associée à une visée pratique, rejoint aussi le sens « art de calculer », mais elle a pour but de développer des habiletés de calcul, sans être nécessairement attaché à un contexte (Fibonacci, Chuquet, Ozanam Diderot et d'Alembert, Trévoux, Larousse, Auger). La dernière finalité pouvant être associée à l'arithmétique est instrumentale, son but est de préparer à la conception et à l'utilisation d'instruments. De l'analyse précédente se dégage également certaines classifications possibles de l'arithmétique.

2.8.5 Les types d'arithmétiques

Dans les ouvrages analysés, nous avons vu que les auteurs faisaient ressortir certaines classifications à l'intérieur du domaine plus vaste nommé arithmétique. Le tableau 2.13 résume celles que nous avons vues.

Tableau 2.13 Les types d'arithmétiques

Type d'arithmétique
• **Arithmétique Pratique (ou Vulgaire)** : l'arithmétique est ici appliquée dans des situations contextuelles, de marchand, de commerce, de la vie. On y donne des règles pratiques : règles d'alliage, de compagnie, etc. Le calcul y est aussi important comme outil de travail. Il est travaillé avec différents types de nombre. (Fibonacci, Chuquet, Ozanam, Diderot et d'Alembert, Trêvoux) ;
• **Arithmétique « en soi »** : dans laquelle on travaille sur les nombres de façon abstraite, sur le système de numération, les types de nombres, leurs propriétés et les propriétés des nombres entre eux, les opérations sur les nombres (addition, soustraction, multiplication, division, puissances, etc.), les nombres figurés, les carrés magiques, les proportions et les progressions, et ce sans tenir compte des démonstrations (Nicomaque, Ozanam, Diderot et d'Alembert, Trêvoux, Larousse, Auger) ;
• **Arithmétique Théorique** : l'arithmétique est « la science des propriétés et des rapports des nombres abstraits, avec les démonstrations des différentes règles » (Trêvoux, 1777, p. 502). L'idée de démonstration est ici très importante (Euclide, Diderot et d'Alembert, Trêvoux, Larousse, Auger) ;
• **Arithmétique instrumentale** où l'on apprend à concevoir et à utiliser des instruments matériels (ex. les bâtons de Neper) ou abstraits (ex. les tables de logarithmes) permettant d'effectuer des calculs (Ozanam, Diderot et d'Alembert, Trêvoux, Auger) ;
• **Des Arithmétiques qui dépendent du système de numération** : arithmétique binaire, décimale, sexagésimale, etc. (Diderot et d'Alembert, Larousse, Auger) ;
• **Arithmétique Politique** où l'on traite des statistiques en lien avec la gérance d'état (Larousse) ;
• **Arithmétique Universelle ou Spécieuse** qu'on appelle aujourd'hui algèbre (Diderot et d'Alembert, Trêvoux).

En ce qui a trait aux types d'arithmétique, ils ne sont pas nécessairement exclusifs dans les ouvrages. Par exemple, l'arithmétique des sept premiers chapitres du « Liber Abaci » de Fibonacci est de type arithmétique en soi, tandis que celle des chapitres huit à treize est pratique. Le dernier aspect qu'il nous reste à discuter est l'importance de l'arithmétique, la place qu'elle occupe en lien avec les autres domaines.

2.8.6 Lien entre l'arithmétique et les autres domaines/statut de l'arithmétique

Différents liens ont été mis en évidence dans les ouvrages étudiés que le tableau 2.14 fait ressortir.

Tableau 2.14 Lien de l'arithmétique avec les autres domaines

Arithmétique et Géométrie :	Arithmétique et Algèbre :	Arithmétique et les Autres domaines :
Présentation des nombres avec certaines dispositions géométriques : - Nombre présenté comme grandeur (Euclide, Fibonacci) - Nombres figurés (Nicomaque, Ozanam)	- L'algèbre vue comme une partie de l'arithmétique : Arithmétique généralisée ou Universelle (Fibonacci, Chuquet, Ozanam, Diderot et d'Alembert, Trêvoux) - L'arithmétique est un sous-domaine de l'algèbre (Larousse) - L'algèbre et l'arithmétique sont deux domaines distincts. (Larousse, Auger)	- L'arithmétique est un outil réutilisé dans tous les autres domaines. (Ozanam)

Cette synthèse de l'analyse historique nous permet de caractériser l'arithmétique, ce qu'elle recouvre. Nous remarquons que le contenu arithmétique et son traitement a considérablement évolué au fil du temps. Il en est de même pour les finalités associées à ce domaine. Elles sont tantôt associées à la pratique qui n'est pas toujours la même, en lien avec les besoin d'une certaine époque (problèmes de marchand chez Fibonacci, formation des militaires chez Ozanam,...), tantôt plus théoriques. L'importance qu'occupe l'arithmétique par rapport aux autres domaines n'a pas non plus toujours été la même. Ses liens avec la géométrie et l'algèbre sont à cet effet intéressants à considérer.

Cette synthèse nous permet de mettre en évidence un cadre de référence qui servira de base à l'analyse des manuels. Nous reviendrons dans le chapitre qui suit sur ce cadre de référence, et la méthodologie suivie pour l'analyse des manuels.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Notre objectif de recherche est de cerner l'évolution et les changements dans l'enseignement de l'arithmétique au secondaire au XX^{e} siècle au Québec. Nous nous intéressons à la place qu'elle occupe par rapport aux autres domaines mathématiques, aux types d'arithmétique et aux contenus présents dans les manuels, et à mettre en évidence les finalités associées à son enseignement. Pour répondre à ces questions, une étude historique de l'arithmétique nous a permis de faire ressortir certaines caractéristiques (cf. cadre théorique). Ces caractéristiques seront utilisées dans l'élaboration d'une grille afin d'analyser des manuels québécois du XX^{e} siècle. Ce chapitre est divisé en trois sections. La première présente notre grille d'analyse issue du cadre théorique. La deuxième section porte sur les manuels retenus et les raisons de leur choix. La dernière section explique plus en détails la méthodologie utilisée pour faire l'analyse de chacun des manuels.

3.1 Grille d'analyse des manuels issue du cadre théorique

Dans cette section, nous présentons la grille d'analyse élaborée à partir du cadre théorique. Différentes composantes y sont considérées : la place que prend l'arithmétique ; les contenus abordés ; les relations avec les autres domaines ; les traitements qu'on en fait ; la facette des nombres utilisés ; les finalités et les types d'arithmétiques privilégiés.

3.1.1 Les contenus arithmétiques dans un manuel

- Deux composantes :

Lors du survol historique, nous avons fait ressortir certains contenus qui sont associés à l'arithmétique (cf. tableau 2.11). Afin de classer plus facilement les contenus arithmétiques, nous avons regroupé les cinq catégories en deux composantes : des contenus en lien avec ce que nous nommons aujourd'hui la théorie des nombres et des contenus en lien avec la numération, les opérations et les applications. La composante « en lien avec la théorie des nombres » contient la catégorie 2 du tableau 2.11 : « Propriétés des nombres et propriétés entre eux ». Comme la théorie des nombres s'intéresse aux contenus énumérés dans ce tableau (parité, nombres premiers, nombres parfaits, etc.), nous avons classé ces contenus, lorsqu'ils apparaissent dans un manuel, comme étant « en lien avec la théorie des nombres ». La deuxième composante contient les quatre autres catégories du tableau 2.11. Nous aurions pu créer une composante indépendante « application[1] », mais un premier survol des manuels scolaires nous a montré que les applications et les opérations sont souvent intégrées et qu'il était difficile de les distinguer clairement. Le tableau 3.1 regroupe les contenus arithmétiques classés selon nos deux composantes. Nous nous baserons sur celles-ci pour coder les contenus arithmétiques abordés dans un manuel.

Ces contenus peuvent se retrouver sous un autre nom ou une autre terminologie. Par exemple, Ozanam parle de la règle du cent qui est définie comme « Regle de Trois, dont le premier nombre est toûjours 100 » (Ozanam, 1691, p. 58). Aujourd'hui, nous faisons des références au cent en l'appelant le pourcentage. Dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur », le pourcentage s'écrit « percentage » (Les Frères des Écoles chrétiennes [F.E.C.], 1916, p.180). Il s'agit dans tous les cas de la même notion arithmétique. Nous pouvons aussi donner l'exemple de la règle de compagnie qui est nommée la « règle de société » chez les mêmes auteurs (F.E.C., 1916, p. 254; F.E.C., 1953, p. 268). Là encore, il s'agit de la même notion arithmétique qui prend une terminologie différente.

---

[1] Le terme « application » est à prendre ici comme une des règles d'application énumérées dans le tableau 2.11 du chapitre précédent

Tableau 3.1 Les contenus arithmétiques d'un manuel

Composantes	Contenus (mis en évidence par l'analyse historique)
Numération, opérations et applications	- Fonctionnement du système de numération : décimal, binaire, sexagésimal, etc. ; - Fonctionnement du système de mesures : métrique, impérial, de temps, monétaire, etc. ; - Opérations sur les nombres (entiers, rationnels, irrationnels, etc.) ou sur les mesures : addition, soustraction, multiplication, division, puissance, extraction de racines, simplification de fraction, conversions des unités de mesure, etc. ; - Vérification de calcul ; - Proportions, incluant la recherche d'une 4^e proportionnelle ; - Règle de trois ou règle d'or ; - Règle de fausse position et de double fausse position ; - Règle composée (application de plusieurs règles de trois) ; - Règle de compagnie ; - Règle testamentaire ; - Règle d'alliage ; - Règle du cent (ou pourcentage) ; - Règle d'intérêt simple et composé ; - Règle d'escompte ; - Règle de change ; - Carrés magiques.
En lien avec la théorie des nombres	- Parité ; - Critère de divisibilité ; - Nombres premiers et nombres premiers entre eux ; - Facteurs d'un nombre, le PGCD et le PPCM ; - Nombres plans, solides, plans-plans, etc. ; - Nombres parfaits et imparfaits ; - Nombres abondants et défaillants ; - Nombres amiables ; - Nombres figurés ; - Nombres circulaires ; - Triplets de Pythagore ; - Progressions arithmétiques, géométriques et harmoniques.

3.1.2 Statut de l'arithmétique et classement des contenus par rapport aux autres domaines dans un manuel

- Le Statut

L'arithmétique n'a pas toujours eu, nous l'avons vu dans l'analyse historique, le même statut. À une certaine époque, par exemple, l'algèbre était considérée comme un sous-domaine de l'arithmétique. À une autre époque, l'arithmétique et l'algèbre étaient considérées comme deux domaines mathématiques indépendants. Nous relèverons le statut de l'arithmétique dans l'analyse d'un manuel.

- Le classement des contenus

Nous avons vu, par ailleurs, dans le cadre théorique que les contenus arithmétiques abordés et l'étendue de l'arithmétique n'ont pas toujours été les mêmes. Il est possible, au fil du temps, qu'il y ait eu des changements au niveau des contenus arithmétiques abordés dans les manuels : certains disparaissent-ils ? de nouveau contenus apparaissent-il ? De plus, nous examinerons si certains contenus arithmétiques ne sont pas classés dans un autre domaine mathématique et si d'autres contenus que ceux du tableau 3.1 sont classés en arithmétique : certains contenus ont-ils changé de place ?

Tous les contenus sont traités d'une certaine manière dans un manuel. Nous verrons maintenant quels types de traitement de l'arithmétique sont abordés dans le manuel. Ceci constitue une autre composante importante de notre analyse.

3.1.3 Les traitements des contenus arithmétiques d'un manuel

Nous nous intéressons ici à la façon dont on traite l'arithmétique dans les manuels. Il y a cinq traitements différents qui se dégagent du cadre théorique. Le tableau 3.2 est une reproduction du tableau 2.12 (cf. chapitre 2) qui énonce les traitements de l'arithmétique dans les ouvrages consultés. Ces cinq types de traitement seront utilisés pour coder les approches des contenus arithmétiques du manuel. Ces traitements ne sont pas indépendants les uns des autres. Le ou les auteurs peuvent aborder un contenu arithmétique en utilisant plus d'un traitement.

Tableau 3.2 Le traitement de l'arithmétique issu du cadre théorique

Traitements
1. Présentation de règles/d'algorithmes/de méthodes[2] : présentation détaillée illustrée par des exemples numériques ;
2. Présentation de règles permettant de vérifier le calcul, exemple : preuve par 9 ;
3. Présentation de définitions appuyées par des exemples ;
4. Approche inductive amenant, à partir d'exemples numériques, à énoncer des lois ;
5. Approche déductive énonçant des propositions et les démontrant.

3.1.4 Facettes des nombres utilisés dans un manuel

Avant de cerner les types d'arithmétique et les finalités qui lui sont associées, nous analyserons les facettes du nombre présentes dans un manuel. Le cadre théorique a fait ressortir quatre facettes du nombre sur lesquelles on peut travailler : le nombre perçu comme une grandeur, le nombre vu comme une multitude d'unités, le nombre concret et le nombre abstrait. Ces facettes seront prises en compte dans notre grille d'analyse. Nous trouvons pertinent de coder quelles facettes du nombre un manuel privilégie.

3.1.5 Les types d'arithmétiques abordés dans un manuel

Dans le cadre théorique, nous avons cerné différents types d'arithmétique en fonction du sens qu'on accorde à celle-ci, des contenus abordés, du type de traitement privilégié, des instruments avec lesquels on travaille, etc. (cf. tableau 2.13). Lors de notre analyse, nous réutiliserons certains types d'arithmétique. Les types d'arithmétique que nous avons enlevés seront justifiés par la suite.

---

[2] Au sens défini précédemment (cf. chapitre 2 : 2.1.2.3 et 2.2.4, note de bas de page #6 et #10 du chapitre 2).

Nous conservons les types d'arithmétique suivants :

- **Arithmétique Pratique (ou Vulgaire) :** l'arithmétique est appliquée dans des situations contextuelles, de marchand, de commerce, de la vie. On y donne des règles pratiques liées à certains contextes d'utilisation : règles d'alliage, de compagnie, etc. De plus, nous y ajoutons le calcul qui sert d'outil de travail. Il peut être travaillé avec des nombres abstraits ou dans des contextes ;

- **Arithmétique « en soi » :** on travaille sur les nombres abstraits sans les relier à des contextes : le système de numération, les types de nombres, leurs propriétés et les propriétés entre eux, les opérations sur les nombres (addition, soustraction, multiplication, division, puissances, etc.), les nombres figurés..., les carrés magiques, les proportions et progressions, etc. On y travaille plus les définitions, les propriétés... sans mettre l'accent, dans ce cas, sur l'élaboration de démonstrations ;

- **Arithmétique Théorique[3] :** l'arithmétique est « la science des propriétés et des rapports des nombres abstraits, avec les démonstrations des différentes règles » (Trêvoux, 1777, p. 502). L'idée de démonstration en lien avec les nombres et leurs propriétés est ici très importante ;

- **Arithmétique instrumentale :** on apprend à concevoir et à utiliser des instruments, par exemple les bâtons de Neper, les abaques, les tables de logarithmes... permettant d'effectuer des calculs ;

- **Arithmétique qui dépend du système de numération** : arithmétique binaire, décimale, sexagésimale, etc.

Les deux autres types d'arithmétique issus de l'analyse historique ont été enlevés. L'un d'eux est l'« arithmétique politique ». Il s'agit essentiellement de ce qu'on appelle

[3] Nous avons enlevé « ou théorie des nombres » (cf. tableau 2.13) dans ce type d'arithmétique afin qu'il n'y ait pas de confusion avec la composante « en lien avec la théorie des nombres » de l'analyse des contenus arithmétiques.

aujourd'hui la statistique en lien avec l'administration d'État. De nos jours, la statistique est considérée comme un domaine indépendant en mathématiques. Il en est de même pour l'autre type d'arithmétique non considéré ici, l'« arithmétique universelle ou spécieuse », qui est en fait l'algèbre. À notre époque, l'algèbre est aussi considérée comme un domaine indépendant de l'arithmétique. D'ailleurs, nous avons remarqué ce changement dans le cadre théorique.

Les types d'arithmétiques que nous retenons ne sont pas disjoints. Il est possible, en effet, qu'un manuel aborde différents types d'arithmétiques. C'est à partir de l'analyse des contenus abordés et des traitements privilégiés ainsi qu'à partir de l'analyse des facettes du nombre sollicitées que nous allons pouvoir déduire quels types d'arithmétique sont en fait privilégiés dans un manuel. Une fois ces analyses complétées, il sera possible d'expliciter les finalités associées à l'arithmétique dans ce manuel. Les finalités ne sont pas nécessairement explicitées par l'auteur. C'est le chercheur qui déduira en fait les finalités à partir des analyses précédentes.

3.1.6 Les finalités associées à l'arithmétique dans un manuel

Dans l'analyse des manuels, notre recherche s'intéresse aussi aux finalités associées à l'arithmétique. Lors du survol historique dans le cadre théorique, nous avons répertorié cinq finalités, implicites ou explicitées par les auteurs. Le tableau 3.3 les met en lumière.

Tableau 3.3 Les finalités associées à l'arithmétique dans un manuel

Finalités
• **Visée théorique**
➢ Introduction des propriétés des nombres et des propriétés entre eux (sans les démonstrations) ;
➢ Sens « art de démontrer » où la présence des démonstrations sur les propriétés est importante.
• **Visée pratique**
➢ Arithmétique commerciale, problèmes de marchand, résolution de problèmes concrets ;
➢ Développement d'habiletés de calcul (pas nécessairement en utilisant des contextes)
• **Visée instrumentale**
➢ Conception et utilisation d'instruments (ex. Calculatrice, tables de logarithmes).

C'est à partir de ces trois finalités et de leurs sous-composantes que nous analyserons celles associées à l'arithmétique dans les manuels scolaires que nous choisirons. Voyons maintenant, dans son ensemble, la grille d'analyse construite.

3.1.7 Synthèse des éléments précédents

Pour répondre à notre objectif de recherche, il nous a fallu caractériser l'arithmétique, ce que nous avons fait dans le cadre théorique. Les caractéristiques qui se dégagent de cette analyse historique ont été reprises, pour la plupart, pour nous permettre de construire une grille d'analyse pour les manuels. La figure 3.1 résume ce que nous avons retenu du cadre théorique pour l'élaboration de la grille. C'est en utilisant cette grille que nous analyserons les manuels.

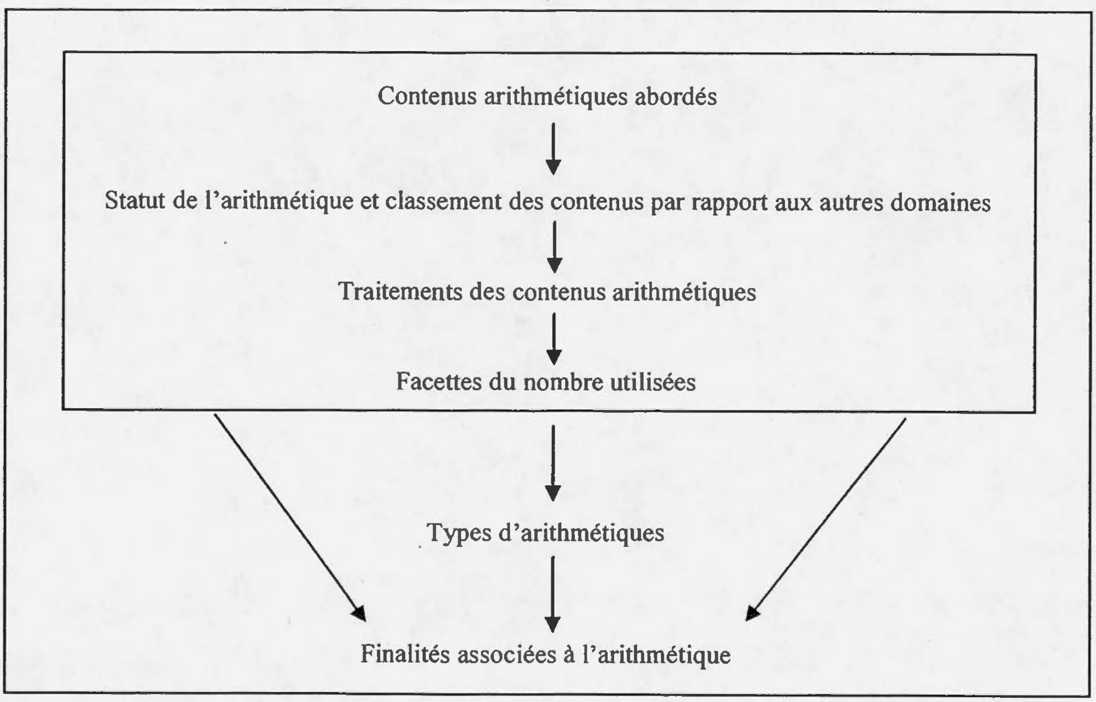


Figure 3.1 Grille d'analyse de manuels issue du cadre théorique

En résumé, pour faire l'analyse d'un manuel à partir de la grille issue du cadre théorique, nous nous intéresserons dans un premier temps aux contenus arithmétiques pour faire ressortir lesquels sont présents. Ensuite, nous regarderons le statut de l'arithmétique et le classement des contenus par rapport aux autres domaines pour passer à la façon dont les contenus arithmétiques sont traités. Nous nous pencherons après sur les facettes du nombre utilisées dans le manuel. Ces analyses nous permettront de déterminer quels types d'arithmétique sont privilégiés dans le manuel. Pour conclure, les conclusions tirées précédemment nous renseigneront sur les finalités associées à l'arithmétique dans le manuel étudié.

Nous verrons maintenant quels seront les manuels que nous retenons pour cette étude, et les raisons qui justifient ce choix.

3.2 Une analyse de manuels utilisés au cours du XX^e siècle au Québec : Quels manuels ? Pourquoi ?

Pour répondre à nos questions de recherche, nous avons décidé de faire une sélection de manuels scolaires utilisés au Québec au cours du XX^e siècle. Les manuels scolaires sont une trace historique de l'enseignement à une époque donnée. Nous avons choisi pour cette étude de prendre le XX^e siècle comme période d'étude, soit de 1900 à 2000. Il existe près de 3000 manuels mathématiques répertoriés (incluant les réimpressions) dans cette période au primaire et au secondaire (Aubin, 2006). Comme notre étude s'intéresse à l'arithmétique enseignée au secondaire, nous ne choisirons que des manuels du secondaire. Avant de déterminer les manuels choisis, nous situerons rapidement le contexte scolaire du secondaire du XX^e siècle et les programmes d'études en vigueur au cours de cette période. Ce contexte nous aidera à comprendre les raisons des choix de manuels ciblés.

3.2.1 Le contexte scolaire global

Au début du siècle dernier, le système scolaire est un système public confessionnel : un système catholique, pour les francophones, et un système protestant, pour les anglophones (Bednarz, 2002). Jusqu'au milieu du siècle, très peu d'élèves francophones fréquentent l'école au-delà de l'école élémentaire : en 1929, 24 % des élèves poursuivent leurs études ; en 1946, 46 % se rendent jusqu'à la 7^e année (primaire), 25 % en 8^e année (sec. 1), 17 % en 9^e année et 2 % seulement terminent la 12^e année (sec. 5) (Bednarz, 2002). De plus, le niveau secondaire est pris en charge principalement par les Collèges Classiques qui sont des institutions privées, élitistes et non-mixtes : en 1935, il n'existait que quatre Collèges Classiques pour les filles au Québec (Audet et Gauthier, 1967).

Il faut attendre les années soixante, avec la Commission Parent et la création du Ministère de l'Éducation (1964), pour que l'enseignement secondaire soit obligatoire pour les élèves jusqu'à 15 ans. Malgré ces changements, en 1971, seulement 57,7 % des élèves de 15 ans atteignent la 9^e année et en 1981, la proportion passe à 73,6 % (Bednarz, 2002). En 1995, 85,3 % de la population (en comptabilisant les adultes qui retournent à l'école) possède un diplôme d'études secondaire (MEQ, 2006).

La fréquentation massive de l'école secondaire par les élèves francophones est donc récente au Québec. L'accès à l'école secondaire publique l'est aussi, puisque avant les années cinquante, ce sont surtout des institutions privées qui offraient ce service en dehors des grandes villes. Il existait cependant un secteur élémentaire public officiel depuis 1873 (Audet et Gauthier, 1967, p. 36).

Ces données nous aident à situer le contexte global dans lequel ont pris place les différents programmes d'études du secondaire, qui donnent un sens à ceux-ci en termes des finalités poursuivies (Bednarz, 2002). Nous reviendrons maintenant sur la structure de l'école secondaire publique ainsi que sur les programmes d'études qui ont pris place au cours du XX^e siècle.

3.2.2 L'école secondaire publique du XX^{e} siècle et les programmes d'études

Nous savons qu'il y a eu différents programmes d'études dans l'enseignement au secondaire au XX^{e} siècle. Le *premier programme* est celui *de 1905* (Audet et Gauthier, 1967, p. 36). Ce programme d'étude s'adresse autant aux enseignants de l'élémentaire qu'aux enseignants du secondaire. À cette époque, le secondaire porte le nom de cours primaire supérieur (F.E.C., 1916) ou cours académique (Audet et Gauthier, 1967). L'équivalent actuel de ce cours primaire supérieur est la première et la deuxième secondaire. Pour le secteur public francophone de 1905, il n'existe donc pas de niveau supérieur à la deuxième secondaire. Pour notre recherche, cela implique qu'il n'existe pas, pour le secteur public francophone, de manuels scolaires pour la fin du secondaire (troisième, quatrième et cinquième secondaire) à cette époque.

Dans le *programme d'étude de 1923* (s'appliquant au primaire et au secondaire), l'école élémentaire comporte 6 années. Il existe ensuite un cours complémentaire de 2 ans (Audet et Gauthier, 1967, p. 46-47). Ces deux années sont l'équivalent du cours primaire supérieur du précédent programme (secondaire 1 et 2 actuel). En 1921 sont créées des écoles appelées cours primaire supérieur qui complètent le cours complémentaire. Ces écoles sont reconnues officiellement dans le *programme d'étude de 1929* qui complète celui de 1923 (Bednarz, 2002 ; Linteau, Durocher et Robert, 1989 ; Audet et Gauthier, 1967). Le cours primaire supérieur, à partir de cette date, est l'équivalent du secondaire 3, 4 et 5 d'aujourd'hui. Pour notre étude, ceci implique que les manuels scolaires pour le secondaire pour cette période sont les manuels du cours complémentaire et du cours primaire supérieur.

Le *programme d'étude* qui suit celui de 1929 est spécifique au secondaire public[4] et a lieu en *1956*. Il subit des modifications à tous les ans de 1956 à 1963 (Audet et Gauthier, 1967, p. 36). On fusionne alors le cours complémentaire et le primaire supérieur pour l'appeler le cours secondaire : « le nouveau programme des écoles complémentaires et primaires

[4] En 1948, un nouveau programme d'étude est implanté pour les écoles élémentaires, notre primaire actuel, pour le secteur public francophone. Il faut attendre 1956 avant qu'un nouveau programme soit implanté pour le secteur secondaire (Bednarz, 2002 ; Audet, 1967).

supérieures qui s'appelleront désormais "Écoles secondaires" » (Département de l'Instruction Publique [D.I.P], 1958, p. 1). Dans ces programmes, les années scolaires sont notées comme étant la 8e, 9e, 10e, 11e et 12e année. On distingue les cours[5] offerts pour les filles et les garçons :

> *Chez les garçons*, l'école secondaire comprend cinq (5) cours : général, classique, commercial, agricole, industriel.
>
> Aux cours général et classique s'ajoutent deux classes spéciales de culture nettement professionnelle : une douzième année dite "scientifique" et une douzième année dite "commerciale spéciale". (D.I.P., 1958, p. 7)
>
> ....
>
> *Chez les filles*, l'école secondaire comprend quatre (4) cours : général, classique, arts familiaux, commercial.
>
> Aux cours général et classique s'ajoutent deux classes spéciales de culture nettement professionnelle : une douzième année dite "scientifique" et une douzième année dite "commerciale spéciale". (p. 9)

Dans ce programme, on indique qu'au-delà de ces différents cours (options), il y a une formation commune pour tous les élèves lors des deux premières années du secondaire : « Pour répondre à cette fin de culture humaine et pour obvier aux difficultés d'une prudente et sage orientation, les deux premières années de tous les cours secondaires sont autant que possible des années de formation générale. » (D.I.P., 1958, p. 7). À cette époque, la 8e et la 9e année sont donc communes à tous les élèves du secondaire. La 10e et la 11e année apparaissent différentes selon le « cours » que l'élève suit (général, classique, etc.). La dernière année, offerte dans le cours général ou classique [la « 12e année spéciale dite scientifique » (D.I.P., 1958, p. 8)] et offerte dans le cours commercial [la « 12e année spéciale dite commerciale » (p. 8)], n'est pas offerte dans toutes les écoles : « Ces deux classes spéciales ne pourront être ouvertes qu'avec l'autorisation du Surintendant. » (p. 8). Il n'y aura donc que pour la 8e et la 9e année qu'on pourra retrouver un manuel qui satisfasse tous les

[5] Dans ce programme, l'utilisation du mot « cours » est à prendre comme une orientation et non pas comme un « cours de mathématique ».

« cours » puisqu'elles sont les seules à être communes. Pour les autres années, il faudra tenir compte des orientations pour le choix du manuel.

Un *nouveau programme d'études* du secondaire apparaît *en 1970* dans la foulée du rapport Parent et de l'influence des mathématiques modernes (Bednarz, 2002). C'est le programme qu'on nomme le « programme-cadre », c'est-à-dire qu'on n'y « définit que les grandes lignes d'un enseignement des mathématiques » (Bednarz, 2002, p. 154). C'est à partir de ce programme que la nomenclature « secondaire 1 à secondaire 5 » est utilisée pour remplacer celle de « 8^{e} à 12^{e} année ». Deux voies se retrouvent à chacune des années : la voie régulière et la voie enrichie. La voie régulière est notée mathématique 120, mathématique 220, mathématique 320, mathématique 420 et mathématique 522 (il y a aussi 504 et 512)[6] pour la première à la cinquième secondaire respectivement. L'autre voie est la voie enrichie : mathématique 130, mathématique 230, mathématique 330, mathématique 420 et mathématique 532[7] pour la première à la cinquième secondaire respectivement (MEQ, 1972a, 1972b, 1971). Cette structure implique que nous allons devoir tenir compte de la voie dans laquelle l'élève travaille à l'intérieur d'un manuel.

Un nouveau programme d'étude est élaboré *au début des années 1980* (MEQ, 1984, 1981), pour réagir aux difficultés suscitées par la mise en place très différente du programme cadre d'une école à l'autre. On réintroduit de plus trois années de formation commune, la première, deuxième et troisième secondaire, supprimant les voies régulière et enrichie à ces niveaux. En quatrième et cinquième secondaire, deux voies sont maintenues : le régulier et l'enrichi. Le régulier est appelé le secondaire 4 et le secondaire 5 respectivement. Pour l'enrichi, on l'appelle « Option I » en quatrième secondaire et « Option II » en cinquième secondaire.

---

[6] À partir de 1972, ces nouveaux codes remplacent ceux de 1970 anciennement notés 121-221-321-421-511 pour la voir régulière. Il s'agit seulement d'un changement de code qui n'a aucun impact sur le contenu du programme.

[7] À partir de 1972, ces nouveaux codes remplacent ceux de 1970 pour la voie enrichie anciennement notés 131-231-331-431-521. Il s'agit seulement d'un changement de code qui n'a aucun impact sur le contenu du programme.

La *dernière réforme du programme d'études* au secondaire du XX^{e} siècle a eu lieu *en 1994*. Ce programme a été implanté progressivement d'abord en secondaire 1 (1994) puis une année à la fois jusqu'en secondaire 5. Cette fois, par contre, le programme d'étude ne s'applique pas à toutes les disciplines, mais est spécifique aux mathématiques. Comme dans les années 80, la première, la deuxième et la troisième secondaire sont offertes à tous les élèves. En quatrième secondaire, les élèves peuvent choisir entre mathématique 416 (régulier), 426 (transitoire) et 436 (enrichi). En cinquième secondaire, on retrouve maintenant le 514 (régulier), le 526 (transitoire) et le 536 (enrichi) (MEQ, 1993, 1994, 1995, 1996a, 1996b, 1997a, 1997b, 1999a, 1999b). Les cours 426 et 526 en mathématique correspondent à une partie du programme des cours 436 et 536 respectivement (MEQ, 1999a, 1999b).

Cette introduction des différentes réformes, et de la structure de l'école secondaire au fil du temps, nous aidera à situer les manuels scolaires que nous avons choisis pour répondre à notre objectif et à nos questions de recherche.

3.2.3 Quels manuels ? Pourquoi ?

À la lumière de la présentation du contexte scolaire et de la structure de l'école secondaire au fil du temps, nous avons cherché à cibler des manuels utilisés à chacune des périodes associée aux différents programmes. Nous avons centré notre étude sur le secteur francophone public. Il y a eu six grandes réformes des programmes d'études au cours du siècle dernier : 1905, 1923-1929, 1956-1963, 1970, 1980, 1994. Nous avons donc choisi de prendre une collection de manuel par programme d'études, une collection recouvrant les cinq années du secondaire, sauf pour le programme de 1905, puisqu'il n'existait à cette époque, nous l'avons vu précédemment, que deux années pour le secondaire.

Pour le choix des collections, nous nous sommes fiés au catalogue de l'Université Laval sur les manuels scolaires (Aubin, 2006). Ce catalogue indique le nombre de réimpressions et d'éditions qu'un manuel a eu ainsi que les dates de parution. Aubin a répertorié tous les manuels qu'il y a eu au Québec entre 1765 et 1960. Pour les dates ultérieures, le catalogue n'est pas complet. Nous avons donc choisi un manuel qui a eu plusieurs réimpressions ou éditions, signe qu'il fut beaucoup utilisé et qu'il est donc en ce sens représentatif d'un programme donné. Pour les années plus récentes, 1960 à nos jours, nous avons discuté avec nos collègues, nos professeurs, des enseignants du secondaire ayant enseigné durant cette période pour savoir quels manuels étaient les plus utilisés au secondaire. Ceci nous a aidé à faire un choix définitif.

Pour le programme de 1905, nous avons choisi le manuel « Arithmétique, cours supérieur[8] » des Frères des Écoles chrétiennes (F.E.C., 1916) pour la première et deuxième secondaire. La première édition de ce manuel date de 1906. Il y a eu 26 éditions en tout de ce manuel, dont la dernière fut publiée en 1949. Comme à cette époque, il n'y a pas de niveau supérieur au cours « primaire supérieur » dans le secteur public francophone, nous restreindrons notre analyse à ce manuel.

Pour le programme de 1923, complété en 1929 avec l'ajout du primaire supérieur[9], nous avons choisi « Arithmétique, cours complémentaire (ancien cours supérieur) » des Frères des Écoles chrétiennes (F.E.C., 1946) pour la première et deuxième secondaire. Selon le catalogue de Aubin (2006), ce manuel francophone est le seul utilisé au cours complémentaire à cette époque[10]. Un survol du manuel nous montre qu'il s'agit d'une des éditions du manuel de l'époque précédente. Le manuel est identique[11]. Il y a juste le titre qui s'est adapté à la structure scolaire de ces années. L'étude ne sera donc pas reprise dans ce cas (elle aura déjà fait l'objet d'une analyse pour l'époque précédente). Le deuxième manuel choisi pour cette époque pour le primaire supérieur est « Les Mathématiques de la vie

---

[8] Rappelons que le cours primaire supérieur de cette époque correspond à la première et deuxième secondaire actuelle. Il n'y avait pas, dans le système public, de secondaire 3, 4, 5.

[9] Qui à cette époque correspond à la 3^{e}, 4^{e} et 5^{e} secondaire.

[10] Effectivement, les autres manuels du catalogue sont soit en anglais, soit des manuels pour l'élémentaire.

[11] Malgré un changement de programme, il semblerait que les contenus soient restés les mêmes. Nous n'avons pas réussi à trouver une copie des programmes de 1905 et 1923 ou 1929 pour vérifier.

courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie » (F.E.C., 1953). Ce manuel a eu sept éditions entre les années 1948 et 1954.

Pour le programme de 1956, nous avons eu une difficulté, car ce programme a subi des modifications jusqu'en 1963. À part la 8^{e} et 9^{e} année, les dernières années du secondaire n'étaient pas les mêmes en fonction du « cours » dans lequel l'élève était placé. On retrouvait en effet, nous l'avons vu précédemment, plusieurs options parallèles à cette époque. De plus, la recherche dans le catalogue de Aubin (2006) montre aussi qu'il n'y a pas de manuel scolaire dans la discipline arithmétique[12] pour la fin du secondaire.

La création du Ministère de l'Éducation en 1964 et les changements associés peut expliquer pourquoi il y a eu peu de manuels scolaires pour le secondaire entre 1950 et 1969. La réforme précédente n'a probablement pas eu le temps de s'installer que déjà de nouvelles réformes majeures étaient en vue. Pour ces raisons, nous avons choisi le manuel « Mathématiques : 8^{e} et 9^{e} Années » de Beaudry[13], Levasseur et Prescott (1968) pour l'équivalent de la première et deuxième secondaire et nous n'avons pas retenu la 10^{e}, 11^{e} et 12^{e} année pour notre analyse. Il y a eu, malgré tous les changements au niveau de la structure scolaire, deux éditions du manuel de Beaudry, Levasseur et Prescott.

Pour le programme de 1970, nous avons choisi la collection « Mathématiques Nouvelles » (Ménard, 1973, 1972, 1971, 1970a, 1970b) pour les cinq années du secondaire. Cette collection contient les options enrichies et régulières (option 110-120-130, option 210-220-230, option 322-332, option 422-432 et option 522-532). Pour cette période, le choix de cette collection a été retenu, car plusieurs intervenants (professeurs, enseignants) ont dit que cette collection a été très utilisée dans les écoles du Québec, en plus de se retrouver dans le catalogue de Aubin (2006).

---

[12] La recherche de manuels peut se faire par discipline. Pour les notions mathématiques, les choix sont : Arithmétique, Algèbre, Géométrie, Trigonométrie, Logarithmes et Calcul.

[13] À cette époque, Gérard Beaudry fut très actif et impliqué dans le domaine de l'éducation (Poirier, 1990)

Pour le programme d'études de 1980, nous avons choisi la collection « Mathématique Soleil » (Drolet et Rochette, 1987, 1986a, 1986b, 1985, 1984, 1983a, 1983b) pour les cinq années du secondaire. Cette collection inclut aussi des manuels pour l'option enrichie en quatrième et cinquième secondaire. Encore une fois, le catalogue (Aubin, 2006) et les témoignages nous ont appris que cette collection a été très utilisée au secondaire.

Pour le dernier programme du XX^e siècle (1994), la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1995-96, 1994, 1993) a été choisie pour les trois premières années du secondaire. En quatrième secondaire 416 et cinquième secondaire 514, cette collection prend le nom de « Regards Mathématiques » (Breton et al., 1998, 1997, 1996-97b), elle est la suite de « Carrousel » et est écrite par les mêmes auteurs. Pour le secondaire 436 et 536, elle prend le nom de « Réflexions mathématiques » (Breton, 1998-99, 1996-97a), et est écrite par les mêmes auteurs. En ce qui a trait au 426 et au 526, comme il s'agit d'une partie du programme de 436 et 536, nous ne regarderons que la collection « Réflexions Mathématiques ».

Le tableau 3.4 résume quelles collections ou manuels ont été choisis à cette étape pour chacun des programmes d'études qu'il y a eu au XX^e siècle. Compte tenu toutefois de l'ampleur du travail qu'aurait représenté une telle analyse, nous avons dû restreindre par la suite notre analyse à des manuels du début et de la fin du siècle. Nous analyserons les manuels « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916), « Arithmétique, cours complémentaire (ancien cours supérieur) » (F.E.C., 1946) et « Les Mathématiques de la vie courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie » (F.E.C., 1953) pour le début du siècle. Pour la fin du siècle, nous analyserons les manuels de la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1994, 1993; Breton et Morand, 1995-96), ceux de la collection « Regards Mathématiques » (Breton et al., 1998, 1997, 1996-97b) et ceux de la collection « Réflexions Mathématique » (Breton et al., 1998-99, 1996-97a). Ainsi, tous les niveaux du secondaire seront couverts pour notre analyse, tant au début qu'à la fin du XX^e siècle.

Nous verrons par la suite les détails de la méthodologie d'analyse de ces manuels.

Tableau 3.4 Les manuels scolaires choisis pour notre étude

Programmes d'études en mathématiques, les différentes réformes	**Structure de l'école secondaire**	**Choix d'un manuel** **Critères :** **- Associé à un programme d'étude** **- Ayant fait l'objet de réimpressions/ utilisé/ représentatif de cette époque**
1905	- Primaire supérieur (2 ans)	- « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)
1923 (complété en 1929)	- Cours complémentaire (2ans) - Cours « primaire supérieur » (3 ans)	- « Arithmétique, cours complémentaire (ancien cours supérieur) » (F.E.C., 1946) - « Les Mathématiques de la vie courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie » (F.E.C., 1953)
1956-1963	- 8^e et 9^e année : général pour tous - 10^e, 11^e et 12^e année : Choix entre le « cours » général, classique, commercial ou industriel	- « Mathématiques : 8^e et 9^e Années » (Beaudry, Levasseur et Prescott, 1959) - Aucun
1970 (programme cadre)	- Voie régulière : 120-220-320-420-522 - Voie enrichie : 130-230-330-432-532	- Collection « Mathématiques Nouvelles » (Ménard, 1973, 1972, 1971, 1970a, 1970b)
1980	- Secondaire 1, 2, 3 - Voie régulière : Secondaire 4 et 5 - Voie enrichie : option I (sec. 4) et option II (sec. 5)	- Collection « Mathématique Soleil » (Drolet et Rochette, 1987, 1986a, 1986b, 1985, 1984, 1983a, 1983b)
1994	- Secondaire 1, 2, 3 - Voie régulière : 416 et 514 (sec. 4 et 5) - Voie intermédiaire : 426 et 526 (sec. 4 et 5) - Voie enrichie : 436 et 536 (sec. 4 et 5)	- Collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1995-96, 1994, 1993) - « Regards Mathématiques » (Breton et al., 1998, 1997, 1996-97b) - « Réflexions Mathématiques » (Breton, 1998-99, 1996-97a)

3.3 Méthodologie d'analyse des manuels

Nous spécifierons dans cette section la méthodologie utilisée pour l'analyse de chacun des manuels retenus. Nous avons repris la grille d'analyse issue du cadre théorique élaborée dans la section 3.1 en y ajoutant toutefois certaines améliorations[14].

3.3.1 La présentation des notions dans le manuel

Avant de regarder les contenus arithmétiques abordés lors de l'analyse d'un manuel, nous nous attarderons, dans une section, sur la manière dont le manuel amène globalement les notions. Cette section n'est pas issue du cadre théorique. Nous avons senti le besoin de présenter le manuel afin de pouvoir en avoir une vision globale.

Les manuels suivent une certaine routine, une logique dans l'organisation du contenu. Par exemple, lors de la présentation d'une nouvelle notion, comment l'introduit-on ? Est-ce qu'il y a des exercices, des problèmes associés à cette notion ? Dans ce cas, est-ce qu'ils sont placés immédiatement après la notion, à mesure qu'on la précise, avant celle-ci pour l'introduire ? Nous donnerons des exemples représentatifs du fonctionnement du manuel. Un premier survol du manuel sera ainsi fait sur l'ensemble des notions mathématiques abordées.

Nous ferons donc part de la présentation globale des notions avant d'entrer dans l'analyse des contenus arithmétiques abordés dans le manuel et sur la place qu'occupe l'arithmétique.

---

[14] Après avoir regardé de plus près les manuels, certaines composantes supplémentaires nous sont apparues importantes à prendre en compte.

3.3.2 La place occupée par l'arithmétique dans un manuel

Lors de l'analyse d'un manuel, nous regarderons ensuite la place qu'y occupe l'arithmétique. Cette section n'est pas non plus directement issue du cadre théorique. Nous avons trouvé toutefois important de voir la place que prend l'arithmétique dans le manuel par rapport à l'ensemble de l'ouvrage avant d'aborder une analyse plus fine.

Pour analyser la place qu'occupe l'arithmétique, nous allons comptabiliser le nombre de pages qu'elle accapare sur l'ensemble du manuel. Notons que nous ne regarderons pas seulement la section « Arithmétique » dans le manuel pour rendre compte de cette place, mais les autres sections aussi (par exemple la section « Algèbre », « Géométrie », etc.). Il est possible en effet que certains contenus arithmétiques soient classés dans les autres sections. Dans ce cas, elles seront comptabilisées dans la place qu'occupe l'arithmétique dans le manuel. Nous établirons ensuite le rapport entre le nombre de pages consacrées à l'arithmétique et le nombre total de pages du manuel. Ce rapport nous donnera une idée de la place que l'arithmétique prend dans un manuel. Nous utiliserons le pourcentage pour représenter ce rapport, ce qui permettra ainsi de comparer les différents manuels entre eux, même s'ils n'ont pas le même nombre de pages, ni le même format. Cette partie de la grille s'applique à l'ensemble du manuel.

3.3.3 Préambule à la suite de l'analyse des manuels

Avant de passer à la suite de la méthodologie d'analyse des manuels et pour utiliser la grille d'analyse issue du cadre théorique, nous avons senti le besoin de différentier ce qui a trait aux notions mathématiques à enseigner et la partie où l'élève pratique ces notions. Nous distinguerons ces deux parties avec la terminologie suivante : la section « cours » et la section « exercices ».

Ce que nous entendons par la section « cours » est ce qui pourrait servir à l'élaboration de la leçon par l'enseignant : toutes les définitions, les exemples, les règles, les propriétés, les théorèmes, l'introduction du contenu (à partir d'activités ou de problèmes), etc. Bref, tout ce qui est en lien avec la présentation des contenus dans le manuel.

En ce qui concerne la section « exercices », elle concerne le répertoire de questions, la banque de problèmes, que l'on retrouve dans le manuel pour faire travailler l'élève sur le contenu. Voici trois exemples différents de questions posées dans des manuels scolaires :

1368. Quelle différence y a-t-il entre le décimètre carré et le dixième du mètre carré ? (Les Frères des écoles chrétiennes [F.E.C], 1916, p. 155)

26 Calcule la valeur de ces expressions.

a) $2\ \% \times 0{,}5 + 0{,}3$ **b)** $50\ \% + 20\ \% \times \frac{1}{4}$

c) $10\ \% \times (\frac{3}{4} + 25\ \%) - (\frac{2}{5} \times 0{,}8 - 0{,}03)$ **d)** $(40\ \%)^2 - 0{,}2 \times (0{,}5 - \frac{1}{8})^2$

(Breton, 1993a, p. 93)

2608. La paye hebdomadaire des 200 ouvriers d'une fabrique se monte à $5 650. A la suite d'une grève, le patron réduit de 10 à 9 le nombre des heures de travail, et augmente de $\frac{1}{8}$ le prix de l'heure ; enfin, il embauche 40 nouveaux ouvriers. Combien devra-t-il débourser par semaine dans ces nouvelles conditions ? (F.E.C., 1953, p. 289)

Dans ces exemples, la première question porte sur un raisonnement sur le système de mesures métriques, la deuxième demande d'effectuer promptement des calculs et la dernière demande de résoudre un problème. Une analyse des différents types de questions pourrait être faite dans l'analyse, mais nous ne le ferons pas. Dans ce présent mémoire, nous ne distinguerons donc pas ces types de questions. Nous nous référons à toutes ces questions comme étant des « exercices ».

3.3.4 Les contenus arithmétiques

La grille d'analyse issue du cadre théorique nous amènera à analyser les contenus arithmétiques présents dans un manuel. Cette analyse se fera sur la section « cours ». Le tableau 3.1 fait une liste des contenus arithmétiques possibles. Nous répertorierons ceux présents dans un manuel en fonction des deux composantes données précédemment : « En lien avec la théorie des nombres » et « Numération, opérations et application » (cf. tableau 3.1). Pour ce faire, nous mesurerons la partie consacrée à chacune des composantes. En connaissant la longueur d'une page, nous pourrons ainsi retrouver le nombre de pages équivalentes associées à la section « cours » de chacune des composante[15]. Nous comptabiliserons aussi le nombre total de pages (section « cours » et « exercices ») pour chacune des deux composantes. Ensuite, nous en déduirons le nombre de pages associé à la section exercices. De cette façon, nous saurons la place prise par chacune des composantes, et aussi l'importance de la section « cours » par rapport à la section « exercices » pour celles-ci. Pour retrouver les contenus arithmétiques, il nous faudra fouiller dans le manuel en entier pour nous assurer qu'il n'y a pas de contenus arithmétiques situés ailleurs que dans la section réservée à l'arithmétique du manuel. Si c'est le cas, il faudra en tenir compte et l'insérer dans cette partie de l'analyse.

3.3.5 Statut de l'arithmétique et classement des contenus

- Le Statut

L'analyse historique a fait ressortir que le statut de l'arithmétique n'a pas toujours été le même. Dans cette partie de l'analyse du manuel, nous regarderons si les auteurs donnent un statut particulier à l'arithmétique. Ils peuvent le mentionner explicitement ou le statut de l'arithmétique transparaîtra dans la structure du manuel (par sa place occupée, par les

[15] Le nombre de pages total pour la section « cours » d'une des composantes se calculera par :

$$\text{Nb. de pages consacré à la section « cours » de cette composante} = \frac{\text{Mesure totale pour la section « cours » de cette composante}}{\text{Mesure d'une page}}$$

classements des contenus, par les contenus eux-mêmes, etc.). Cette analyse sera une interprétation de notre part.

- Le classement des contenus

Tel que mentionné ci-dessus (cf. 3.1.2 et 3.3.4), il se peut que certains contenus arithmétiques soient classés dans les autres domaines des mathématiques. De plus, il est possible que des contenus que nous avons qualifiés d'arithmétiques selon notre tableau 3.1 soient traités autrement qu'arithmétiquement. Par exemple, il se peut qu'un contenu arithmétique soit travaillé algébriquement, le travail n'étant plus fait sur les nombres, mais en cherchant à généraliser la notion en utilisant l'algèbre. Donnons comme exemple la notion d'intérêts composés dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » :

> **676. Formules.** Si l'on représente par *c* le capital placé, par ***r*** l'intérêt annuel de $1, par *n* le nombre d'années, et par *C* le capital augmenté des ses intérêts composés, on aura la formule :
>
> $$C = c\,(1 + r)^n. \qquad (1)$$
>
> Telle est la formule générale des intérêts composés ; elle renferme quatre quantités variables : *C, c, r* et *n* ; trois de ces quantités étant connues, on peut calculer la quatrième. (F.E.C., 1916, p. 369).

Dans cet exemple, la notion d'intérêts composés, qui fait partie du contenu arithmétique selon le tableau 3.1, est traitée algébriquement. On ne travaille pas ici sur les nombres, mais sur une généralisation algébrique permettant de trouver l'une des quatre variables connaissant les autres. Si un cas semblable se produit pour l'une des notions dites arithmétique, nous ne la considérerons pas comme étant arithmétique, due à l'approche utilisée. Par contre, nous préciserons que la notion en question est classée ailleurs et abordée autrement. Notons ici que si certains contenus sont abordés autrement qu'arithmétiquement, il ne faudra pas les comptabiliser dans l'analyse de la place occupée par l'arithmétique et dans l'analyse des contenus.

L'analyse du statut de l'arithmétique et des classements des contenus se fera essentiellement sur la section « cours » du manuel.

3.3.6 Les traitements des contenus arithmétiques

Une fois les contenus arithmétiques et les changements analysés dans un manuel, nous analyserons les traitements de ces contenus arithmétiques. Lors de l'analyse des contenus, nous les avons tous notés dans l'une des deux composantes. Pour chacun des contenus, nous indiquerons le ou les traitements utilisés (cf. tableau 3.2). Nous comptabiliserons ensuite les différents types de traitements pour en déduire le pourcentage par rapport au nombre total de traitements utilisés (il peut y en avoir plus d'un par contenu). Ainsi, nous saurons quels traitements le manuel privilégie.

En ce qui a trait au traitement « approche inductive », une analyse exploratoire des manuels a fait en sorte que nous avons dû réajuster cette catégorie et ce qu'elle représente. Selon notre cadre théorique, le traitement « approche inductive » énonçait des lois à partir de plusieurs exemples. Or, certains manuels ne donnent parfois qu'un seul exemple pour passer ensuite directement à la loi (figure 3.2). Ce type de traitement sera classé dans « approche inductive » même si les auteurs ne donnent qu'un seul exemple.

459. Répartition proportionnelle à des nombres entiers. Problème I. *Partager $4800 en parties proportionnelles aux nombre 3, 4, et 5.*

Il est évident que si la somme à partager était $3 + $4 + $5, ou $12 les trois parts seraient respectivement $3, $4 et $5. Quand la somme à partager est de 12$, la première part est ... $3 Si la somme à partager est $1, la première part sera .... $\frac{3}{12}$ et si la somme à partager est $ 4 800, la première part sera :

$$\frac{\$3 \times 4\,800}{12} = \$1\,200.$$

En raisonnant de la même manière, on trouve,

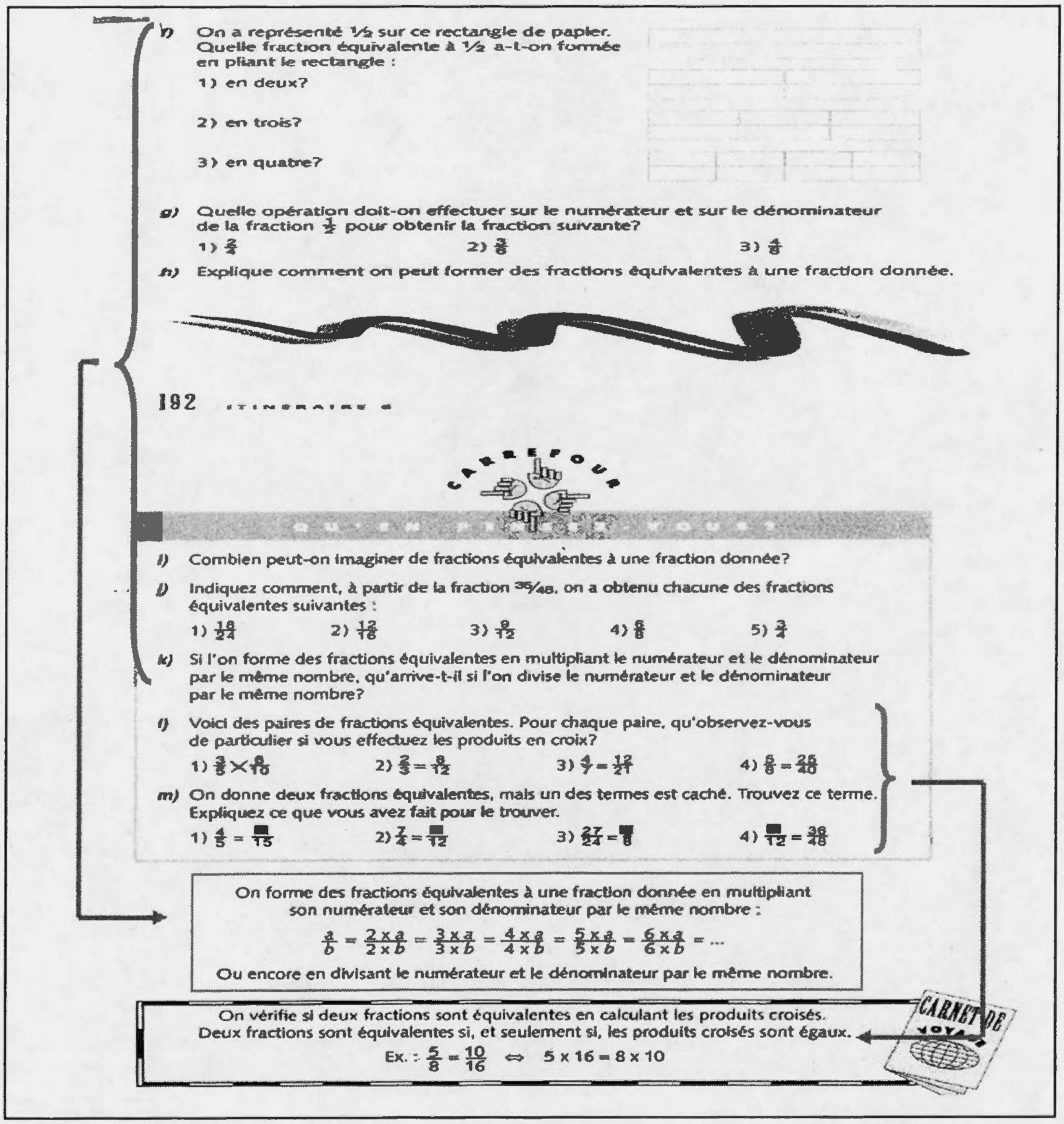
Pour la deuxième part : $\frac{\$4 \times 4\,800}{12} = \$1\,600,$

Et pour la troisième : $\frac{\$5 \times 4\,800}{12} = \$2\,000.$

460. Règle. Pour partager un nombre proportionnellement à d'autres nombres, on multiplie le nombre à partager par chacun des nombres proportionnels, et l'on divise chaque produit par la somme de ces mêmes nombres.

Figure 3.2 Exemple d'approche inductive partant d'un seul exemple (F.E.C., 1953, p. 268-269)

Nous avons aussi remarqué qu'il arrive dans certains manuels que le ou les auteurs amènent la nouvelle notion ou une certaine règle en utilisant des exemples à partir d'un questionnement. La figure 3.3 fournit un exemple de cette approche.



f) On a représenté ½ sur ce rectangle de papier. Quelle fraction équivalente à ½ a-t-on formée en pliant le rectangle :

1) en deux?

2) en trois?

3) en quatre?

g) Quelle opération doit-on effectuer sur le numérateur et sur le dénominateur de la fraction $\frac{1}{2}$ pour obtenir la fraction suivante?

1) $\frac{2}{4}$ 2) $\frac{3}{6}$ 3) $\frac{4}{8}$

h) Explique comment on peut former des fractions équivalentes à une fraction donnée.

192 ITINÉRAIRE

CARREFOUR

QU'EN PENSEZ-VOUS?

i) Combien peut-on imaginer de fractions équivalentes à une fraction donnée?

j) Indiquez comment, à partir de la fraction $^{36}/_{48}$, on a obtenu chacune des fractions équivalentes suivantes :

1) $\frac{18}{24}$ 2) $\frac{12}{16}$ 3) $\frac{9}{12}$ 4) $\frac{6}{8}$ 5) $\frac{3}{4}$

k) Si l'on forme des fractions équivalentes en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre, qu'arrive-t-il si l'on divise le numérateur et le dénominateur par le même nombre?

l) Voici des paires de fractions équivalentes. Pour chaque paire, qu'observez-vous de particulier si vous effectuez les produits en croix?

1) $\frac{3}{5} \times \frac{6}{10}$ 2) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ 3) $\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$ 4) $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$

m) On donne deux fractions équivalentes, mais un des termes est caché. Trouvez ce terme. Expliquez ce que vous avez fait pour le trouver.

1) $\frac{4}{5} = \frac{■}{15}$ 2) $\frac{7}{4} = \frac{■}{12}$ 3) $\frac{27}{24} = \frac{■}{8}$ 4) $\frac{■}{12} = \frac{36}{48}$

On forme des fractions équivalentes à une fraction donnée en multipliant son numérateur et son dénominateur par le même nombre :

$$\frac{a}{b} = \frac{2 \times a}{2 \times b} = \frac{3 \times a}{3 \times b} = \frac{4 \times a}{4 \times b} = \frac{5 \times a}{5 \times b} = \frac{6 \times a}{6 \times b} = \ldots$$

Ou encore en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

On vérifie si deux fractions sont équivalentes en calculant les produits croisés. Deux fractions sont équivalentes si, et seulement si, les produits croisés sont égaux.

Ex. : $\frac{5}{8} = \frac{10}{16} \Leftrightarrow 5 \times 16 = 8 \times 10$

CARNET DE VOYAGE

Figure 3.3 Autre approche inductive issue d'un questionnement (Breton, 1993, tome 1, p. 192-193).

Nous avons indiqué, à l'aide des accolades, les questions se rattachant à chacune des règles « induites ».

Ce type d'approche a été classé comme étant un traitement « approche inductive ». La règle est générée par les questions posées à l'élève à partir d'exemples. Lorsque l'élève répond aux questions, cela lui donne plusieurs exemples qui permettent de passer à la règle donnée par la suite. Dans cet exemple, les questions ne font pas partie de la section « exercices », car l'enseignant peut utiliser ces questions ou l'activité proposée par le manuel pour construire son cours.

Nous verrons maintenant la dernière composante analysée pour la section « cours » d'un manuel.

3.3.7 Les facettes du nombre dans la section « cours »

L'analyse historique a fait ressortir différentes facettes du nombre que le ou les auteurs d'un manuel pourraient utiliser (cf. 3.1.4). Dans cette partie de l'analyse, nous regarderons si le nombre est défini dans le manuel et comment il est représenté : en utilisant des segments (vision du nombre comme étant une grandeur), en utilisant une figure, par exemple représenter 5 en utilisant cinq points (vision du nombre comme étant une multitude d'unités) ou autrement. Nous observerons ici les facettes du nombre vues comme une grandeur ou vu comme une multitude d'unités. Cette partie sera faite qualitativement. Nous noterons si ces deux facettes sont présentes.

L'analyse des contenus, des classements des contenus, des types de traitement des contenus arithmétiques et de la définition du nombre et de ses représentations se fait sur la section « cours » du manuel. Nous verrons maintenant la méthodologie de l'analyse de la section « exercices ».

3.3.8 Les types d'exercices et les facettes du nombre

Un premier survol des manuels nous a permis de voir qu'il existe trois types d'exercices que nous pouvons analyser. Ces types d'exercices ne sont pas issus du cadre théorique. Dans les manuels, on retrouve en effet des exercices « oraux », des exercices « écrits » et parmi les exercices écrits, on retrouve des exercices « instrumentaux ».

Par exercices « oraux », nous entendons toute question à laquelle l'élève doit répondre mentalement sans utilisation de support (papier/crayons, instruments). La réflexion et si nécessaire, les calculs, se font mentalement. Voici un exemple tiré de « Arithmétique, cours supérieur » d'exercices « oraux » pour la multiplication :

EXERCICES SUR LA MULTIPLICATION

EXERCICES ORAUX

93. Comment fait-on la preuve de la multiplication par la multiplication ?

94. Peut-on commencer la multiplication par les chiffres de gauche du multiplicateur ? Comment doit-on disposer l'opération dans ce cas ?

95. Le multiplicande est 25 et le multiplicateur 19. Quel changement subit le produit : 1° si on ajoute 4 au multiplicateur, – 2° si on retranche 3 au multiplicateur, – 3° si on ajoute 2 au multiplicande, – 4° si on retranche 3 au multiplicande, – 5° si on ajoute 2 à chaque facteur ?

96. Comment multiplie-t-on : 1° une somme par un nombre, – 2° un nombre par une somme ?

97. Appliquez ces principes dans les exercices suivants :

1°	85 × 7	5°	524 × 4	9°	48 × 102
2°	55 × 8	6°	1007 × 13	10°	24 × 51
3°	124 × 5	7°	45 × 11	11°	55 × 104
4°	158 × 6	8°	36 × 101	12°	121 × 1005

13° Combien coûtent 14 chapeaux à $1.05, –à $1.07, –à $1.10 ? [...]
(F.E.C., 1916 p. 34-35)

Dans ces exemples, il y a des questions d'application (comment fait-on...) où l'on demande de raisonner sur des propriétés (exemple, le numéro 95 ci dessus) et d'autres où l'on doit faire des calculs (exemple, le numéro 97 ci dessus).

De plus, nous placerons dans le type d'exercices « oraux » les questions où on demande à l'élève d'effectuer des calculs mentalement :

1 Calcul mentalement.
a) $12 + 8 \div 4$ **b)** $3 + 6 \times 4$ **c)** $3 \times (4{+}2)$ **d)** $8 \times (8 \div 4)$
(Breton, 1993, tome 1, p. 79)

Le deuxième type d'exercices est les exercices « écrits ». Dans ce mémoire, les exercices « écrits » renvoient à toute question que l'élève pourra résoudre par écrit, en utilisant ses raisonnements ou ses calculs. Il s'agit de tous les exercices qui ne sont pas « oraux ». Voici quelques exemples tirés de manuels :

263. Diviser le nombre 9 372 257 280 par 6, puis le quotient obtenu par ce même nombre, et ainsi de suite jusqu'au dixième quotient.

264. Même exercices avec les nombres suivants, en employant 6 comme diviseur :

1°	12 214 167 552	4°	36 642 502 656
2°	18 502 649 856	5°	121 174 216 704
3°	32 651 735 040	6°	93 880 268 587 008

....

PROBLÈMES SUR LES QUATRE RÈGLES

270. Quel est le diviseur lorsque le dividende est 17 085, le quotient 44 et le reste 145 ?

271. La distance de la terre au soleil est de 153 048 000 kilomètres. Exprimer cette distance en milles. Le mille vaut 1 kilomètre 61 environ. [...](F.E.C., 1916, p. 50)

3 Explique comment on a formé la proportion à partir de la proportion donnée ci-dessous.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

a) $\frac{6}{3} = \frac{4}{2}$ **b)** $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ **c)** $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ **d)** $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$
(Breton, 1994, tome 1, p. 92)

27 On a payé 540 $ pour 8 annonces publicitaires. Quel devrait être le coût de 12 annonces ? (Breton, 1994, tome 1, p. 103)

Parmi les exercices « écrits », nous ne considérerons pas les exercices où il est spécifiquement indiqué d'utiliser un instrument, ces derniers seront pris en compte explicitement (voir ce qui suit). S'il n'y a pas de spécification sur l'utilisation d'un instrument, nous le classerons comme un exercice écrit même s'il est possible qu'un élève en utilise un lors de sa résolution.

En ce qui a trait aux exercices « instrumentaux », il s'agira d'un exercice écrit où l'on demande d'utiliser un instrument. Les instruments peuvent être une calculatrice, des tables de logarithmes, un ordinateur, etc. Voici quelques exemples d'exercices « instrumentaux » :

2607. Trouver les nombres correspondant aux logarithmes suivants :

1°	2.63 949	6°	3.86 812	11°	$\overline{\underline{1}}$.72 599	16°	2.00 713
2°	2.37 475	7°	3.98 838	12°	$\underline{2}$.54 045	17°	1.89 237
3°	3.42 797	8°	3.71 817	13°	2.80 848	18°	5.44 846
4°	3.62 201	9°	4.63 083	14°	3.57 012	19°	$\underline{6}$.53 501
5°	3.81 704	10°	5.86 847	15°	4.57 924	20°	3.12 537

2608. Calculer les expressions suivantes au moyen des logarithmes :

1°	67854 × 678	6°	0.546 × 0.27	11°	898564 × 5647
2°	98765 × 432	7°	7689.6 × 4.35	12°	978454 × 307.8
3°	79497 × 3064	8°	7.4745 × 37.05	13°	84.7654 × 6.405
4°	79890 × 3430	9°	0.59465 × 0.787	14°	798.075 × 786.75
5°	2850 × 7648	10°	49075 × 9.438	15°	9758754 × 697.32

(F.E.C., 1916, p. 367)

28 Explique comment la touche $\boxed{\text{CONS}}$ de ta calculatrice peut t'aider à remplir la table d'une situation de proportionnalité ? (Breton, 1994, tome 1, p. 83)

Dans les deux premiers exemples, on demande d'utiliser les tables de logarithmes pour répondre aux questions. Dans le troisième exemple, on demande à l'élève comment utiliser la calculatrice pour résoudre des situations proportionnelles. Les exercices « instrumentaux » seront distingués des exercices « écrits ».

Pour les types d'exercices, nous en avons donc trois à analyser : les exercices « oraux », les exercices « écrits » et les exercices « instrumentaux » (indépendant des exercices « écrits »). Dans un manuel, nous comptabiliserons le nombre d'exercices de chaque type. Ainsi, nous saurons l'importance relative qu'occupe chaque type d'exercices dans le manuel. Nous avons introduit les différents types d'exercices afin de voir la place qu'occupe chacun d'entre eux et, plus important encore, de comparer cette place au fil du temps. Est-ce que les exercices « oraux » ont toujours été présents ? Est-ce qu'on retrouve toujours une proportion comparable des types d'exercices ? Notons qu'il serait possible d'analyser les différents types d'exercices : est-ce un exercice où on demande de raisonner ? est-ce un problème ? est-ce un exercice d'application, de calcul ? Ce que nous ne ferons pas dans notre analyse, car ceci serait trop lourd pour l'apport que cela amènerait pour répondre à notre objectif de recherche. Cependant, l'ajout du type d'exercices « instrumentaux » nous permettra de nous donner une idée sur le type d'arithmétique (présence d'une arithmétique instrumentale) et aussi sur la visée (visée instrumentale) du manuel.

Le cadre théorique a fait ressortir différentes facettes du nombre (c.f. 3.1.4). En analysant les types d'exercices présents, nous classerons ces exercices selon qu'ils utilisent des nombres concrets ou qu'ils utilisent des nombres abstraits. Ainsi, nous saurons la proportion de chacun des types de nombre dans les exercices « oraux », dans les exercices « écrits » et dans les exercices « instrumentaux ». Ensuite, nous regarderons globalement la répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices « écrits » et « oraux » en distinction des exercices « instrumentaux ». Cette répartition montrera l'importance relative accordé aux exercices utilisant des nombres concrets, des nombres abstraits ou un instrument. Les facettes du nombre présentes et leur proportion dans cette analyse donneront une idée sur le type d'arithmétique privilégiée et sur sa visée.

Ceci terminera l'analyse de la section « exercices ». Nous passerons maintenant à la méthodologie d'analyse des types d'arithmétiques.

3.3.9 Les types d'arithmétiques abordés

À partir de l'analyse de la section « cours » et de la section « exercices », nous pourrons faire ressortir le type d'arithmétique utilisé.

Par exemple, nous pourrons dire qu'il y a de l'arithmétique pratique si les contenus sont en lien avec des contextes d'utilisation (commerce, situations contextuelles, de la vie), ou si l'accent est mis sur l'utilisation de nombres concrets, sur le calcul, sur les opérations, etc.

Pour l'arithmétique « en soi », un indice de la présence d'un tel type d'arithmétique sera les contenus abordés « en lien avec la théorie des nombres (c.f. tableau 3.1), les traitements faits de ces contenus ne mettant pas l'emphase sur les démonstrations des propriétés. L'utilisation des nombres abstraits sera aussi omniprésente.

En ce qui a trait à l'arithmétique théorique, l'emphase sera mise sur les propriétés des nombres et sur les propriétés entre les nombres, sur des preuves ... Les nombres utilisés seront surtout des nombres abstraits.

Pour l'arithmétique instrumentale, c'est la présence d'exercices « instrumentaux » qui sera notre indicateur clé ainsi que les contenus abordés. S'il y a présence de contenus expliquant le fonctionnement d'instruments, nous saurons que l'arithmétique instrumentale est abordée.

En lien avec la présence d'une arithmétique qui dépend du système de numération, nous pourrons voir si ce type d'arithmétique est abordé par les contenus. Par exemple, la présence d'un travail sur le système de numération, sur différents systèmes de numération ou de mesures, les opérations dans différentes bases, etc. sera ici un indice.

Cette analyse sera déduite de notre interprétation des résultats précédents portant sur la section « cours » et « exercices ». Nous verrons maintenant les finalités associées à l'arithmétique dans le manuel

3.3.10 Les finalités associées à l'arithmétique

À la suite des analyses précédentes, nous conclurons sur les finalités sont classées selon le tableau 3.2 : théorique, pratique, instrumentale. La visée sera théorique si l'emphase est mise sur les propriétés des nombres et des propriétés entre eux avec ou sans les démonstrations. La visée sera pratique si l'on travaille l'arithmétique dans des situations contextuelles et si on axe sur les calculs par exemple. La visée sera instrumentale si on met l'emphase sur la conception ou l'utilisation d'instruments.

3.3.11 L'analyse d'un manuel, version améliorée

Dans les pages précédentes, nous avons fait quelques modifications, ajouts à la grille d'analyse issue du cadre théorique pour l'analyse des manuels. Nous avons aussi précisé la méthodologie que nous utiliserons pour le codage. La figure 3.4 reprend la figure 3.1 en y intégrant les ajouts qui ont été faits. Dans le prochain chapitre, nous présenterons l'analyse de chacun des manuels choisis.

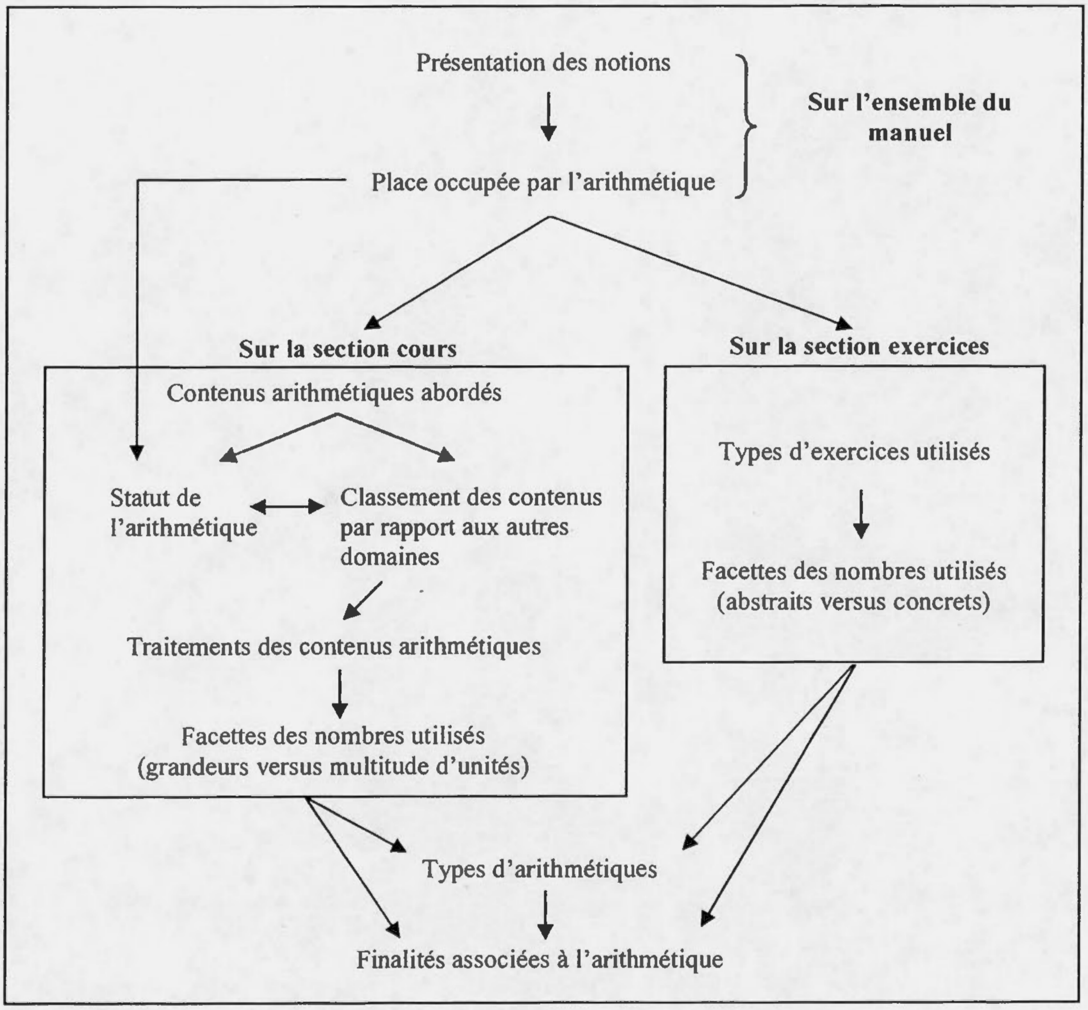


Figure 3.4 Grille d'analyse de manuels, version améliorée

CHAPITRE IV

ANALYSE DE MANUELS

Dans ce chapitre, nous présentons chronologiquement l'analyse des manuels (cf. 3.3) qui ont été sélectionnés dans la méthodologie : « Arithmétique, cours supérieur », « Les Mathématiques de la vie courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie » et les manuels des collections « Carrousel Mathématique », « regards Mathématiques » et « Réflexions Mathématiques » (cf. 3.2.3). Dans un premier temps, nous précisons la présentation des contenus pour mieux comprendre le fonctionnement du manuel et à bien situer l'analyse subséquente. Avant d'entrer dans une analyse plus fine du contenu, nous verrons la place qu'occupe l'arithmétique dans chacun des manuels par rapport aux autres domaines mathématiques. Nous précisons ensuite les contenus arithmétiques couverts, tout en identifiant les classements et leurs changements[1], le traitement qui en est fait, tout en jetant un regard sur le statut de ce domaine. Nous notons aussi s'il y a présence de la définition du nombre et de ses représentations. Cette partie de l'analyse se fait sur la section « cours »[2] du manuel. Nous poursuivons avec l'analyse de la section « exercices »[3] pour dégager les types d'exercices et les facettes du nombre utilisées dans le manuel. En dernier lieu, nous concluons en mettant en évidence le type d'arithmétique utilisé dans le manuel ainsi que les finalités qui lui sont associées en s'appuyant sur l'analyse de la section « cours » et de la section « exercices ».

---

[1] Il est possible que certains contenus géométriques ou algébriques soient traités en arithmétique et vice-versa.

[2] Rappelons que la section « cours » comprend tout ce qui peut servir pour l'élaboration d'une leçon (définitions, exemples, introduction, etc.), mais ne comprend pas les exercices reliés à la notion présentée (cf. 3.3.3).

[3] Rappelons qu'il s'agit du répertoire de questions, de la banque de problèmes, qu'on retrouve dans le manuel (cf. 3.3.3).

4.1 Analyse d'un manuel du début du siècle (avant 1923)

Le premier manuel choisi est un ouvrage des Frères des Écoles chrétiennes [F.E.C.] s'intitulant « Arithmétique, cours supérieur », réimpression de 1916[4] (figure 4.1). Tel que mentionné au chapitre précédent, le cours supérieur de cette époque correspond aux niveaux scolaires actuels de première et deuxième secondaire. Comme il n'existait pas d'autres niveaux scolaires au secteur public francophone à cette époque, nous n'analyserons que ce livre pour la première période couverte (avant 1923).

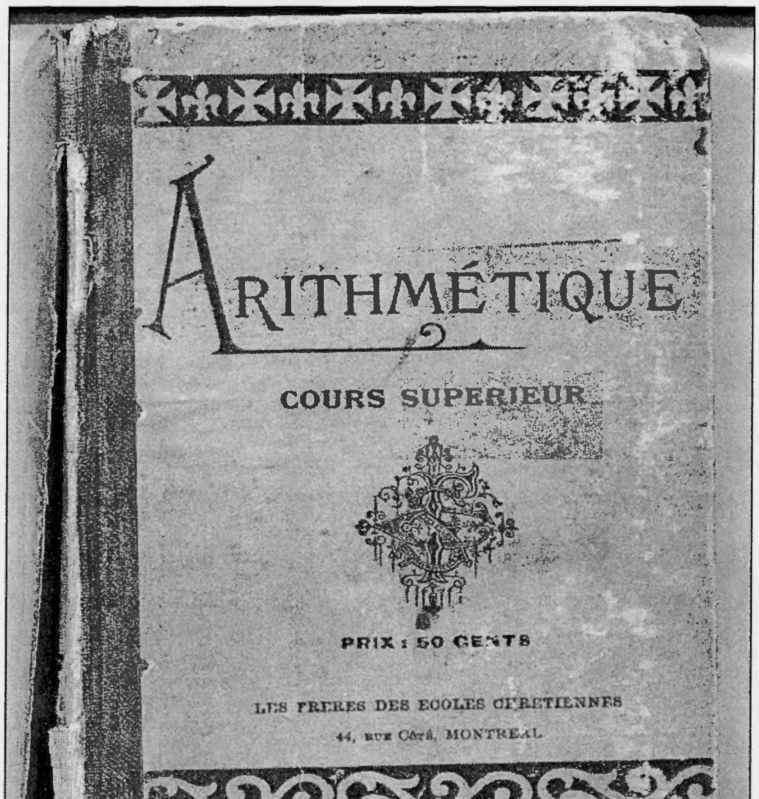


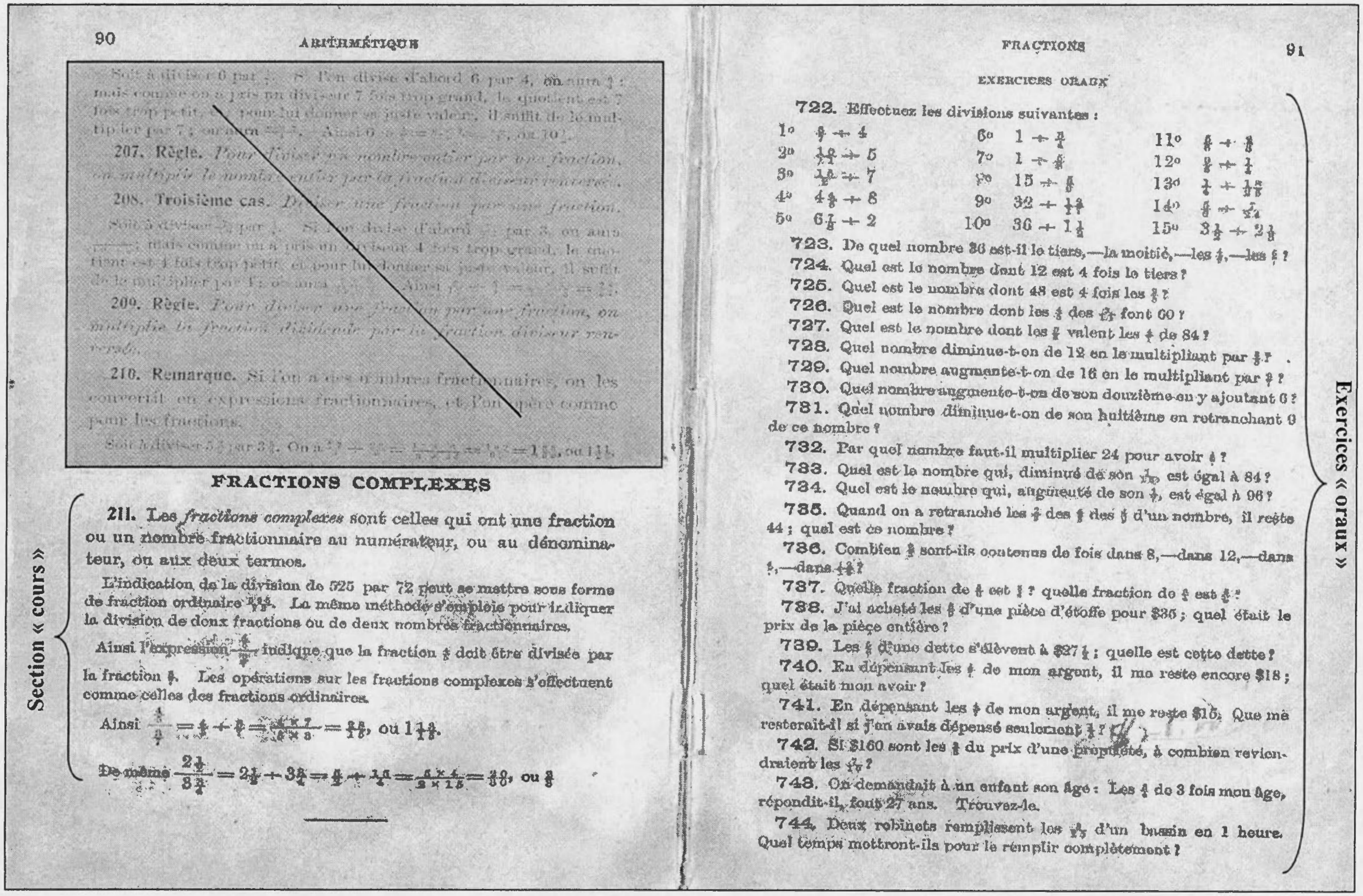
Figure 4.1 Page couverture du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

[4] La première édition de ce manuel eu lieu en 1906, il y a eu 26 réimpressions dont la dernière date de 1949 (Aubin, 2006).

4.1.1 La présentation des contenus mathématiques dans ce manuel

Pour chacune des notions mathématiques, les auteurs de ce manuel utilisent le même style de présentation. Ils commencent d'abord par la section « cours » pour passer ensuite à la section « exercices ». Cette dernière section débute avec des exercices oraux pour ensuite passer à des exercices écrits en lien avec les notions présentées précédemment. La figure 4.2 illustre cette présentation.

Par contre, ce n'est pas avec tous les contenus qu'il y a des exercices oraux, même si nous en retrouvons pour la plupart des contenus. Lorsque les auteurs abordent les contenus qui sont spécifiques à la vie courante (commission et courtage, escompte commercial, assurance, droit de douane, taxe, règle d'intérêt, les répartitions proportionnelles, les actions et les obligations, le change, la moyenne et la règle de mélange), nous notons qu'il n'y a plus d'exercices oraux. Il semblerait que les exercices oraux n'ont plus besoin d'être travaillés. Notre hypothèse est que ces notions n'ont pas vraiment besoin de pratique qui ne se fasse pas à l'écrit, car elles sont des applications d'autres notions vues antérieurement. Par exemple, la règle des mélanges est l'application de la règle de trois dans un contexte particulier. L'escompte commercial est en fait l'application d'un pourcentage lors d'achat d'un produit. Les auteurs n'ont donc pas senti le besoin d'utiliser des exercices oraux pour ces notions.



90 ARITHMÉTIQUE

FRACTIONS COMPLEXES

211. Les *fractions complexes* sont celles qui ont une fraction ou un nombre fractionnaire au numérateur, ou au dénominateur, ou aux deux termes.

L'indication de la division de 525 par 72 peut se mettre sous forme de fraction ordinaire $\frac{525}{72}$. La même méthode s'emploie pour indiquer la division de deux fractions ou de deux nombres fractionnaires.

Ainsi l'expression $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{7}}$ indique que la fraction $\frac{4}{5}$ doit être divisée par la fraction $\frac{3}{7}$. Les opérations sur les fractions complexes s'effectuent comme celles des fractions ordinaires.

Ainsi $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{7}} = \frac{4}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 3} = \frac{28}{15}$, ou $1\frac{13}{15}$.

De même $\frac{2\frac{1}{2}}{3\frac{3}{4}} = 2\frac{1}{2} \div 3\frac{3}{4} = \frac{5}{2} \div \frac{15}{4} = \frac{5 \times 4}{2 \times 15} = \frac{20}{30}$, ou $\frac{2}{3}$

FRACTIONS 91

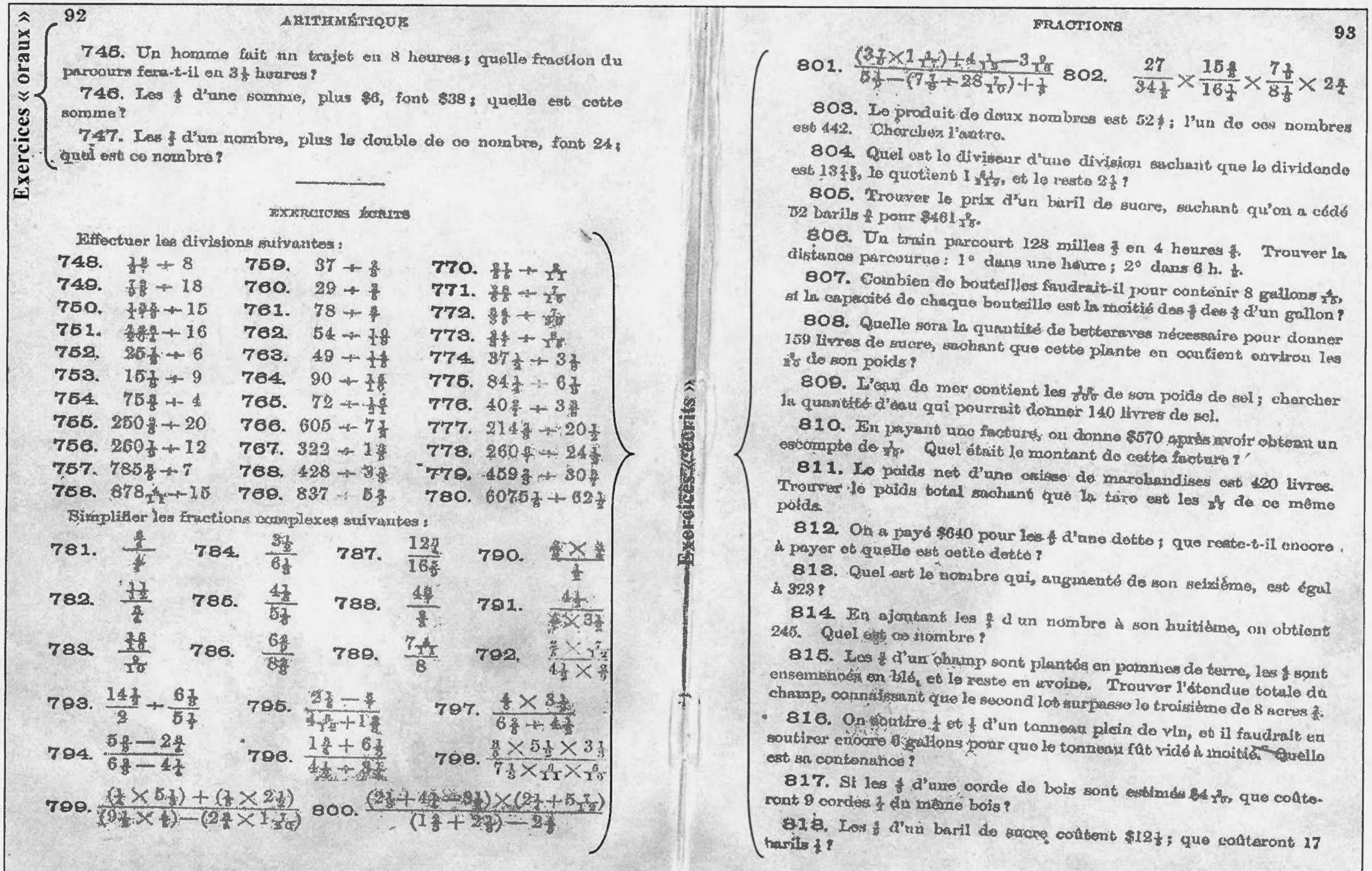
EXERCICES ORAUX

722. Effectuez les divisions suivantes :

1°	$\frac{8}{9} \div 4$	6°	$1 \div \frac{3}{4}$	11°	$\frac{5}{8} \div \frac{3}{8}$
2°	$\frac{10}{11} \div 5$	7°	$1 \div \frac{5}{8}$	12°	$\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$
3°	$\frac{14}{5} \div 7$	8°	$15 \div \frac{5}{8}$	13°	$\frac{1}{4} \div \frac{15}{16}$
4°	$4\frac{4}{5} \div 8$	9°	$32 \div \frac{12}{17}$	14°	$\frac{5}{8} \div \frac{5}{24}$
5°	$6\frac{7}{8} \div 2$	10°	$36 \div 1\frac{1}{2}$	15°	$3\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3}$

723. De quel nombre 36 est-il le tiers,—la moitié,—les $\frac{3}{4}$,—les $\frac{5}{7}$?
724. Quel est le nombre dont 12 est 4 fois le tiers ?
725. Quel est le nombre dont 48 est 4 fois les $\frac{3}{5}$?
726. Quel est le nombre dont les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{12}$ font 60 ?
727. Quel est le nombre dont les $\frac{3}{5}$ valent les $\frac{2}{7}$ de 84 ?
728. Quel nombre diminue-t-on de 12 en le multipliant par $\frac{3}{5}$?
729. Quel nombre augmente-t-on de 16 en le multipliant par $\frac{9}{5}$?
730. Quel nombre augmente-t-on de son douzième en y ajoutant 6 ?
731. Quel nombre diminue-t-on de son huitième en retranchant 9 de ce nombre ?
732. Par quel nombre faut-il multiplier 24 pour avoir $\frac{4}{5}$?
733. Quel est le nombre qui, diminué de son $\frac{1}{10}$, est égal à 84 ?
734. Quel est le nombre qui, augmenté de son $\frac{1}{5}$, est égal à 96 ?
735. Quand on a retranché les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{8}$ d'un nombre, il reste 44 ; quel est ce nombre ?
736. Combien $\frac{2}{3}$ sont-ils contenus de fois dans 8,—dans 12,—dans $\frac{4}{5}$,—dans $\frac{11}{12}$?
737. Quelle fraction de $\frac{3}{4}$ est $\frac{1}{2}$? quelle fraction de $\frac{2}{3}$ est $\frac{5}{6}$?
738. J'ai acheté les $\frac{5}{8}$ d'une pièce d'étoffe pour \$35 ; quel était le prix de la pièce entière ?
739. Les $\frac{5}{8}$ d'une dette s'élèvent à \$27$\frac{1}{2}$; quelle est cette dette ?
740. En dépensant les $\frac{4}{7}$ de mon argent, il me reste encore \$18 ; quel était mon avoir ?
741. En dépensant les $\frac{2}{7}$ de mon argent, il me reste \$15. Que me resterait-il si j'en avais dépensé seulement $\frac{1}{3}$?
742. Si \$160 sont les $\frac{4}{5}$ du prix d'une propriété, à combien reviendraient les $\frac{7}{10}$?
743. On demandait à un enfant son âge : Les $\frac{3}{4}$ de 3 fois mon âge, répondit-il, font 27 ans. Trouvez-le.
744. Deux robinets remplissent les $\frac{4}{15}$ d'un bassin en 1 heure. Quel temps mettront-ils pour le remplir complètement ?

Figure 4.2 Exemple de présentation de la section « cours » et de la section « exercices » (F.E.C., 1916, p. 90-91)


Exercices « oraux »

92 ARITHMÉTIQUE

745. Un homme fait un trajet en 8 heures ; quelle fraction du parcours fera-t-il en $3\frac{1}{2}$ heures ?

746. Les $\frac{4}{5}$ d'une somme, plus \$6, font \$38 ; quelle est cette somme ?

747. Les $\frac{3}{4}$ d'un nombre, plus le double de ce nombre, font 24 ; quel est ce nombre ?

EXERCICES ÉCRITS

Effectuer les divisions suivantes :

748. $\frac{12}{7} \div 8$	759. $37 \div \frac{3}{8}$	770. $\frac{21}{25} \div \frac{8}{11}$
749. $\frac{18}{5} \div 18$	760. $29 \div \frac{3}{8}$	771. $\frac{38}{65} \div \frac{7}{16}$
750. $\frac{125}{7} \div 15$	761. $78 \div \frac{3}{4}$	772. $\frac{35}{38} \div \frac{7}{20}$
751. $\frac{432}{5} \div 16$	762. $54 \div \frac{18}{19}$	773. $\frac{31}{37} \div \frac{8}{11}$
752. $25\frac{1}{5} \div 6$	763. $49 \div \frac{14}{15}$	774. $37\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{3}$
753. $15\frac{1}{2} \div 9$	764. $90 \div \frac{15}{16}$	775. $84\frac{1}{4} \div 6\frac{1}{3}$
754. $75\frac{3}{5} \div 4$	765. $72 \div \frac{16}{21}$	776. $40\frac{2}{7} \div 3\frac{3}{8}$
755. $250\frac{2}{3} \div 20$	766. $605 \div 7\frac{1}{2}$	777. $214\frac{3}{4} \div 20\frac{1}{2}$
756. $260\frac{1}{3} \div 12$	767. $322 \div 1\frac{3}{5}$	778. $260\frac{4}{7} \div 24\frac{1}{5}$
757. $785\frac{3}{5} \div 7$	768. $428 \div 3\frac{3}{5}$	779. $459\frac{2}{3} \div 30\frac{5}{7}$
758. $678\frac{4}{11} \div 15$	769. $837 \div 5\frac{3}{5}$	780. $6075\frac{1}{3} \div 62\frac{1}{2}$

Simplifier les fractions complexes suivantes :

781. $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}}$ 784. $\dfrac{3\frac{1}{2}}{6\frac{1}{3}}$ 787. $\dfrac{12\frac{2}{7}}{16\frac{3}{5}}$ 790. $\dfrac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$

782. $\dfrac{\frac{11}{12}}{\frac{3}{4}}$ 785. $\dfrac{4\frac{1}{2}}{5\frac{1}{3}}$ 788. $\dfrac{4\frac{3}{7}}{\frac{3}{8}}$ 791. $\dfrac{4\frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2}}$

783. $\dfrac{\frac{15}{16}}{\frac{9}{10}}$ 786. $\dfrac{6\frac{2}{3}}{8\frac{3}{5}}$ 789. $\dfrac{7\frac{4}{11}}{8}$ 792. $\dfrac{\frac{2}{3} \times \frac{7}{12}}{4\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}}$

793. $\dfrac{14\frac{1}{2}}{2} \div \dfrac{6\frac{1}{3}}{5\frac{1}{4}}$ 795. $\dfrac{2\frac{1}{2} - \frac{4}{5}}{4\frac{5}{12} + 1\frac{1}{3}}$ 797. $\dfrac{\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{3}}{6\frac{2}{3} \div 4\frac{1}{2}}$

794. $\dfrac{5\frac{2}{3} - 2\frac{3}{4}}{6\frac{2}{3} - 4\frac{1}{4}}$ 796. $\dfrac{1\frac{3}{4} + 6\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{2}}$ 798. $\dfrac{\frac{8}{9} \times 5\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3}}{7\frac{1}{3} \times \frac{9}{11} \times \frac{6}{10}}$

799. $\dfrac{(\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2})}{(9\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) - (2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{10})}$ 800. $\dfrac{(2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}) \times (2\frac{1}{4} + 5\frac{1}{12})}{(1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3}) - 2\frac{1}{3}}$

Exercices « écrits »

FRACTIONS 93

801. $\dfrac{(3\frac{1}{7} \times 1\frac{1}{11}) + 4\frac{1}{15} - 3\frac{2}{15}}{5\frac{1}{3} - (7\frac{1}{3} + 28\frac{7}{10}) + \frac{1}{3}}$ 802. $\dfrac{27}{34\frac{1}{2}} \times \dfrac{15\frac{3}{5}}{16\frac{1}{4}} \times \dfrac{7\frac{1}{3}}{8\frac{1}{3}} \times 2\frac{4}{5}$

803. Le produit de deux nombres est $52\frac{4}{7}$; l'un de ces nombres est 442. Cherchez l'autre.

804. Quel est le diviseur d'une division sachant que le dividende est $13\frac{4}{5}$, le quotient $1\frac{61}{175}$, et le reste $2\frac{1}{3}$?

805. Trouver le prix d'un baril de sucre, sachant qu'on a cédé 52 barils $\frac{3}{4}$ pour \$$461\frac{2}{15}$.

806. Un train parcourt 128 milles $\frac{3}{5}$ en 4 heures $\frac{2}{5}$. Trouver la distance parcourue : 1° dans une heure ; 2° dans 6 h. $\frac{1}{3}$.

807. Combien de bouteilles faudrait-il pour contenir 8 gallons $\frac{4}{15}$, si la capacité de chaque bouteille est la moitié des $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{5}$ d'un gallon ?

808. Quelle sera la quantité de betteraves nécessaire pour donner 159 livres de sucre, sachant que cette plante en contient environ les $\frac{2}{25}$ de son poids ?

809. L'eau de mer contient les $\frac{13}{500}$ de son poids de sel ; chercher la quantité d'eau qui pourrait donner 140 livres de sel.

810. En payant une facture, on donne \$570 après avoir obtenu un escompte de $\frac{1}{20}$. Quel était le montant de cette facture ?

811. Le poids net d'une caisse de marchandises est 420 livres. Trouver le poids total sachant que la tare est les $\frac{2}{17}$ de ce même poids.

812. On a payé \$640 pour les $\frac{4}{5}$ d'une dette ; que reste-t-il encore à payer et quelle est cette dette ?

813. Quel est le nombre qui, augmenté de son seizième, est égal à 323 ?

814. En ajoutant les $\frac{3}{4}$ d un nombre à son huitième, on obtient 245. Quel est ce nombre ?

815. Les $\frac{2}{5}$ d'un champ sont plantés en pommes de terre, les $\frac{1}{3}$ sont ensemencés en blé, et le reste en avoine. Trouver l'étendue totale du champ, connaissant que le second lot surpasse le troisième de 8 acres $\frac{3}{4}$.

816. On soutire $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ d'un tonneau plein de vin, et il faudrait en soutirer encore 6 gallons pour que le tonneau fût vidé à moitié. Quelle est sa contenance ?

817. Si les $\frac{3}{5}$ d'une corde de bois sont estimés \$$4\frac{3}{10}$, que coûteront 9 cordes $\frac{1}{2}$ du même bois ?

818. Les $\frac{3}{8}$ d'un baril de sucre coûtent \$$12\frac{1}{2}$; que coûteront 17 barils $\frac{1}{4}$?

Figure 4.2 (suite) Exemple de présentation de la section « cours » et de la section « exercices » (F.E.C., 1916, p. 92-93)

4.1.2 Analyse de la place de l'arithmétique

Le manuel « Arithmétique, cours supérieur » est constitué de 485 pages, dont les six premières sont la page de présentation et la table des matières. Les 16 dernières pages sont des tables de logarithmes. Les 33 pages avant les tables de logarithmes sont des exercices qui ont été donnés dans différents examens (brevet d'école élémentaire, brevet d'école modèle, brevet académique, "Entrance examination papers" ou examen pour le service civil) dans les années antérieures (1900 à 1905). Ces dernières pages (430 à 479) ne seront donc pas considérées dans notre analyse, ni les six premières pages (présentation et table des matières). L'analyse se fait donc sur les 429 pages du manuel portant sur le contenu spécifiquement abordé, à travers le « cours » et les « exercices ».

Le manuel est divisé en trois grands chapitres : « ARITHMÉTIQUE, NOTIONS D'ALGÈBRE et SURFACE ET VOLUME DES CORPS » (F.E.C., 1916, p. I de la table des matières). Il y a 304 pages réservées à l'arithmétique (incluant les logarithmes). La figure 4.3 présente le pourcentage du nombre de pages réservées à l'arithmétique par rapport aux deux autres domaines de ce manuel (NOTIONS D'ALGÈBRE et SURFACE ET VOLUME DES CORPS).

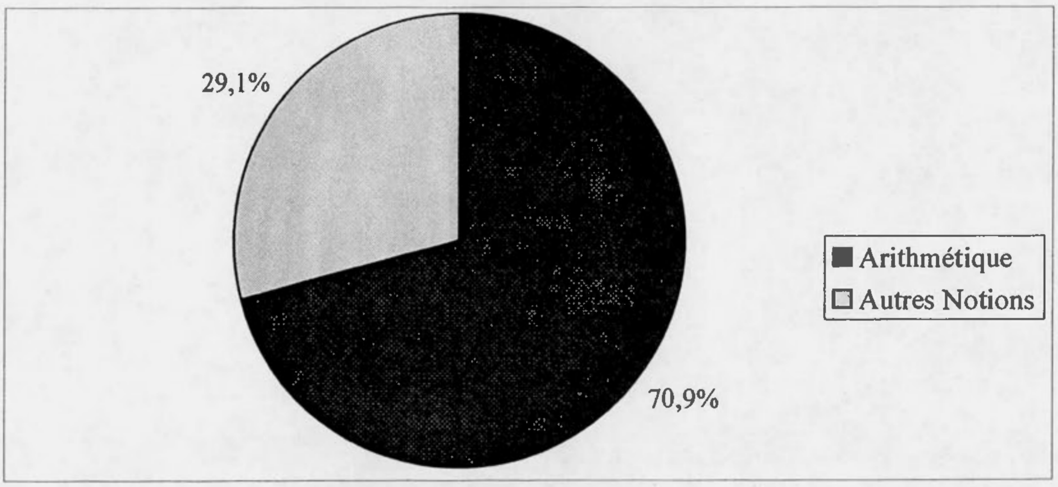


Figure 4.3 La place de l'arithmétique dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

Nous remarquons donc que l'arithmétique, par rapport aux autres domaines, prend une place très importante dans ce manuel (70,9 %). Nous passons maintenant à l'analyse plus fine des contenus arithmétiques abordés.

4.1.3 Analyse des contenus arithmétiques abordés

Afin d'avoir un aperçu rapide des contenus arithmétiques abordés dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C. 1916), nous avons reproduit la table des matières (figure 4.4). Nous y retrouvons ainsi traités des composantes qui relèvent de la numération et des opérations; les unités de mesures et le calcul sur celles-ci; la divisibilité et les nombres premiers; les rapports, les proportions et les pourcentages; et différentes règles pratiques. Pour ce qui est de la notion « OPÉRATION SUR LES NOMBRES COMPLEXES », il ne faut pas croire qu'il s'agit des nombres complexes tels que nous l'entendons aujourd'hui[5]. Complexe est pris ici dans le sens de plus d'une unité de mesure considérée.

Dans le chapitre « NOTIONS D'ALGÈBRE », une section porte sur les logarithmes (figure 4.4 suite). Cette notion sera considérée comme faisant partie des contenus arithmétiques abordés par le manuel. En effet, après examen de celle-ci, nous avons été amené à constater qu'il n'y a aucun traitement algébrique dans cette section. En nous fiant à notre grille et à la présentation du manuel, nous pouvons ainsi classer les logarithmes comme un contenu arithmétique.

---

[5] Les nombres complexes du manuel sont définis comme étant « des nombres concrets dont le système de décompositions n'est pas décimal, et dont les subdivisions se rapportent à des unités différentes. Ainsi, 4 verges 2 pieds 8 pouces » est un nombre complexe (F.E.C., 1916, p. 115)

TABLE DES MATIÈRES

ARITHMÉTIQUE

PAGES.

Définitions préliminaires 1
NUMÉRATION 3
Chiffres romains 9
DÉCIMALES 10
OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES 15
Addition 15
Soustraction 17
Multiplication 26
Division 39
Problèmes sur les quatre règles 50
DIVISIBILITÉ 59
NOMBRES PREMIERS 65
FRACTIONS 71
Réductions des fractions 73
OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS
Addition 80
Soustraction 82
Multiplication 85
Division 80
Fractions complexes 90
Conversion d'une fraction ordinaire en fraction décimale 94
Conversion d'une fraction décimale en fraction ordinaire 95
Applications des règles précédentes 97
Exercices de récapitulation sur les fractions 100
POIDS ET MESURES 115
Mesures monétaires 116
Mesures de poids 118
Mesures de longueur 120
Mesures de surface 121
Mesures de volume 122
Mesures de capacité 123
Mesures de temps 125
Mesures circulaires 127

II TABLE DES MATIÈRES

OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES COMPLEXES 128
Réductions 133
Addition 134
Soustraction 135
Multiplication 137
Division 139
Problèmes sur les poids et mesures 149
SYSTÈME MÉTRIQUE 151
Mesures de longueur 153
Mesures de surface 157
Mesures de volume 160
Mesures de capacité 162
Mesures de poids 169
RAPPORTS ET PROPORTIONS 174
Règle de trois 180
PERCENTAGE 186
Profits et pertes 190
Commission et courtage 196
Escompte commercial ou escompte des factures 201
Assurances 204
Droits de douane 207
Taxes 209
RÈGLE D'INTÉRÊT 217
Escompte vrai ou escompte en dedans 219
Effets de commerce 224
Escompte de banque ou escompte en dehors 229
Paiements partiels 231
Règle d'échéance moyenne 237
Comptes courants 248
RÈGLE DE RÉPARTITION PROPORTIONNELLE 254
Règle de société 258
ACTIONS ET OBLIGATIONS 265
CHANGE 270
Arbitrage du change 273
MOYENNES ET RÈGLE DE MÉLANGE 279
Règle d'alliage 282
CARRÉ ET RACINE CARRÉE 290
CUBE ET RACINE CUBIQUE ....

Figure 4.4 Table des matières du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916, p. I et II)

TABLE DES MATIÈRES III

NOTIONS D'ALGÈBRE

Préliminaires 297
Addition 299
Soustraction 300
Multiplication 302
Division 305
Valeurs numériques 308
Décomposition des polynômes en facteurs 310
Fractions 312
ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ 316
Equations à une inconnue 317
Equations à deux inconnues 330
Equations à trois inconnues 341
ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ 345
PROGRESSIONS 353
Progressions arithmétiques 353
Progressions géométriques 357
→ LOGARITHMES 361
INTÉRÊTS COMPOSÉS 369
ANNUITÉS 375
Rentes viagères et assurances sur la vie 382

SURFACE ET VOLUME DES CORPS

Définitions préliminaires 387
Rectangle, carré, losange, parallélogramme 388
Triangle 392
Trapèzes. — Polygones 396
Circonférence, cercle, ellipse 400
Prisme, cylindre 406
Pyramide, cône 410
Sphère 417
Figures semblables 418
Mesurages pratiques 421
Exercices de récapitulation sur les surfaces et les volumes 425
PROBLÈMES DONNÉS A DIVERS EXAMENS
Examens du brevet 430
"Entrance examination papers" 447
Examens du service civil 453

Figure 4.4 (suite) Table des matières du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916, p. III)

Dans le chapitre précédent, nous avons classé les contenus arithmétiques en deux catégories (cf. tableau 3.1) : le contenu se rattachant à la théorie des nombres et celui se rattachant à la numération, aux opérations et aux applications. En observant la table des matières, nous voyons que les seuls contenus associés à la théorie des nombres sont la « DIVISIBILITÉ » et les « NOMBRES PREMIERS ». Tous les autres contenus peuvent être classés dans la catégorie numération, opérations et applications. Nous avons aussi classé les logarithmes dans la deuxième catégorie puisque dans cette section, il est demandé de trouver le logarithme de certains nombres et d'effectuer des opérations sur des nombres en utilisant les logarithmes.

Tableau 4.1 Contenus arithmétiques dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

Catégories	Section cours mesure en cm ↔ nb. de pages	Total (section cours et exercices) Pages	Exercices Pages
En lien avec la théorie des nombres	155 cm ↔ 10 p. $\frac{5}{15}$	14 p.	3 p . $\frac{10}{15}$
Numération, opérations et application	2160 cm ↔ 144 p.	290 p.	156 p.
Total	2315 cm ↔ 154 p. $\frac{5}{15}$	304 p.	149 p. $\frac{10}{15}$

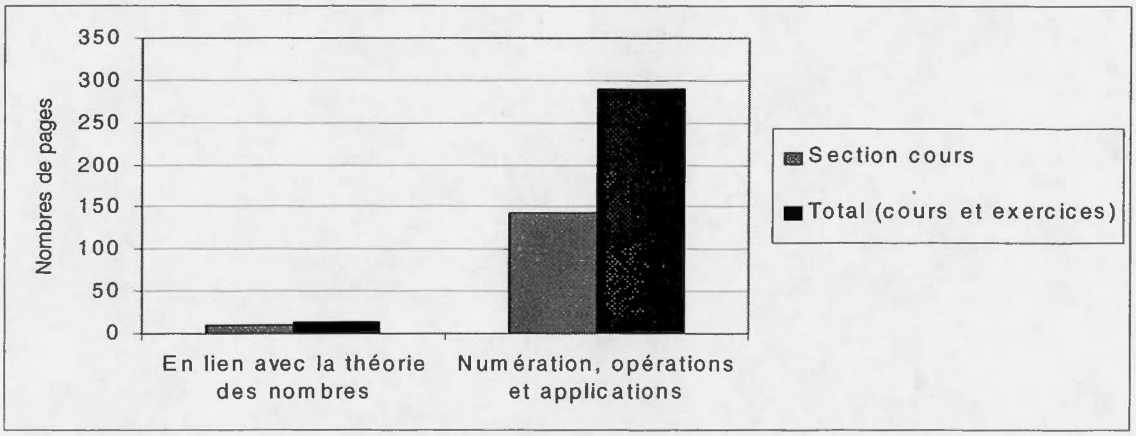


Figure 4.5 Contenus arithmétiques dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

Pour rendre compte quantitativement de chacune des catégories dans ce manuel, nous avons procédé ainsi. Les dimensions du manuel sont de 11,5 cm par 17,9 cm. Le texte prend 15 centimètres sur la longueur. C'est à partir de cette mesure que nous avons calculé l'équivalent en terme de pages pour la section « cours » pour chacune des catégories. Le tableau 4.1 nous permet de visualiser les contenus abordés sur la section « cours » et au total, et d'en déduire ainsi la place accordée aux exercices pour chaque catégorie, et la figure 4.5 nous permet de comparer l'importance de chacune des catégories. Nous remarquons que la catégorie numération, opérations et applications occupe une place beaucoup plus importante dans ce manuel scolaire. Il y a seulement 14 pages portant sur la théorie des nombres comparativement à 290 pour l'autre catégorie. Par ailleurs, la catégorie théorie des nombres n'est constituée pratiquement que d'une section « cours ». À l'opposé, la catégorie numération, opérations et applications comprend presque autant d'exercices que de « cours ». Les auteurs donnent donc plus d'importance à la pratique des contenus de cette catégorie, tandis que ceux de la catégorie « en lien avec la théorie des nombres » sont présentés plus théoriquement que mis en pratique dans des exercices.

Le type principal d'arithmétique auquel renvoient les contenus abordés est l'arithmétique pratique. La numération, les opérations et les applications ont donc une place plus importante pour les auteurs de ce manuel. L'arithmétique présentée aux élèves de cette époque est avant tout pratique. La présence d'une arithmétique « en soi », et d'une arithmétique instrumentale, se retrouvent tout de même à cause des contenus « DIVISIBILITÉ » et « NOMBRES PREMIERS » dans le premier cas, et de l'utilisation, dans un second cas, des tables de logarithmes dans la section « LOGARITHMES ». De plus, nous y retrouvons une arithmétique qui dépend du système de numération, car il y a une section sur les nombres romains et plusieurs parties où les auteurs expliquent le fonctionnement de différents systèmes de mesures : mesure de poids, de temps, système métrique, etc.

La finalité donnée aux contenus arithmétiques abordés par les auteurs de ce manuel est donc pratique, car ils sont orientés vers la numération, les opérations et les applications. De plus, nous pouvons dire que l'orientation pratique est mise sur les notions en lien avec la vie « quotidienne ». Ceci se voit par l'importance que prennent les contenus « concrets » dans le manuel : mesures monétaires, système métrique, profits et pertes, assurances, règle d'intérêt, etc. Plusieurs notions arithmétiques de la table des matières (cf. figure 4.4) sont du domaine commercial ou en lien avec des problèmes de la vie courante. Les premières sections du manuel traitent surtout des opérations sur différents nombres (entiers, rationnels). Nous pensons que les auteurs veulent donner aux élèves les outils nécessaires pour pouvoir ensuite traiter les autres notions, qui elles sont plus pratiques et concrètes.

Nous verrons maintenant le statut réservé à l'arithmétique et les classements des contenus.

4.1.4 Analyse du statut de l'arithmétique et classement des contenus

- Le Statut

Même si le titre du manuel est « Arithmétique, cours supérieur », nous y retrouvons deux chapitres qui ne sont pas en arithmétique : l'un s'intitule « NOTIONS D'ALGÈBRE » et l'autre, « SURFACE ET VOLUME DES CORPS » (cf. figure 4.4). Celui portant sur l'algèbre traite des opérations, des équations du premier et du deuxième degré, des progressions, des logarithmes, des intérêts composés. L'autre, sur la géométrie, comprend l'étude des différents polygones et des solides, les figures semblables. L'arithmétique est donc un domaine important pour ces auteurs puisqu'ils y incluent, comme l'indique le titre du manuel, les domaines de l'algèbre et de la géométrie et que 70,9 % du contenu du manuel porte directement sur l'arithmétique

-Le classement des contenus

Selon notre grille d'analyse (cf. tableau 3.1), la règle des intérêts composés, les annuités[6] et les progressions, arithmétiques et géométriques, font partie des contenus arithmétiques. Dans ce manuel, ces notions font partie du contenu algébrique (cf. figure 4.4). Ils sont traités algébriquement, l'élève y est amené à travailler surtout sur la construction de formules générales permettant de calculer un intérêt composé, de rendre compte du terme général d'une progression. Nous avons déjà mentionné que les logarithmes se situent dans le chapitre « NOTION D'ALGÈBRE », mais sont inclus, selon nous, comme des contenus arithmétiques. Dans ce manuel, certains contenus, traditionnellement abordées en arithmétique, sont maintenant traités en algèbre et certains contenus du chapitre « NOTION D'ALGÈBRE » sont en fait traités arithmétiquement.

---

[6] « On appelle *annuité* la somme que l'on verse chaque année, pendant un temps déterminé, pour constituer un capital ou pour amortir une dette. On appelle encore annuités des sommes égales que, sous formes de rentes, on retire à intervalles de temps réguliers d'un capital placé. Dans le calcul des annuités, on tient toujours compte des intérêts composés, à moins d'indication contraire. » (F.E.C., 1916, p. 375)

4.1.5 Analyse des types de traitement de l'arithmétique

Pour coder les types de traitement qu'on retrouve dans ce manuel à partir de notre grille (cf. tableau 3.2), nous avons anlysé, pour chacune des notions arithmétique (section « cours »), comment celle-ci est abordée. Il arrive dans certains cas qu'une notion soit traitée de plus d'une façon. Dans ce cas, chaque type de traitement est codé. À titre d'exemple, dans ce qui suit, nous considérons qu'il y a deux types de traitement :

> **50.** L'*addition* est une opération par laquelle on réunit plusieurs nombres de même nature en un seul qu'on appelle *somme* ou *total*.
> L'addition s'indique par le signe +, qu'on prononce *plus*. L'addition des nombres 145, 112 et 78 s'indique 145 + 112 + 78.
>
> ....
>
> **52. Règle.** *Pour faire l'addition de plusieurs nombres, on écrit ces nombres les uns au-dessous des autres de maniere* (sic) *que les unités de même ordre se correspondent et l'on souligne le dernier nombre.*
> *Commençant par la droite, on additionne successivement les unités contenues dans chaque colonne. Si la somme ne dépasse pas 9, on l'écrit ; si elle dépasse 9, on n'écrit que les unités et l'on reporte les dizaines à la colonne suivante. On écrit le dernier résultat tel qu'on le trouve.* (F.E.C., 1916, p. 15-16).

Le premier (**50**) est en fait une définition suivie d'un exemple. Par la suite (**52**), on donne la règle/l'algorithme pour effectuer cette addition. Nous avons codé ainsi : un traitement par les définitions et un traitement par règles/algorithmes. Même s'il n'y a qu'une seule notion abordée (l'addition), deux traitements sont ainsi comptabilisés dans notre analyse.

Le tableau 4.2 permet de rendre compte de tous les types de traitements. La figure 4.6, en spécifiant les pourcentages[7], permet de voir comment se répartissent les traitements des contenus arithmétiques.

---

[7] Le pourcentage est trouvé par le nombre de chaque type de traitement par rapport au nombre de traitements total.

Tableau 4.2 Traitements des notions arithmétiques dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

Types de traitements	Nombre de chaque type	Pourcentage (par rapport au nombre total de traitements) %
Définitions	46	47
Règles/Algorithmes	20	20
Approche inductive	28	28
Approche déductive	0	0
Règle de vérification de calcul	5	5
Total	99	

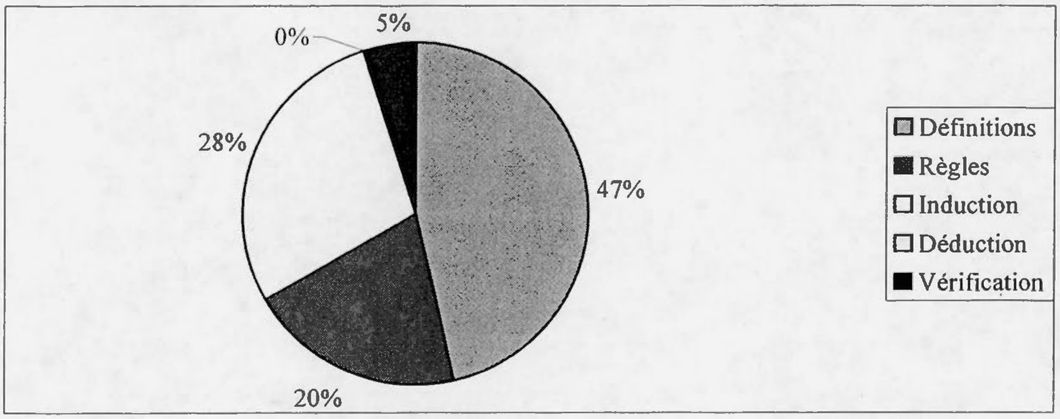


Figure 4.6 Répartition des types de traitement de l'arithmétique dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

Dans ce manuel, nous remarquons que les définitions prennent une place importante (près de la moitié des traitements). Toutes les notions arithmétiques du manuel sont d'abord définies puis illustrées par des exemples. Voici un exemple de définition donnée par les auteurs :

FRACTION

157. On appelle *fraction* une ou plusieurs parties de l'unité divisée en un nombre quelconque de parties égales.

Si l'unité, la verge, par exemple, est divisée en cinq parties égales, *une* de ces parties se nomme *un cinquième*, trois parties se nomment *trois cinquièmes*. Un cinquième, trois cinquième sont des fractions.

158. On représente une fraction au moyen de deux nombres placés l'un au-dessous de l'autre et séparés par un trait. Ainsi la fraction 3 cinquième s'écrit $\frac{3}{5}$.

Le nombre inférieur se nomme *dénominateur* et le nombre supérieur *numérateur*. Le dénominateur indique en combien de parties égales l'unité est divisée. Le numérateur indique combien on considère de ces parties.

Le numérateur et le dénominateur sont appelés *termes* de la fraction.

(F.E.C., 1916, p. 71)

La présentation de règles/algorithmes occupe une place aussi importante avec 20 % des traitements utilisés dans le manuel. La définition de la notion précède toujours ce type de traitement avec un exemple pour appuyer la définition. La présentation d'une méthode ou d'un algorithme s'appuie ainsi toujours sur la définition préalable. Une règle lorsqu'est donnée est par ailleurs toujours suivie d'un exemple. Dans le cas de la divisibilité, par exemple, on y définit d'abord ce qu'est la divisibilité pour passer ensuite aux critères de divisibilité :

DIVISIBILITÉ

126. On appelle *diviseur* ou *sous-multiple* d'un nombre entier tout nombre entier qui divise exactement le premier. Ainsi 2, 3, 6 et 9 sont des diviseurs de 18, qui est lui-même un multiple de chacun de ces nombres.

....

134. Divisibilité par 4 et par 25. *Un nombre est divisible par 4 ou par 25 lorsqu'il est terminé par deux zéros, ou que le nombre formé par les deux derniers chiffres à droites est divisible par 4 ou par 25.*

En effet, un nombre quelconque, 936, par exemple, peut se décomposer en centaines et en unités.

$$936 = 900 + 36 = 9 \times 100 + 36.$$

Or 100 est divisible par 4 et par 25, 9×100 le sera de même ; par suite, le reste de la division de 936 par 4 ou par 25 s'obtiendra en divisant 36 par 4 ou par 25.

(F.E.C., 1916, p. 59-60)

La règle « Un nombre est divisible par 4 ou par 25 lorsqu'il est terminé par deux zéros, ou que le nombre formé par les deux derniers chiffres à droite est divisible par 4 ou par 25. » n'est pas démontrée avec une approche déductive, mais nous y retrouvons tout de même une justification qui est faite sur un exemple générique. Il s'agit ici d'une preuve au sens de Balacheff (1987). Les auteurs ont le souci de justifier leurs règles.

Nous y retrouvons aussi 28 % des traitements qui se font par induction. Les approches inductives du manuel consistent à donner un ou deux exemples pour passer à l'énoncé de la règle associée. Voici un exemple pour la division de fractions qui a été classé comme ayant un traitement par induction :

> **204. Premier cas.** *Diviser une fraction par un nombre entier.*
> Soit à diviser $\frac{8}{11}$ par 4. Diviser $\frac{8}{11}$ par 4, c'est chercher un quotient qui, multiplié par 4, reproduise $\frac{8}{11}$. Donc 4 fois le quotient égale $\frac{8}{11}$, 1 fois le quotient égalera 4 fois moins, ou $\frac{8}{11\times 4} = \frac{8}{44}$, ou $\frac{2}{11}$.
> **205. Règle.** *Pour diviser une fraction par un nombre entier, on multiplie le dénominateur par ce nombre entier. On peut encore, si cela est possible, diviser le numérateur par ce nombre.* (F.E.C., 1916, p. 89)

Dans cet exemple, même si un seul exemple est donné, la règle est induite de ce dernier. Cependant, il ne s'agit pas d'une approche inductive comme nous l'entendons habituellement[8]. Les auteurs construisent cette règle à partir de l'exemple en l'utilisant comme un exemple générique (Balacheff, 1987) avec une verbalisation raisonnée : « c'est chercher un quotient qui, multiplié par 4, reproduise $\frac{8}{11}$. Donc 4 fois le quotient égale $\frac{8}{11}$, 1 fois le quotient égalera 4 fois moins, ou $\frac{8}{11\times 4} = \frac{8}{44}$, ou $\frac{2}{11}$. ». Encore une fois, les auteurs justifient les règles qui sont présentées. Cependant, il n'y a aucune approche déductive dans le manuel, malgré ce que leur définition de l'arithmétique pourrait laisser sous-entendre :

> **17.** L'*Arithmétique* est la science des nombres ; elle enseigne à les exprimer et à les représenter ; elle en <u>démontre les propriétés principales</u> [soulignement personnel], et donne des règles pour effectuer les calculs. (F.E.C., 1916, p. 2)

[8] Où la règle provient de plusieurs exemples.

Nous pensons en fait que ce que les auteurs du manuel entendent par « démontre les propriétés principales » est en fait une justification de ces propriétés, qui repose sur un raisonnement explicité sur un exemple, utilisé à titre d'exemple générique (voir les deux exemples précédents).

Un autre type de traitement présent est attaché à la présentation de méthodes de vérification de calcul :

PREUVES[9] PAR 9 DE LA MULTIPLICATION ET DE LA DIVISION

140. Règle. *Pour faire la preuve par 9 de la multiplication :*

1° *On cherche les restes de la division par 9 de chacun des facteurs et l'on fait le produit de ces restes ;*

2° *On cherche les restes de la division par 9 du produit des restes ainsi que du produit de la multiplication. Ces deux derniers restes doivent être égaux.*

Soit à vérifier le produit de 347 par 526.

347 …	5 reste de la division par 9 du multiplicande.
526 …	4 reste de la division par 9 du multiplicande.
2082	20 produit des deux restes
694	2 reste de la division par 9 du produit de ces restes.
1735 .	
182522 …	2 reste de la division par 9 du produit de ces restes.

Ces deux derniers restes étant égaux, il est probable que la multiplication a été bien faite. (F.E.C., 1916, p. 62)

Cet exemple montre un traitement de type règle de vérification de calcul. Dans tout le manuel, il n'y a que 5 % des traitements qui sont de ce type. Le manuel en explicite seulement à quelques endroits : à la suite de l'addition, de la soustraction et de la division dans la section « OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES » (p. 16, p. 19-20, p. 46), dans la section « DIVISIBILITÉ » où l'on donne la preuve par 9 pour la multiplication et la division (p. 62, cf. exemple précédent), dans la section « CARRÉ ET RACINES CARRÉES » (p. 285) et dans la section « CUBE ET RACINES CUBIQUES » (p. 294).

[9] Ce que les auteurs entendent par preuve est une vérification de calcul et non une démonstration.

De cette analyse des types de traitement utilisés se dégage l'importance accordée aux définitions. Nous notons aussi une présence marquée de règles, qu'elles soient induites ou données directement avec leurs exemples. Ces deux types de traitements font près de la moitié des traitements utilisés par les auteurs du manuel (48 %). La présentation de règles/algorithmes est expliquée afin de donner du sens à ces règles et lorsqu'on introduit une règle, elle est raisonnée par les auteurs (idée de preuve comme l'entend Balacheff, 1987). De plus, des moyens de vérification de calculs sont présentés dans le manuel (5 % des types de traitement). Ces trois types de traitement font à eux plus de la moitié des types de traitement utilisés. La visée donnée à l'arithmétique est donc pratique par la présentation de règles/algorithmes, mais ces règles sont, comme nous l'avons vu, raisonnées. Nous passons maintenant aux facettes du nombre utilisées dans la section « cours » de ce manuel.

4.1.6 Analyse des facettes du nombre dans la section « cours »

Lors de l'analyse du manuel, nous avons aussi regardé les facettes du nombre : nombre perçu comme une grandeur ou nombre perçu comme une multitude d'unités. La première constatation qui est faite est que les auteurs commencent à définir ce qu'est une grandeur avant d'aborder la notion de nombre : « **1.** On appelle *grandeur* ou *quantité* tout ce qui peut être augmenté ou diminué, mesuré ou compté, comme la longueur d'une allée, la surface d'un corps, la population d'une ville, etc. » (F.E.C., 1916, p. 1). Le nombre, pour ces auteurs, semble donc associé a priori à une grandeur (qu'on nomme aussi quantité). Une fois cette définition établie, les auteurs définissent le nombre comme « le résultat de la mesure d'une grandeur. » (F.E.C., 1916, p. 2).

On y définit ensuite ce qu'est l'unité, confirmant l'importance a priori que les auteurs semblent accorder aux grandeurs :

> **5.** *Mesurer* une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur connue et de même nature, que l'on nomme *unité*.

L'*unité* est donc la grandeur connue à laquelle on compare toutes les grandeurs de même espèce.

6. L'unité est déterminée ou arbitraire.

7. L'unité est *déterminée* quand elle est fournie par la nature de la grandeur que l'on mesure, ce qui a lieu dans les grandeurs discontinues. Si l'on veut compter les arbres d'un verger, l'unité sera un arbre.

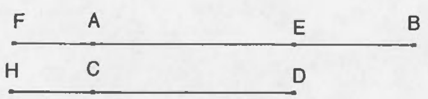
8. L'unité est *arbitraire* quand on peut la prendre plus ou moins grande, ce qui a lieu dans les grandeurs continues. Pour évaluer le poids d'un corps, l'unité pourra être le quintal, la livre, etc. (p. 1-2).

Toutefois, les auteurs ne représentent jamais les nombres par un segment, ni dans la section « cours », ni dans la section « exercices ». Cette notion ne semble donc pas réinvestie par la suite dans le manuel, sauf à une occasion, et encore en note de bas de page :

La différence de deux nombres ne change pas quand on augmente chacun de ces deux nombres d'une même quantité. ([1])

....

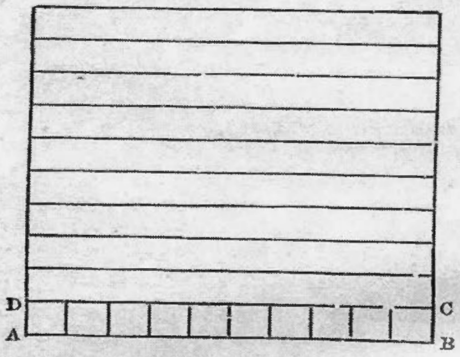
(1) On peut rendre cette vérité [ci-dessus] sensible, en traçant en regard l'une de l'autre deux lignes parallèles, AB et CD, de longueurs différentes.



Il est évident que si on allonge vers la gauche ces deux lignes, des mêmes longueurs AF et CH, leur différence EB ne sera pas changée. (F.E.C., 1916, p.18)

Cependant, pour appuyer les relations entre les unités de mesure de surface et de volume, que ce soit dans le système impérial ou dans le système métrique, les auteurs représentent la surface par un carré et le volume par un cube (figure 4.7 et figure 4.8). Cette représentation sert d'appui, car la notion travaillée est la surface et le volume.

306. Les sous-multiples du mètre carré sont :
Le *décimètre carré (dm^2.)*, carré de 1 décimètre de côté.
Le *centimètre carré (cm^2.)*, carré de 1 centimètre de côté.
Le *millimètre carré (mm^2.)*, carré de 1 millimètre de côté.



307. Les multiples et les sous-multiples du mètre carré sont sucessivement cent fois plus grands ou plus petits les uns que les autres. (La démonstration est analogue à celle du n° 257.)

Le myriamètre carré vaut 100 kilomètres carrés.

Le kilomètre carré vaut 100 hectomètres carrés.

L'hectomètre carré vaut 100 décamètres carrés.

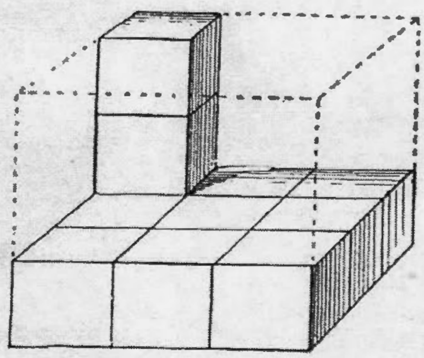
Le décamètre carré vaut 100 mètres carrés.

Le mètre carré vaut 100 décimètres carrés.

Le décimètre carré vaut 100 centimètres carrés.

Le centimètre carré vaut 100 millimètres carrés.

Figure 4.7 Représentation de la surface par un carré (F.E.C., 1916, p. 154)



262. *La verge cube contient 27 pieds cubes.* Pour le démontrer, supposons que j'aie des pieds cubes à ma disposition ; sur une verge carrée, je puis en placer 9 qui s'élèveront tous à un pied de hauteur. Sur cette couche, je puis en placer une deuxième égale à la première, puis une troisième, et j'obtiens un cube d'une verge de côté, c'est-à-dire une verge cube. Chaque couche renfermant 9 pieds cubes, les trois couches en renfermeront 27. Il faut donc 27 pieds cubes pour avoir une verge cube.

On démontrerait de la même façon que le pied cube vaut 1728 pouces cubes.

Figure 4.8 Représentation d'un volume par un cube (F.E.C., 1916, p. 123)

Dans la figure 4.8, les auteurs justifient le fait qu'il y a 27 pieds cubes dans la verge cube par une verbalisation raisonnée en disant qu'ils « démontrent ».

Par la suite, les auteurs distinguent, eux aussi, les deux autres facettes du nombre :

> **14.** Un nombre est *abstrait* lorsque la nature de son unité n'est pas indiquée, comme douze, trente, deux cents.
> **15.** Un nombre est *concret* lorsque la nature de son unité est indiquée, comme douze hommes, trente piastres. (p. 2)

Ces définitions de facettes du nombre se retrouvent dans la section « cours » du manuel. Dans les exercices, les auteurs ne les distinguent pas explicitement. Nous verrons leur importance dans l'analyse qui suit.

4.1.7 Analyse des types d'exercices et des facettes du nombre

Lors du chapitre précédent, nous avons défini trois types d'exercices : exercices « oraux », exercices « écrits » et exercices « instrumentaux ». Dans cette partie de l'analyse, nous allons considérer deux facettes du nombre utilisées dans les différents types d'exercices : les nombres concrets et les nombres abstraits. Le tableau 4.3 nous montre la répartition des nombres abstraits et concrets dans chacun des types d'exercices.

Tableau 4.3 Répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices

Types d'exercices\Nombres	Abstrait	Concrets	Total
Oraux	193	83	276
Écrits	597	1147	1744
Instrumentaux	7	2	9
Total	790	1230	2029

La première constatation que nous pouvons faire est qu'il y a beaucoup plus d'exercices « écrits » qu'il y a d'exercices « oraux », dans un rapport de près de 25 pour 4. Les exercices « oraux » utilisent plus les nombres abstraits que les nombres concrets, dans un rapport de plus de 2 pour 1. Tandis que c'est le contraire pour les exercices écrits, les nombres concrets sont utilisés dans un rapport de deux pour un. Les figures 4.9 et 4.10 font ressortir ces caractéristiques.

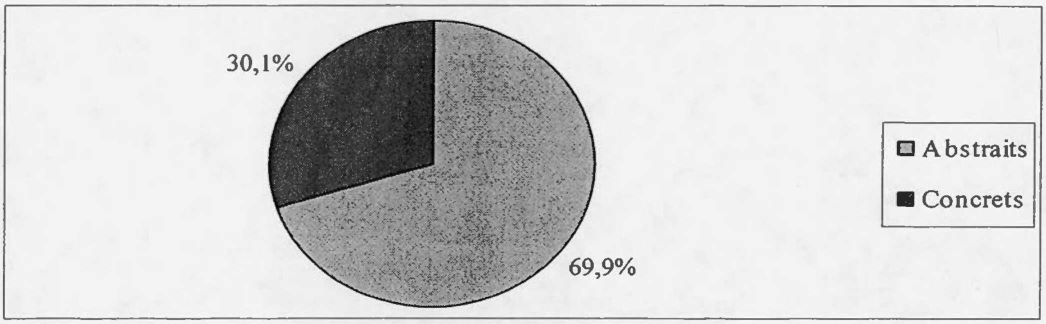


Figure 4.9 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « oraux » du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

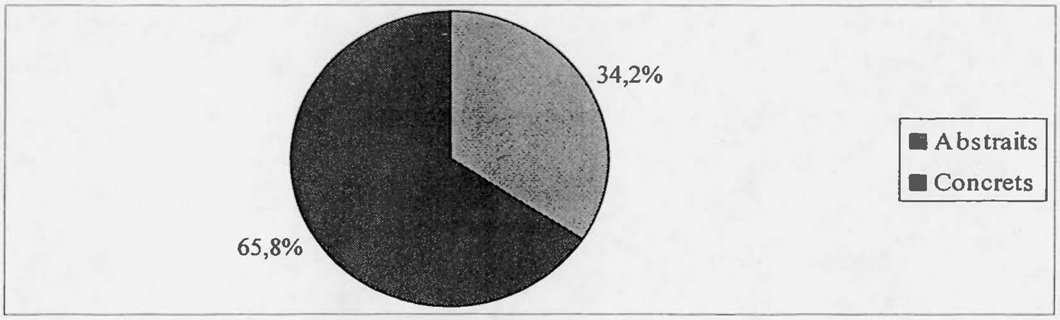


Figure 4.10 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

Étant donné que les exercices « écrits » utilisent surtout des nombres concrets, ils sont donc plus orientés en lien avec des contextes. Les exercices « oraux », quant à eux, semblent avoir deux finalités. Certaines questions font travailler le raisonnement des élèves (voir par exemple 22, 23, 24, 25) et d'autres font travailler le calcul mental (voir par exemple 35, 36, 37, 38) :

EXERCICES SUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

EXERCICES ORAUX

22. Pourquoi commence-t-on l'addition par la droite ? – Dans quel cas pourrait-on la commencer par la gauche ou par une colonne quelconque ?

23. Pour faire la preuve de l'addition, pourquoi est-il préférable de recommencer l'addition dans le sens inverse ?

24. Pourquoi commence-t-on la soustraction par la droite ? – Dans quel cas pourrait-on la commencer par la gauche ou par une colonne quelconque ?

25. Que devient la différence de deux nombres si on ajoute : 1° 12 au grand nombre, –2° 10 au petit nombre, –3° 20 à tous les deux, –4° 12 au grand nombre et 10 au petit, –5° 5 au grand nombre et 10 au petit ?

26. Que devient la différence : 1° si l'on ajoute 10 au grand nombre et si l'on retranche 5 au petit, –2° si on retranche 8 du grand nombre et si on ajoute 10 au petit ?

27. Qu'obtient-on si l'on retranche la différence du grand nombre ?

28. Comment peut-on faire la preuve d'une soustraction par une autre soustraction ?

29. Qu'obtient-on : 1° si on retranche de la somme de deux nombres la différence de ces mêmes nombres, –2° si on ajoute à la somme de deux nombres la différence de ces mêmes nombres ?

30. La somme de deux nombre est 44, leur différence est 20; quel est le petit nombre ?

31. La somme de deux nombres est 52, leur différence est 30; quel est le grand nombre ?

32. Qu'obtient-on si de la somme de deux nombres on retranche 2 fois le petit ?

33. La somme de deux nombres est 72; le double du petit est 50. Quelle est leur différence ?

34. Deux nombre étant donnés, que faut-il retrancher au grand et ajouter au petit pour les rendre égaux sans changer leur somme ?

35. A partir de 3, comptez les nombres de 4 en 4, de 5 en 5, de 6 en 6, etc. jusqu'à 100.

36. A partir de 5, comptez les nombres de 7 en 7, de 8 en 8, de 9 en 9, jusqu'à 100.

37. Comptez les nombres de 6 en 6, de 7 en 7, etc., de 100 jusqu'à 1.

38. Effectuez mentalement les additions suivantes :

1° 75 + 25	6° 24 + 16	11° 37 + 43	16° 63 + 45
2° 55 + 15	7°14 + 36	12° 32 + 58	17° 92 + 85
3° 15 + 85	8° 26 + 34	13° 28 + 72	18° 125+205
4° 45 + 55	9° 36 + 64	14° 61 + 29	19° 272+320

5° 75 + 125 10° 17 + 33 15° 39 + 51 20° 315+435

39. Effectuez mentalement les soustractions suivantes :

1° 75 – 30	6° 80 – 26	11° 124 – 76
2° 94 – 40	7° 120 – 45	12° 353 – 127
3° 79 – 50	8° 240 – 94	13° 463 – 215
4° 175 – 60	9° 270 – 65	14° 592 – 248
5° 224 – 80	10° 580 – 345	15° 748 – 497

(F.E.C., 1916, p. 20-21)

Dans tout le manuel, neuf exercices seulement sont des exercices « instrumentaux ». L'instrument utilisé est la table de logarithmes. Ce type d'exercices n'occupe pas une place très importante dans ce manuel.

Par la suite, nous avons regardé la proportion des exercices utilisant des nombres concrets et des nombres abstraits, sans considérer les types d'exercices (« écrits » et « oraux »), en excluant les exercices « instrumentaux ». Lorsqu'un exercice demande l'utilisation d'un instrument, nous n'avons pas considéré, dans la figure 4.11, si l'exercice travaillait avec des nombres abstraits ou concrets, car il y a seulement neuf exercices de ce type dans le manuel. Nous les avons classés directement dans une troisième catégorie : « instrumentaux ». Il y a 2029 exercices arithmétiques en tout dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur ». La figure 4.11 présente les pourcentages respectifs des exercices impliquant des nombres concrets, des exercices impliquant des nombres abstraits (dans les exercices « écrits » et « oraux ») et des exercices « instrumentaux ».

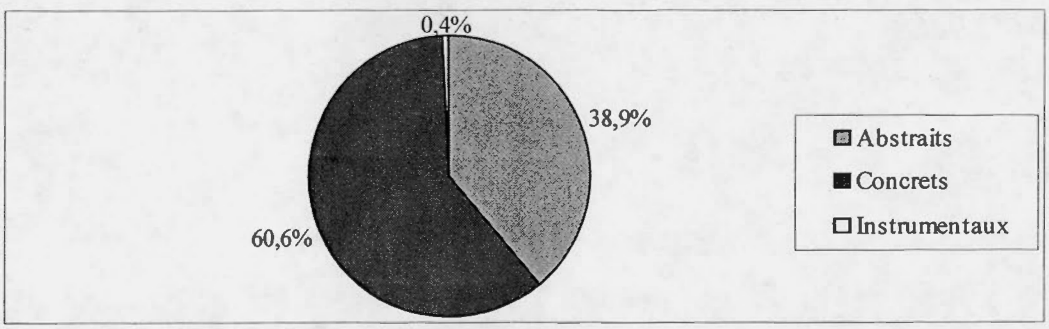


Figure 4.11 La répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » et « oraux » et les exercices « instrumentaux » dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916)

De façon générale, les exercices du manuel analysé se servent davantage de nombres concrets (60,6 %). Les exercices utilisant un instrument ont une place minime (à peine 0,4 %), tandis que les nombres abstraits se retrouvent dans 38,9 % des exercices arithmétiques. En revenant sur les contenus arithmétiques du manuel (cf. figure 4.4), plusieurs étaient en lien direct avec la vie réelle (commission et courtage, escompte commercial, assurance, droit de douane, taxe, règle d'intérêt, les répartitions proportionnelles, les actions et les obligations, le change, la moyenne et règle de mélange, etc.). Il n'est donc pas surprenant de voir que les nombres concrets occupent une place très importante dans le manuel.

À la suite des analyses des exercices et des facettes du nombre (abstraits versus concrets), nous pouvons faire ressortir que le type d'arithmétique privilégiée dans les exercices écrits est l'arithmétique pratique, car l'emphase est mise sur l'utilisation des nombres concrets. Dans ce manuel, nous décelons toutefois une arithmétique « en soi » à travers les exercices « oraux » qui privilégient une réflexion sur les nombres abstraits, et une arithmétique instrumentale, cette dernière ayant une place très minime. De façon générale, l'utilisation des nombres concrets est favorisée lorsque nous regardons le nombre total d'exercices, tous types confondus.

De manière générale, nous pouvons dire qu'étant donné l'importance accordée aux nombres concrets, la visée de l'arithmétique donnée par les auteurs de ce manuel est surtout pratique. Ils font le lien entre l'arithmétique et la résolution de problèmes concrets. Il faut cependant nuancer cet énoncé puisque les exercices « oraux » utilisent plutôt les nombres abstraits et un raisonnement sur les nombres abstraits, en plus du calcul mental. Nous reviendrons maintenant sur les types d'arithmétique abordés suite aux dernières analyses de la section « cours » et de la section « exercices ».

4.1.8 Analyse des types d'arithmétique abordés

À la suite des analyses précédentes, nous pouvons faire ressortir quels sont les types d'arithmétique qui sont abordés et traités dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916). Celle prenant le plus d'importance et qui revient dans chacune des analyses est l'arithmétique pratique : plusieurs des contenus arithmétiques abordés dans ce manuel sont en effet du domaine pratique (commission et courtage, escompte commercial, assurance, droit de douane, taxe, règle d'intérêt, les répartitions proportionnelles, les actions et les obligations, le change, la moyenne et règle de mélange, etc.); dans le traitement, la présence de règles/méthodes/algorithmes occupent une place notable; de plus, l'analyse de la section exercices a montré l'importance accordée aux nombres concrets, ce qui rejoint l'arithmétique pratique.

Nous retrouvons cependant d'autres types d'arithmétiques dans le manuel. La présence de l'arithmétique « en soi » s'observe dans les contenus abordés et le traitement qui en est fait. Les auteurs du manuel abordent certaines propriétés des nombres (leurs facteurs, la divisibilité), et traitent les opérations sur les nombres de façon générale avant de donner des problèmes concrets. La présence de définitions est très marquée dans ce manuel, près de la moitié des types de traitement, et les auteurs y utilisent les nombres abstraits d'une façon notable (38,9 % des exercices), surtout dans les exercices oraux. Ceci nous fait dire que l'arithmétique « en soi » est donc présente. Comme il n'y a pas d'approche déductive dans ce manuel, l'arithmétique théorique n'est pas présente. Cependant, les auteurs justifient les règles qu'ils présentent, soit par des exemples génériques, soit par une verbalisation raisonnée. Ils se soucient de donner du sens à ces règles et de les justifier.

La présence d'une arithmétique instrumentale se retrouve dans les contenus arithmétiques et les exercices lorsque les auteurs traitent les logarithmes. Ce type d'arithmétique prend une place infime dans le manuel, car il n'y a que 0,4 % des exercices et que 8 pages du manuel qui sont réservées aux logarithmes.

Nous notons aussi une trace d'une arithmétique qui dépend du système de numération. La première section du chapitre « ARITHMÉTIQUE » décrit le fonctionnement de la numération indo-arabe et aussi les chiffres romains. Il y a aussi une section qui explique les différents systèmes de mesures : section « POIDS ET MESURES » et section « SYSTÈME MÉTRIQUE » (figure 4.4).

À la suite des analyses précédentes et même s'il y a différents types d'arithmétique présents dans le manuel, le type d'arithmétique le plus présent dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916) est l'arithmétique pratique. Nous verrons maintenant quelles finalités ressortent de ces analyses.

4.1.9 Les finalités associées à l'arithmétique dans ce manuel

À la suite de l'analyse des contenus arithmétiques abordés, du statut de l'arithmétique et des classements au niveau des contenus, de l'analyse des types de traitement, de l'analyse des types d'exercices et des facettes du nombre utilisées, de l'analyse des types d'arithmétique; nous pouvons interpréter les visées données à l'arithmétique par les auteurs du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916).

La visée qui ressort de l'analyse des contenus est une visée pratique. Les contenus sont orientés vers des notions commerciales et courantes, et que nous retrouvons dans la vie de l'époque, comme les escomptes, les assurances, les taxes, les intérêts simples, etc (cf. figure 4.4). L'emphase est aussi mise sur les contenus de la catégorie numération, opérations et applications.

En ce qui a trait aux types de traitements privilégiés, un peu plus de la moitié sont d'approche inductive, de présentation de règles/d'algorithmes et de règles de vérification de calcul. Les auteurs accordent donc de l'importance aux règles de calcul, qu'elles soient induites ou données, et à la vérification des calculs. Ceci nous fait dire que les auteurs ont aussi une visée pratique. Cependant, les auteurs prennent le temps de donner du sens aux règles dans le manuel. On retrouve une idée de preuve à partir d'exemples génériques et de verbalisations raisonnées. Ce qui veut dire que les auteurs ont le souci de donner du sens à ces règles. Par conséquent, nous pouvons dire qu'il y a plus que la visée pratique. On rejoint ici la dimension formation du raisonnement, du jugement, du sens critique comme le mentionne Bednarz (2002) dans son article.

L'analyse des exercices et des facettes du nombre a fait ressortir aussi que la finalité principale de l'arithmétique du manuel est pratique. Effectivement, les nombres concrets prennent la part la plus importante sur les nombres utilisés dans les exercices, tous types confondus. Par contre, les exercices « oraux » sont orientés, entre autres, vers le développement de raisonnement, tels que nous l'avons vu. Il y a donc aussi une visée développement du raisonnement, à cause de ces exercices.

Il y a plusieurs types d'arithmétique dans le manuel « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916), l'arithmétique pratique étant prédominante, comme on le voit à travers les contenus, les traitements et les facettes du nombre. C'est pourquoi nous pouvons dire que les auteurs ont une visée pratique associée à l'arithmétique.

4.2 Analyse d'un manuel pour la période 1923 à 1956

Nous poursuivons l'analyse des manuels au début du siècle avec l'analyse de manuels se situant entre les années 1923 et 1956. Le premier manuel choisi est « Arithmétique, cours complémentaire, (ancien cours supérieur) » (F.E.C., 1946). Tel que mentionné dans le chapitre précédent, il s'agit d'une réédition du manuel analysé pour la période du début du siècle. Malgré le fait que le manuel soit le même, il fut très utilisé jusqu'en 1949, 26 réimpressions ont eu lieu entre 1905 et 1949 (Aubin 2006). Les seules différences que nous avons retrouvées par rapport au manuel précédent sont le titre du manuel, qui s'est réajusté à la nomenclature du programme de 1923, et le prix du manuel (figure 4.12). Nous ne ferons pas l'analyse de ce manuel puisqu'elle est la même que celle du le manuel précédent. Ce manuel est dédié à des élèves de première et de deuxième secondaire, en prenant l'équivalence actuelle.

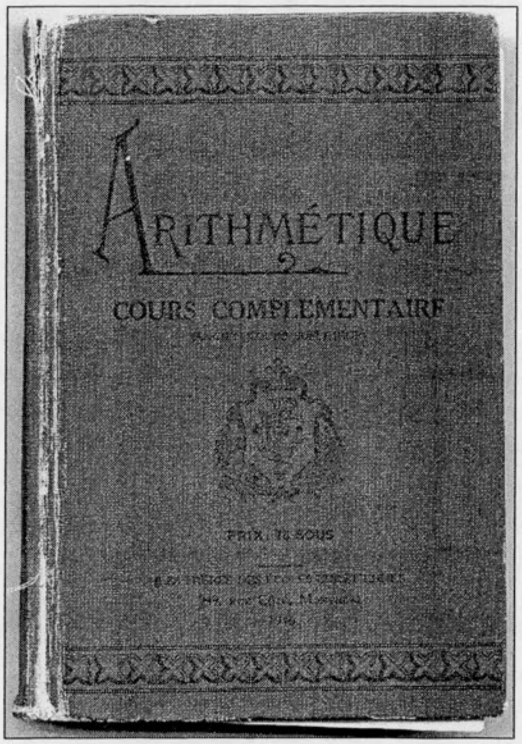


Figure 4.12 Page couverture du manuel « Arithmétique, cours complémentaire, (ancien cours supérieur) » (F.E.C., 1946)

Le manuel qui reste à analyser pour cette période est « Les Mathématiques de la vie courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie[10] » (figure 4.13) des Frères des Écoles chrétiennes (1953). L'équivalent actuel du cours supérieur de cette époque est la troisième, quatrième et cinquième secondaire.

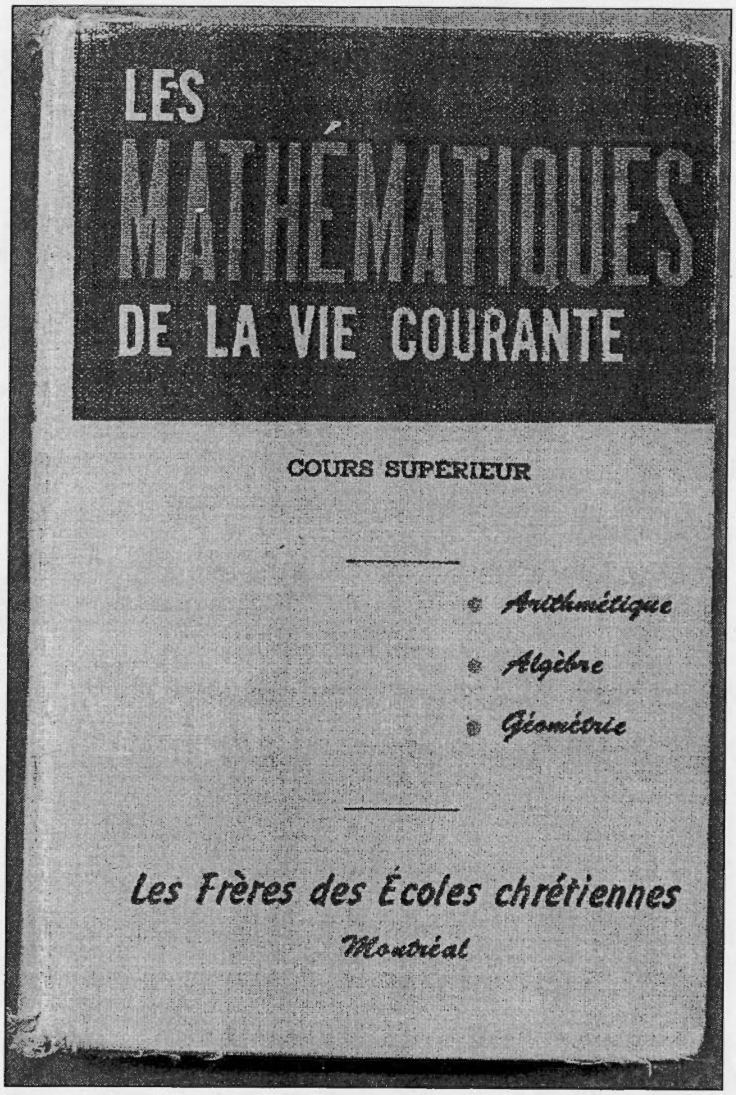


Figure 4.13 Page couverture du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

---

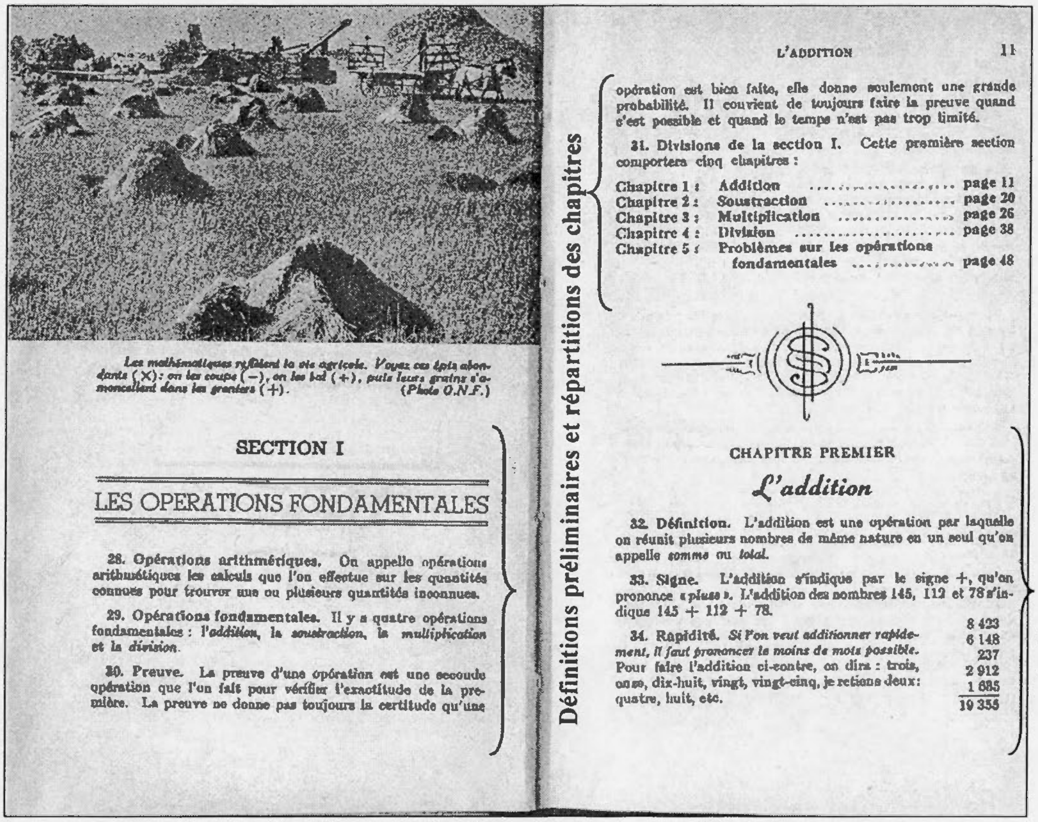
[10] Nous ferons référence à ce manuel en l'intitulant seulement « Les Mathématiques de la vie courante »

4.2.1 La présentation des contenus mathématiques dans ce manuel

Le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) ressemble beaucoup au manuel analysé précédemment en ce qui a trait à la forme que les auteurs prennent pour présenter les contenus. Il faut dire qu'il s'agit des mêmes auteurs. Le manuel est divisé en trois parties : Arithmétique, Algèbre et Géométrie. Chacune de ces parties est divisée en sections qui se subdivisent en chapitres. Par exemple, la partie consacrée à l'arithmétique comprend huit sections et 51 chapitres, répartis dans ces sections. Les chapitres se font en continu.

Le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » débute avec une introduction où sont définis les mathématiques divisées en trois domaines : l'arithmétique, l'algèbre et la géométrie (F.E.C., 1953, p. IV). Ces trois domaines sont par la suite définis. On y présente ensuite la table des matières pour poursuivre avec chacun des domaines, divisé en sections et en chapitres.

Les auteurs de ce manuel commencent chacune des sections avec quelques définitions préliminaires. Ensuite, ils mentionnent les titres des chapitres de la section comme le montre la première section de la figure 4.14, à propos des opérations.



Les mathématiques reflètent la vie agricole. Voyez ces épis abondants (×) : on les coupe (−), on les bat (+), puis leurs grains s'amoncellent dans les greniers (+). (Photo O.N.F.)

SECTION I

LES OPERATIONS FONDAMENTALES

28. Opérations arithmétiques. On appelle opérations arithmétiques les calculs que l'on effectue sur les quantités connues pour trouver une ou plusieurs quantités inconnues.

29. Opérations fondamentales. Il y a quatre opérations fondamentales : l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* et la *division*.

30. Preuve. La preuve d'une opération est une seconde opération que l'on fait pour vérifier l'exactitude de la première. La preuve ne donne pas toujours la certitude qu'une

L'ADDITION 11

opération est bien faite, elle donne seulement une grande probabilité. Il convient de toujours faire la preuve quand c'est possible et quand le temps n'est pas trop limité.

31. Divisions de la section I. Cette première section comportera cinq chapitres :

Chapitre 1 : Addition .... page 11
Chapitre 2 : Soustraction .... page 20
Chapitre 3 : Multiplication .... page 26
Chapitre 4 : Division .... page 38
Chapitre 5 : Problèmes sur les opérations fondamentales .... page 48

CHAPITRE PREMIER

L'addition

32. Définition. L'addition est une opération par laquelle on réunit plusieurs nombres de même nature en un seul qu'on appelle *somme* ou *total*.

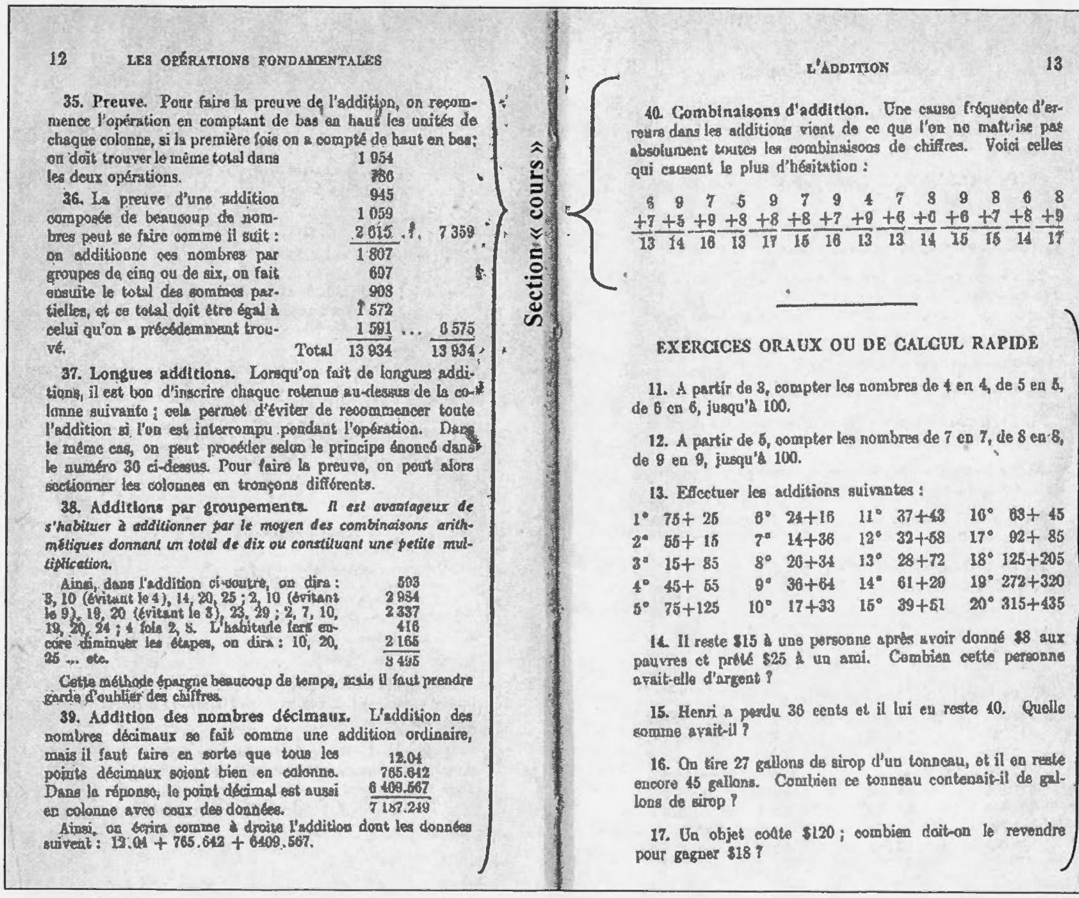
33. Signe. L'addition s'indique par le signe +, qu'on prononce « *pluss* ». L'addition des nombres 145, 112 et 78 s'indique 145 + 112 + 78.

34. Rapidité. *Si l'on veut additionner rapidement, il faut prononcer le moins de mots possible.* Pour faire l'addition ci-contre, on dira : trois, onze, dix-huit, vingt, vingt-cinq, je retiens deux : quatre, huit, etc.

8 423
6 148
237
2 912
1 685
19 355

Figure 4.14 Exemple de la présentation d'une section dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. 10-11)

Dans les chapitres, on retrouve d'abord une section « cours » (fin de la figure 4.14 et début de la figure 4.15, qui sont les pages suivantes dans le manuel) puis des exercices « oraux » (figure 4.15,), aussi appelés « calcul rapide » par les auteurs du manuel (F.E.C., 1953). Une fois les exercices « oraux » terminés, les auteurs donnent des exercices « écrits » (figure 4.15).



12 LES OPÉRATIONS FONDAMENTALES

35. Preuve. Pour faire la preuve de l'addition, on recommence l'opération en comptant de bas en haut les unités de chaque colonne, si la première fois on a compté de haut en bas; on doit trouver le même total dans les deux opérations.

36. La preuve d'une addition composée de beaucoup de nombres peut se faire comme il suit : on additionne ces nombres par groupes de cinq ou de six, on fait ensuite le total des sommes partielles, et ce total doit être égal à celui qu'on a précédemment trouvé.

	1 954	
	786	
	945	
	1 059	
	2 615	7 359
	1 807	
	697	
	908	
	1 572	
	1 591	6 575
Total	13 934	13 934

37. Longues additions. Lorsqu'on fait de longues additions, il est bon d'inscrire chaque retenue au-dessus de la colonne suivante ; cela permet d'éviter de recommencer toute l'addition si l'on est interrompu pendant l'opération. Dans le même cas, on peut procéder selon le principe énoncé dans le numéro 36 ci-dessus. Pour faire la preuve, on peut alors sectionner les colonnes en tronçons différents.

38. Additions par groupements. *Il est avantageux de s'habituer à additionner par le moyen des combinaisons arithmétiques donnant un total de dix ou constituant une petite multiplication.*

Ainsi, dans l'addition ci-contre, on dira : 3, 10 (évitant le 4), 14, 20, 25 ; 2, 10 (évitant le 9), 19, 20 (évitant le 3), 23, 29 ; 2, 7, 10, 19, 20, 24 ; 4 fois 2, 8. L'habitude fera encore diminuer les étapes, on dira : 10, 20, 25 ... etc.

593
2 954
2 337
416
2 165
8 495

Cette méthode épargne beaucoup de temps, mais il faut prendre garde d'oublier des chiffres.

39. Addition des nombres décimaux. L'addition des nombres décimaux se fait comme une addition ordinaire, mais il faut faire en sorte que tous les points décimaux soient bien en colonne. Dans la réponse, le point décimal est aussi en colonne avec ceux des données.

12.04
765.642
6 409.567
7 187.249

Ainsi, on écrira comme à droite l'addition dont les données suivent : 12.04 + 765.642 + 6409.567.

L'ADDITION 13

40. Combinaisons d'addition. Une cause fréquente d'erreurs dans les additions vient de ce que l'on ne maîtrise pas absolument toutes les combinaisons de chiffres. Voici celles qui causent le plus d'hésitation :

6	9	7	5	9	7	9	4	7	8	9	8	6	8
+7	+5	+9	+8	+8	+8	+7	+9	+6	+6	+6	+7	+8	+9
13	14	16	13	17	15	16	13	13	14	15	15	14	17

EXERCICES ORAUX OU DE CALCUL RAPIDE

11. A partir de 3, compter les nombres de 4 en 4, de 5 en 5, de 6 en 6, jusqu'à 100.

12. A partir de 5, compter les nombres de 7 en 7, de 8 en 8, de 9 en 9, jusqu'à 100.

13. Effectuer les additions suivantes :

1° 75+ 25	6° 24+16	11° 37+43	16° 63+ 45
2° 55+ 15	7° 14+36	12° 32+68	17° 92+ 85
3° 15+ 85	8° 26+34	13° 28+72	18° 125+205
4° 45+ 55	9° 36+64	14° 61+20	19° 272+320
5° 75+125	10° 17+33	15° 39+51	20° 315+435

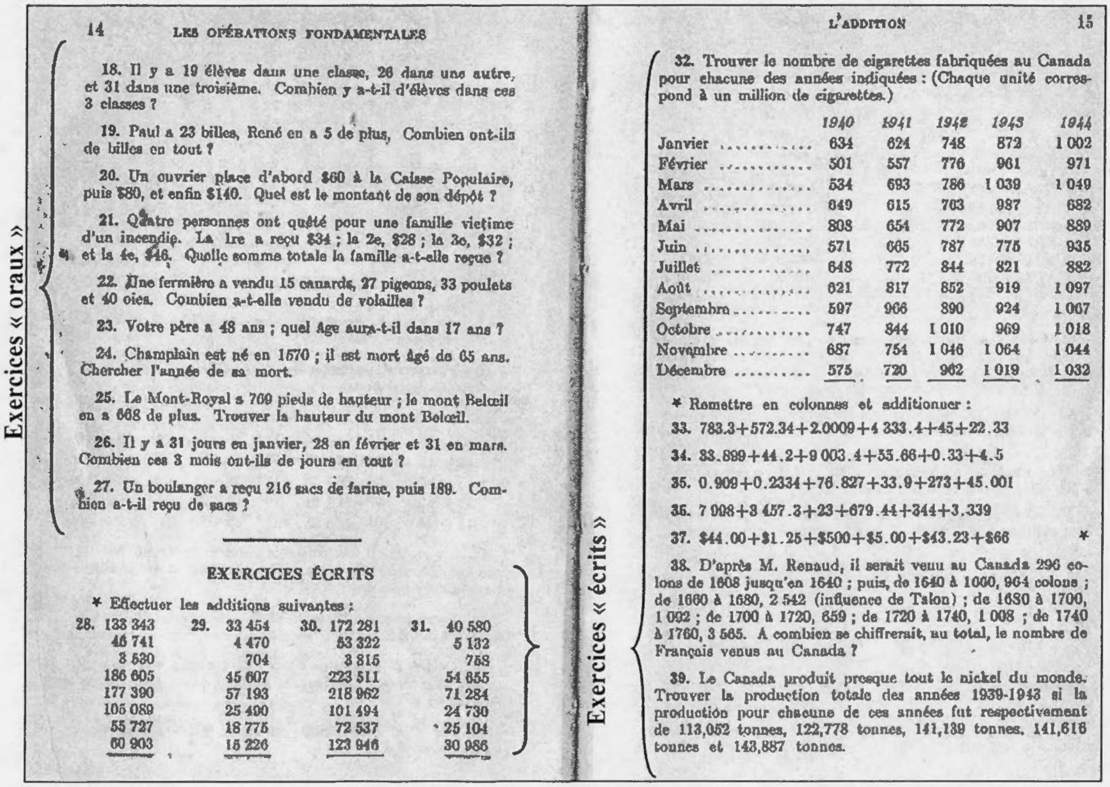
14. Il reste $15 à une personne après avoir donné $8 aux pauvres et prêté $25 à un ami. Combien cette personne avait-elle d'argent ?

15. Henri a perdu 36 cents et il lui en reste 40. Quelle somme avait-il ?

16. On tire 27 gallons de sirop d'un tonneau, et il en reste encore 45 gallons. Combien ce tonneau contenait-il de gallons de sirop ?

17. Un objet coûte $120 ; combien doit-on le revendre pour gagner $18 ?

Figure 4.15 Exemple de présentation de la section « cours » et de la section « exercices oraux » (F.E.C., 1953, p. 12-13)



14 LES OPÉRATIONS FONDAMENTALES

18. Il y a 19 élèves dans une classe, 26 dans une autre, et 31 dans une troisième. Combien y a-t-il d'élèves dans ces 3 classes ?

19. Paul a 23 billes, René en a 5 de plus, Combien ont-ils de billes en tout ?

20. Un ouvrier place d'abord $60 à la Caisse Populaire, puis $80, et enfin $140. Quel est le montant de son dépôt ?

21. Quatre personnes ont quêté pour une famille victime d'un incendie. La 1re a reçu $34 ; la 2e, $28 ; la 3e, $32 ; et la 4e, $46. Quelle somme totale la famille a-t-elle reçue ?

22. Une fermière a vendu 15 canards, 27 pigeons, 33 poulets et 40 oies. Combien a-t-elle vendu de volailles ?

23. Votre père a 48 ans ; quel âge aura-t-il dans 17 ans ?

24. Champlain est né en 1570 ; il est mort âgé de 65 ans. Chercher l'année de sa mort.

25. Le Mont-Royal a 769 pieds de hauteur ; le mont Belœil en a 668 de plus. Trouver la hauteur du mont Belœil.

26. Il y a 31 jours en janvier, 28 en février et 31 en mars. Combien ces 3 mois ont-ils de jours en tout ?

27. Un boulanger a reçu 216 sacs de farine, puis 189. Combien a-t-il reçu de sacs ?

EXERCICES ÉCRITS

* Effectuer les additions suivantes :

28.	29.	30.	31.
133 343	33 454	172 281	40 580
46 741	4 470	53 322	5 132
8 530	704	3 815	758
186 605	45 607	223 511	54 655
177 390	57 193	218 962	71 284
105 089	25 490	101 494	24 730
55 727	18 775	72 537	25 104
60 903	15 226	123 946	30 986

L'ADDITION 15

32. Trouver le nombre de cigarettes fabriquées au Canada pour chacune des années indiquées : (Chaque unité correspond à un million de cigarettes.)

	1940	*1941*	*1942*	*1943*	*1944*
Janvier	634	624	748	872	1 002
Février	501	557	776	961	971
Mars	534	693	786	1 039	1 049
Avril	649	615	703	987	682
Mai	808	654	772	907	889
Juin	571	665	787	775	935
Juillet	648	772	844	821	882
Août	621	817	852	919	1 097
Septembre	597	966	890	924	1 007
Octobre	747	844	1 010	969	1 018
Novembre	687	754	1 046	1 064	1 044
Décembre	575	720	962	1 019	1 032

* Remettre en colonnes et additionner :

33. 783.3+572.34+2.0009+4 333.4+45+22.33

34. 33.899+44.2+9 003.4+55.66+0.33+4.5

35. 0.909+0.2334+76.827+33.9+273+45.001

36. 7 908+3 457.3+23+679.44+344+3.339

37. $44.00+$1.25+$500+$5.00+$43.23+$66 *

38. D'après M. Renaud, il serait venu au Canada 296 colons de 1608 jusqu'en 1640 ; puis, de 1640 à 1660, 964 colons ; de 1660 à 1680, 2 542 (influence de Talon) ; de 1680 à 1700, 1 092 ; de 1700 à 1720, 659 ; de 1720 à 1740, 1 008 ; de 1740 à 1760, 3 565. A combien se chiffrerait, au total, le nombre de Français venus au Canada ?

39. Le Canada produit presque tout le nickel du monde. Trouver la production totale des années 1939-1943 si la production pour chacune de ces années fut respectivement de 113,052 tonnes, 122,778 tonnes, 141,139 tonnes, 141,616 tonnes et 143,887 tonnes.

Figure 4.15 (suite) Exemple de présentation de la section « exercices écrits » (F.E.C., 1953, p. 14-15)

Il y a certaines notions où il n'y a pas d'exercices « oraux » : dans la section sur les intérêts (p. 396-441) où il n'y a que la notion d'escomptes financiers qui compte des exercices « oraux ».

Un nouvel aspect de ce manuel est la présence de tests pratiques à la fin de certains chapitres et de tests théoriques à la fin des sections (figure 4.16). Les tests pratiques sont des exercices « écrits ». Nous ne savons pas comment ils ont été utilisés en classe, mais il y a toujours un petit commentaire des auteurs qui laisse supposer que l'élève pratique la rapidité et l'exactitude de sa réponse (figure 4.17).

viii TABLE DES MATIÈRES

Liste des tests

Tests théoriques

Pages

Aux dernières pages de chacune des sections.

Tests pratiques

Arithmétique :

1. Sur l'addition 19
2. Sur la soustraction 26
3. Sur la multiplication 37
4. Sur la division 47
5. Problèmes sur les opérations fondamentales 59
6. Particularités sur les nombres 75
7. Sur la divisibilité et les nombres premiers 88
8. Sur les opérations secondaires 113
9. Sur les fractions 165
10. Sur les poids et mesures ordinaires 203
11. Sur le calcul des nombres complexes 215
12. Sur le système métrique 228
13. Sur les séries et les progressions 258
14. Sur les rapports et les proportions 266
15. Partage proportionnel et règle de société 280
16. Règle de trois, graphiques, mélanges 308
17. Sur le mécanisme du pourcentage 324
18. Sur les applications du pourcentage 377
19. Autour de l'intérêt simple 395
20. Sur la règle d'intérêt et ses applications 437

Algèbre et Géométrie :

Immédiatement avant les tests théoriques.

LISTE DES APPENDICES 655
APPENDICES A-M 656
TABLE ANALYTIQUE 677

On notera que l'astérisque ★ annonce une question ou une indication se rapportant à un certain nombre d'exercices qui se succèdent jusqu'à un nouvel astérisque.

Figure 4.16 Liste des tests théoriques et pratiques du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. viii)

1er TEST PRATIQUE : SUR L'ADDITION

Exactitude + vitesse = succès !

Résoudre les additions suivantes. Ne pas écrire dans le livre et ne pas transcrire les nombres :

54.	55.	56.	57.	58.	59.
324	150	623	213	450	364
534	641	425	114	130	425
625	263	630	652	524	625
310	342	125	536	652	310
402	400	314	104	565	410
142	254	523	623	426	652

60.	61.	62.	63.	64.	65.
478	596	837	$3.74	$5.87	$3.84
859	895	857	9.28	9.47	3.79
739	789	625	1.89	7:56	6.39
648	698	987	8.78	8.37	7.87
840	138	628	7.29	9.38	8.79
948	749	348	8.27	9.25	8.91

66.	67.	68.	69.
25 342	36 274	$374.86	$399.33
63 543	36 473	873.14	26.89
13 520	13 745	401.83	190.00
24 356	23 567	876.83	5.98
13 402	76 510	341.28	87.95
52 634	13 077	388.21	0.05
35 246	27 352	726.01	678.67

70.	71.	72.	73.
6 678	67	786.79	78.009
23 857	11 867	0.111	1 138.87
36	8 976	87.9	0.229
3 498	99	1 895.777	19.368
8	187	6.	7.9
47 384	87 450	419.99	9 835.89
390	7 865	98.729	376.7

Si les exercices des 2e et 4e rangées donnent lieu à trop d'erreurs, il serait utile de revoir les combinaisons d'addition du numéro 40 de la théorie. D'autre part, si les erreurs abondent dans l'ensemble, il y a nécessité de multiplier les exercices.

Figure 4.17 Exemple d'un test pratique (F.E.C., 1953, p. 19)

166 LES FRACTIONS

1614. Évaluer : $(.01 \times {}^{3}/_{4}) - [({}^{1}/_{10})^2 \div 4]$.

Si certains numéros sont manqués, bien se demander pourquoi. Est-ce connaissance insuffisante de la théorie ? Est-ce manque de pratique dans certains genres d'exercices ? Est-ce importance trop grande attachée à la vitesse au détriment de l'exactitude ?

TEST THÉORIQUE DE LA SECTION IV

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer vrai ou faux, selon qu'il convient.

1615. *On rend une fraction trois fois plus grande en ajoutant trois au numérateur.*

1616. *Si on multiplie par 4 les deux termes de la fraction ${}^{3}/_{7}$, la fraction ne change pas de valeur.*

1617. *On peut simplifier une fraction quand le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux.*

1618. *Quand le dénominateur est constant, plus le numérateur est grand, plus la fraction est grande.*

1619. *Enlever le dénominateur d'une fraction, c'est la multiplier par la valeur de ce dénominateur.*

1620. *Les deux fractions 0.4 et ${}^{2}/_{5}$ ont exactement même valeur.*

1621. *Le produit de deux fractions est plus petit que chacune de ces fractions.*

1622. *Une expression fractionnaire vaut toujours au moins 1.*

1623. *Une fraction représente le quotient de son numérateur par son dénominateur.*

1624. *Pour comparer des fractions, on les réduit ordinairement au même dénominateur.*

1625. *La fraction ${}^{367108}/_{4357832}$ est une fraction complexe.*

1626. *Le carré d'une valeur est toujours plus grand que cette valeur.*

PROBLÈMES DIVERS SUR LES FRACTIONS 167

1627. *Quand on a, dans l'extraction de la racine carrée d'une fraction, une expression comme* [illegible] *au dénominateur, on peut rendre ce dénominateur rationnel.*

1628. *Une fraction périodique est une fraction qui revient souvent, comme ${}^{1}/_{2}$, ${}^{1}/_{3}$, ${}^{3}/_{4}$.*

1629. *Il existe des fractions décimales limitées.*

1630. *Au lieu de diviser par ${}^{1}/_{2}$, on peut multiplier par 2.*

1631. *La somme de deux fractions est plus grande que chacune d'elles.*

1632. *Pour additionner des nombres fractionnaires, il est nécessaire de convertir ces nombres en expressions fractionnaires.*

1633. *Diviser le dénominateur d'une fraction, c'est multiplier la fraction d'autant.*

1634. *La racine carrée d'une fraction donne parfois un nombre fractionnaire.*

Figure 4.18 Exemple d'un test théorique pour la section « Les Fractions » (F.E.C., 1953, p. 166-167)

Dans la figure 4.16, on note aussi que les auteurs présentent des tests théoriques à la fin de chacune des sections. Ces tests reprennent des questions portant sur la théorie donnée dans une section. L'élève doit y répondre par vrai ou faux sans justification à l'appui. La figure 4.18 en donne un exemple. Ces questions ont été classées comme des exercices « écrits »

Un nouvel aspect apparaît dans ce manuel qu'on ne retrouvait pas avant. Il s'agit de la présence de photos (cf. figure 4.14) au début d'une nouvelle section. Ces photos sont accompagnées d'un petit texte descriptif faisant un lien plus ou moins direct entre la vie courante (on semble reprendre ici des scènes de la vie courante) et les mathématiques (figure 4.14).

À la fin du manuel, nous retrouvons des appendices. Ces appendices présentent des connaissances complémentaires (complément d'informations, connaissances optionnelles). Ils ne seront pas pris en considération pour l'analyse de ce manuel. La figure 4.19 nous montre les titres de chacun d'entre eux. Nous y retrouvons des tables pour les calculs, une démonstration, un rappel sur les tables de logarithme et leur utilisation, des règles pour travailler les racines cubiques, les intérêts composés et les annuités et des formules géométriques. Nous verrons maintenant la place que prend l'arithmétique dans ce manuel.

APPENDICES 655

Appendices

A des titres divers, les pages suivantes veulent donner un complément d'informations. On y trouvera :

1) *Des renseignements supplémentaires, utiles pour tous, concernant certains chapitres de l'arithmétique (appendices A, B, C, D et J).*

2) *Des démonstrations qui auraient encombré le texte du manuel, mais qu'on aimerait consulter (appendices F, K et L).*

3) *Des aperçus mathématiques qui dépassent le but du présent manuel, mais qui pourraient être exigés par certains programmes particuliers (appendices G, H et I).*

4) *Des tables qui groupent en un tout des données partielles dispersées dans les pages du livre (appendices E et M).*

L'ordre des appendices est en fonction de celui des chapitres du livre, excepté lorsque la suite même des appendices exigeait une distribution différente.

En voici la liste :

A. Produits qu'il est utile de connaître par cœur.
B. Table des carrés, des racines carrées et des réciproques.
C. Nombres premiers entre 1 et 600.
D. Table de mortalité.
E. Principales tables des poids et mesures.
F. Démonstration des formules donnant la somme d'une progression géométrique.
G. Logarithmes.
H. Table des logarithmes.
I. Racine cubique.
J. Table des racines cubiques.
K. Intérêts composés.
L. Annuités.
M. Principales formules de géométrie pratique.

Figure 4.19 Liste des appendices du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. 655)

4.2.2 Analyse de la place de l'arithmétique

Le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » est formé de 695 pages en tout. Dans ces pages, il y en a que nous n'avons pas considéré pour faire l'analyse du manuel. Nous avons enlevé les pages de présentation (titre du manuel, introduction, table des matières) au début du manuel, ainsi que les appendices (cf. figure 4.19) et l'index se situant tous deux à la fin du manuel. Ces sections enlevées, nous analyserons la place occupée par l'arithmétique sur les 656 pages restantes, une partie portant sur l'arithmétique, une sur l'algèbre et la dernière sur la géométrie. Ces pages comprennent les sections « cours » et « exercices » pour chacune des trois parties. Il y a 399 pages réservées à l'arithmétique. La figure 4.20 nous présente le nombre de pages en pourcentage réservées à l'arithmétique dans le manuel.

Même s'il s'agit de la fin du secondaire, l'arithmétique a encore une place importante (60,8 %) dans l'enseignement des mathématiques au secondaire à cette époque. Elle perd cependant un peu de place (10,1 %) comparativement au manuel pour les deux premières années du secondaire analysé précédemment. Nous verrons ensuite plus en détails les contenus que l'arithmétique couvre.

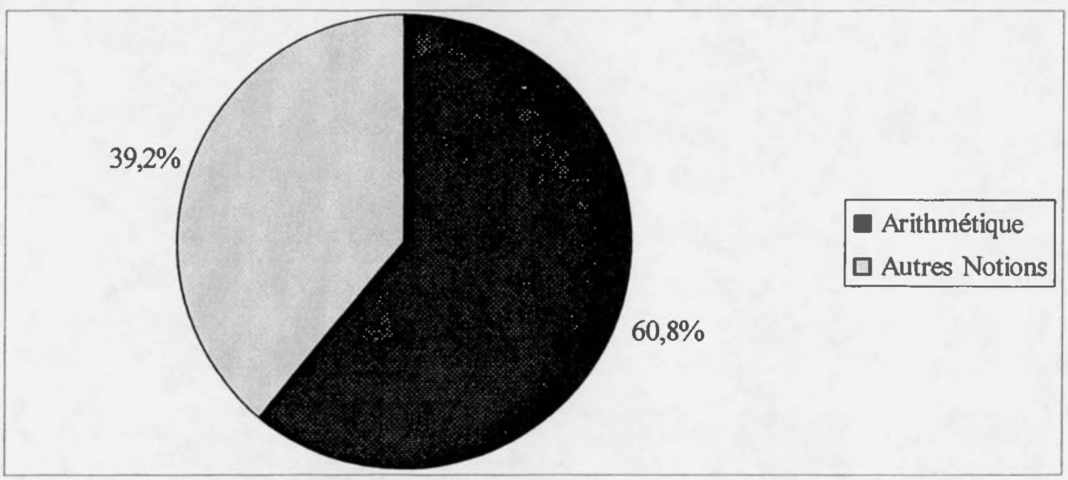


Figure 4.20 La place de l'arithmétique dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

4.2.3 Analyse des contenus arithmétiques abordés

Pour faire l'analyse des contenus arithmétiques, nous avons d'abord reproduit la table des matières du manuel qui permet de voir toutes les notions abordées dans les domaines de l'algèbre et de la géométrie (figure 4.21) et dans le domaine de l'arithmétique (figure 4.21, suite).

TABLE DES MATIÈRES VII

Algèbre

Pages

Première section 447

1. Valeurs numériques 447
2. Premières équations 451
3. Opérations sur les monômes 457
4. Équations simples avec dénominateurs 463
5. Opérations sur les polynômes 467
6. Équations quelconques à une inconnue (exercices) 479
7. Équations quelconques à une inconnue (problèmes) 485
8. Établissement de formules 492

Deuxième section 499

9. Équations à deux inconnues (exercices) 499
10. Décomposition des polynômes en facteurs 506
11. Équations à deux inconnues (problèmes) 515
12. Fractions algébriques (complément) 522
13. Équations à trois inconnues 528
14. Radicaux du second degré 532
15. Équations incomplètes du second degré 538
16. Équations complètes du second degré 542

Géométrie

I — Géométrie plane 560

1. Les principaux quadrilatères 562
2. Le triangle 574
3. Polygones divers 586
4. Le cercle 599

II — Géométrie dans l'espace 613

5. Le prisme et le cylindre 615
6. La pyramide et le cône 624
7. La sphère 638
8. Mesurages divers 641

Figure 4.21 Troisième page de la table des matières pour l'algèbre et la géométrie du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. VII)

TABLE DES MATIÈRES

Arithmétique

	Pages
Préliminaires : Le nombre et la numération	2
I — Les opérations fondamentales	**10**
1. L'addition	11
2. La soustraction	20
3. La multiplication	26
4. La division	38
5. Problèmes sur les opérations fondamentales	48
II — Nature et propriétés des nombres	**63**
6. Nombres approximatifs	64
7. Chiffres romains	67
8. Nombres négatifs	71
9. Divisibilité	76
10. Nombres premiers	80
III — Les opérations secondaires	**91**
11. Simplification	92
12. Parenthèses	95
13. Puissances	98
14. Racine carrée et autres racines	102
15. Calcul des radicaux	109
IV — Les fractions	**116**
16. Propriétés et réductions des fractions	118
17. Addition et soustraction	129
18. Multiplication et division	135
19. Puissances et racines	145
20. Fractions ordinaires et fractions décimales	147
21. Problèmes divers sur les fractions	153

VI TABLE DES MATIÈRES

	Pages
V — Poids et mesures	**168**
22. Mesures de longueur, de surface et de volume	170
23. Mesures de pesanteur et de capacité	179
24. Mesures de temps et mesures circulaires	185
25. Mesures monétaires	195
26. Mesures diverses	199
27. Calcul des nombres complexes	204
28. Le système métrique	217
29. Problèmes divers sur les poids et mesures	230
VI — Relations entre les nombres	**240**
30. Les séries	241
31. Progressions arithmétiques	246
32. Progressions géométriques	253
33. Rapports et proportions	259
34. Répartition proportionnelle et règle de société	268
35. Règle de trois	282
36. Représentation graphique	290
37. Moyennes, mélanges et alliages	298
VII — Pourcentage	**311**
38. Notions générales sur le pourcentage	312
39. Graphiques basés sur le pourcentage	325
40. Profits et pertes	331
41. La remise	341
42. Les assurances	347
43. La commission	355
44. Impôts fonciers et droits de douane	361
45. Le change	369
VIII — Intérêt	**380**
46. L'intérêt simple	382
47. L'intérêt composé	396
48. L'escompte financier	403
49. Paiements partiels, échéance moyenne	414
50. Actions et obligations	421
51. Annuités	430

Figure 4.21 (suite) Deux premières pages de la table des matières pour l'arithmétique du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. V, VI)

Avant de poursuivre l'analyse, nous préciserons quelques notions arithmétiques de ce manuel. Pour le « calcul des nombres complexes », il s'agit des mêmes nombres complexes que le manuel précédent[11]. La notion de remise est en fait un rabais donné sur une marchandise. La notion de change est définie comme « une opération par laquelle on paye une somme d'une ville à une autre, d'un pays à un autre, par le moyen de traites ou de lettres de change. » (F.E.C., 1953. p. 369)

Dans ce manuel, les notions arithmétiques (cf. tableau 3.1) se retrouvent toutes classées dans la section arithmétique, ce qui n'était pas le cas avec le manuel précédent. Les contenus se rattachant à la catégorie « théorie des nombres » se retrouvent au chapitre neuf, avec la notion de divisibilité; au chapitre dix, avec la notion de nombres premiers; et au chapitre trente, avec la notion de séries. Le chapitre trente et un, traitant des progressions arithmétiques et le chapitre trente-deux, traitant des progressions géométriques n'ont pas été considérées comme des notions arithmétiques lors de notre analyse, car le traitement qui en est fait est un traitement algébrique. Nous y reviendrons dans la section 4.2.4 un peu plus loin. Les autres chapitres se rattachent à la catégorie « numération, opérations et applications ». La notion d'intérêt simple n'a pas été considérée dans l'analyse des contenus arithmétiques, car le traitement qui en est fait est aussi algébrique, nous y reviendrons plus tard.

Pour l'analyse du nombre de pages associées à la section « cours », nous avons travaillé avec les dimensions du manuel (12,5 cm par19 cm) sachant que le texte prend 15 centimètres sur la longueur. Le tableau 4.4 nous permet de savoir la répartition de la section « cours » et de la section « exercices » pour nos deux catégories. Par la suite, la figure 4.22 permet de voir l'importance accordée à chacune des catégories et à la section « cours ».

---

[11] « Les nombres complexes sont des nombres concrets dont le systèmes n'est pas décimal, et dont les subdivisions se rapportent à des unités différentes. Ainsi, 4 verges 2 pieds 8 pouces » (F.E.C., 1953, p. 169)

Tableau 4.4 Contenus arithmétiques dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

Catégories	Section cours cm ↔ pages	Total (section cours et exercices) Pages	Exercices Pages
En lien avec la théorie des nombres	111,5 cm ↔ 7 p. $\frac{6}{15}$	20 p.	12 p. $\frac{9}{15}$
Numération, opérations et application	1954,5 cm ↔ 130 p. $\frac{5}{15}$	379 p.	248 p. $\frac{10}{15}$
Total	2066 cm ↔ 137 p. $\frac{11}{15}$	399 p.	261 p. $\frac{4}{15}$

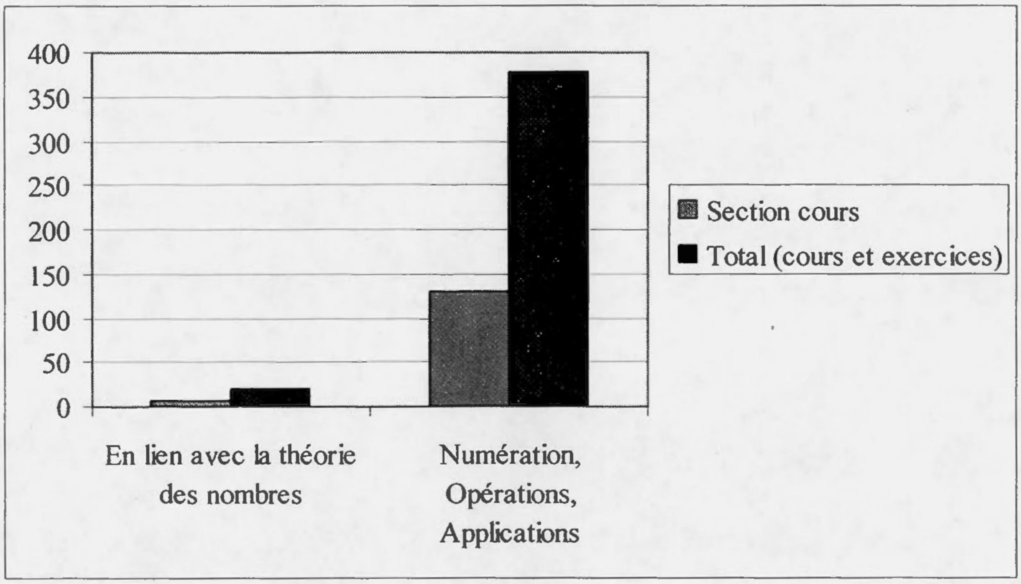


Figure 4.22 Contenus arithmétiques dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

Dans un premier temps, nous remarquons que la catégorie « en lien avec la théorie des nombres » ne prend pas beaucoup d'importance dans ce manuel par rapport à la deuxième catégorie. Cependant, la place accordée à la section « exercices » de la catégorie « en lien avec la théorie des nombres » est supérieur à celle de la section « cours » (un peu plus de la moitié), ce qui n'était pas le cas lors de l'analyse du manuel précédent où il n'y avait presque pas d'exercices. Dans cette catégorie, les auteurs de ce manuel accordent plus de place (en nombre de pages) aux exercices que celui analysé pour l'époque précédente.

La catégorie « numération, opérations et applications » a une place prédominante dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953). Il y a au total 379 pages qui lui sont attribuées sur les 399 pages réservées à l'arithmétique. De plus, nous notons que les exercices occupent plus d'espace que la section cours pour cette catégorie, ce qui n'était pas le cas avec le manuel précédent. Près du deux tiers (65,6 %[12]) de l'espace est consacrée aux exercices dans ce manuel (1953), tandis qu'on y accordait un peu plus de la moitié (53,8 %[13]) dans le manuel de 1916, il s'agit d'une différence de 11,8 %.

Ce manuel qui est destiné à l'enseignement des mathématiques pour la fin du secondaire met plus d'emphase sur l'arithmétique pratique puisque la catégorie « numération, opérations et applications » occupe la majeure partie du domaine arithmétique. De plus, plusieurs notions arithmétiques sont en lien avec des situations de la vie courante (cf. figure 4.21). Même s'il s'agit d'un manuel de la fin du secondaire, les contenus et le type d'arithmétique sont pratiquement les mêmes que le manuel précédent qui se voulait pour les élèves du début du secondaire.

L'analyse des contenus permet de dire, pour l'instant, que l'arithmétique a une finalité pratique. Le fait que l'emphase soit mise sur la catégorie « numération, opérations et applications », ainsi que le fait que la section « exercices » prenne une place plus importante que la sections « cours », nous permet de dire que les auteurs de ce manuel cherchent à mettre en pratique les notions arithmétiques traitées.

Lors de l'analyse des contenus, nous avons pu remarquer certains changements dans les classements des contenus et mettre en évidence un certain statut donné à l'arithmétique par rapport aux autres domaines.

---

[12] Le pourcentage donné aux exercices de la catégorie « numération, opérations et application » est calculé par le rapport entre le nombre de pages données à ceux-ci (248 $^{10}/_{15}$ pages) et le nombre total de pages (379), cf. tableau 4.4.

[13] Même calcul en utilisant les données du tableau 4.1.

4.2.4 Analyse du statut de l'arithmétique et classement des contenus

- Le Statut

Il y a différents indices qui permettent d'identifier un statut particulier accordé à l'arithmétique dans ce manuel. Le premier se retrouve dans le titre du manuel. Contrairement au manuel précédent où le titre contenait arithmétique, ce manuel s'intitule « Les Mathématiques de la vie courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie ». L'arithmétique est mise au même niveau que l'algèbre et la géométrie dans le titre. Elle n'inclut plus les autres domaines. Cependant, l'arithmétique est toujours importante comme domaine mathématique pour les auteurs dans l'enseignement de ces mathématiques de la vie courante, car elle occupe 60,8 % du manuel.

- Le classement des contenus

Il y a certains changements par rapport au classement des contenus dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953). Nous notons d'abord que les notions de progressions (arithmétiques et géométriques), d'intérêts composés et d'annuités, qui étaient classées en algèbre dans le manuel précédent, sont revenues dans le domaine arithmétique. Cependant, les notions de progressions (arithmétiques et géométrique) sont encore traitées algébriquement. Les auteurs mettent l'emphase sur la recherche et l'utilisation d'une formule :

CHAPITRE 31

Progressions arithmétiques

410. Définition. Une progression arithmétique est une série telle que chacun des termes égale le précédent, augmenté d'une quantité constante appelée *raison* de la progression.

On annonce une progression arithmétique par le signe ÷, et on sépare les termes les uns des autres par des poins.

Exemple : ÷ 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16 ..
÷ 95. 92. 89. 86. 83. 80. 77. 74 ...

La première progression est dite *croissante*; sa raison est + 2. La seconde est dite *décroissante*; sa raison est – 3.

411. Recherche d'un terme de rang quelconque. Dans une progression arithmétique, un terme de rang quelconque égale le premier, plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui.

Soit la progression : ÷ 1.5.9.13.17.21.....

Par définition le deuxième terme 5 égale le premier, plus la raison, qui est 4, soit : 5 = 1 + 4.

Par définition aussi, le troisième terme 9 égale le second 5, plus la raison 4, soit : 9 = 5 + 4; mais 5 = 1 + 4; donc 9 = 1 + 4 + 4 = 1 + 2 × 4; et ainsi de suite.

On voit que le deuxième terme égale le premier plus la raison, le troisième égale le premier plus deux fois la raison. De même, le quatrième égale le premier, plus trois fois la raison, etc.

412. Formule. Si on représente par *l* un terme de rang quelconque *n*, par *a* le premier terme de la progression, et par *r* la raison, on a la formule : $l = a + (n - 1)r$.

Si on donne le dernier terme en demandant le premier, on considère la progression dans l'ordre inverse et on applique la formule. (F.E.C., 1953, p. 246)

Étant donné que les progressions arithmétiques et géométriques sont traitées algébriquement, nous ne les avons pas considérées dans l'analyse de l'arithmétique dans ce manuel. Le chapitre précédent les progressions est un chapitre portant sur les séries. Puisque les auteurs ne travaillent que les nombres, sans la recherche de généralisation, le chapitre traitant les séries a été classé en arithmétique.

En ce qui a trait aux intérêts, deux modifications sont notables. La première est que l'intérêt simple est maintenant traité algébriquement :

566. Solution des problèmes d'intérêt simple. Les problèmes relatifs à l'intérêt simple peuvent tous se résoudre comme des applications de la règle de trois composée. On préfère cependant se servir de formules. Ces formules seront données à l'occasion des problèmes ci-dessous résolus. A titres d'exemples, le premier et le dernier auront aussi une solution à l'aide de la règle de trois.

567. Problème I. Recherche de l'intérêt. – *Quel intérêt rapporte un capital de $4 500 placé à 5% pendant 6 ans ?*

DISPOSITION DES DONNÉES

$ 100	1 an	$5
$4500	6 ans	x

$100, en 1 an, rapportent $5

$1, en 1 an rapporte 100 fois moins, ou ....$ $\frac{5}{100}$

$4500, en 1 an, rapportent 4500 fois plus, ou $\frac{\$5 \times 4500}{100}$

> \$4500, en 6 ans, rapportent 6 fois plus, ou $\frac{\$5 \times 4500 \times 6}{100} = \$1\ 350$
>
> *Autre solution :*
> Intérêt pour un an : \$4 500 × .05
> Intérêt pour 6 ans : \$4 500 × .05 × 6 = \$1 350.
>
> D'où la formule : $i = c \times r \times t$, que l'o écrit plus simplement :
>
> $$\mathbf{i = crt}$$
>
> C'est là la formule fondamentale de l'intérêt simple, celle de laquelle découlent toutes les autres, la seule qu'il convienne de retenir par cœur. (F.E.C., 1953, p. 382)

La notion d'intérêt simple est maintenant vue de façon à travailler la généralité des cas. Pour cette raison, nous ne l'avons pas incluse dans l'analyse de l'arithmétique pour ce manuel.

La deuxième modification est qu'en plus d'être classés en arithmétique, l'intérêt composé est à la fois traitée algébriquement et arithmétiquement. L'emphase est mise sur un traitement arithmétique, car les auteurs présentent les formules pour calculer l'intérêt composé, mais préfèrent et suggèrent fortement l'utilisation de tables :

> **Formules.** Si l'on représente par c le capital placé, par r l'intérêt annuel de \$1, par t le nombre d'années, et par M le capital augmenté de ses intérêts composés, on aura la formule :
>
> $$\mathbf{M = c\,(1 + r)^t.}$$
>
> Telle est la formule générale des intérêts composés; elle renferme quatre quantités variables : M, c, r et t; trois de ces quantités étant connues, on peut calculer la quatrième; par exemple pour isoler c, il faut diviser les deux membres de l'égalité par $(1 + r)^t$, et l'on trouve :
>
> $$c = \frac{M}{(1+r)^t}$$
>
> L'emploi de ces formules conduit facilement à des opérations longues et compliquées, pour peu que t soit considérable. Aussi préfère-t-on se services de tables. (F.E.C., 1953, p. 397)

Par la suite, les auteurs du manuel expliquent le fonctionnement de la table d'intérêts composés. Les exercices portant sur cette notion font appel à cette table pour leur résolution. Pour cette raison, nous avons considéré que la notion d'intérêts composés est classée en arithmétique. Par contre, nous n'avons pas considéré dans notre analyse la partie où les auteurs donnent les formules pour l'intérêt composé.

Il en est de même pour la notion d'annuités. Étant classée en algèbre dans le précédent manuel, cette notion fait maintenant partie des notions arithmétiques. Les auteurs utilisent des tables pour travailler cette notion. Elle a donc été classée comme contenu arithmétique lors de notre analyse.

De plus, une nouvelle notion arithmétique apparaît par rapport au manuel précédent. Il s'agit des nombres négatifs (cf. figure 4.21). Les auteurs les définissent et en donnent les règles d'opérations. Une autre notion qui est ajoutée est la notion de nombres approximatifs (cf. figure 4.21). Il s'agit de différentes méthodes d'arrondissement dans des contextes.

Les auteurs incluent en arithmétique deux nouvelles notions qui ne sont pas dans notre tableau 3.1 des contenus arithmétiques. Il s'agit du chapitre trente-six « Représentation graphique » dans la section relation entre les nombres et du chapitre trente-neuf « Graphiques basés sur le pourcentage » dans la section pourcentage (cf. figure 4.21). Les auteurs présentent différents graphiques en lien avec le thème des sections et montrent comment en tirer partie (figure 4.23).

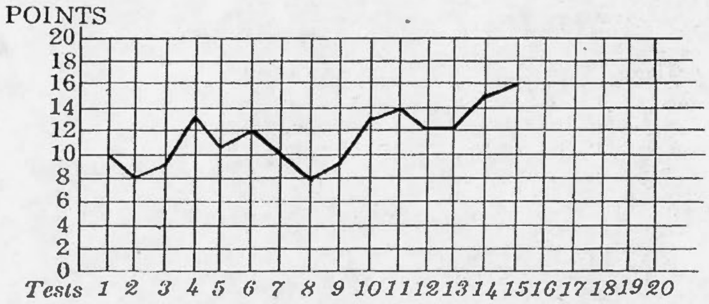
290 RELATIONS ENTRE LES NOMBRES

CHAPITRE 36

Représentation graphique

477. But. Pour rendre plus sensibles les relations qui existent entre les nombres, on a souvent recours aux procédés graphiques.

478. La ligne graphique. Le plus simple et le plus employé des procédés graphiques est la ligne graphique dont voici un exemple :



La direction générale de la courbe indique, dès le premier coup d'œil, s'il y a progrès ou recul. Pour plus de précision, on se réfère aux échelles placées au-dessous et à gauche du graphique proprement dit. Cette précision n'est parfois que relative, mais le plus souvent très suffisante.

479. On superpose parfois deux lignes graphiques, ce qui permet les comparaisons.

Quand deux ou plusieurs lignes graphiques sont superposées, il faut prendre soin d'éviter toute confusion. L'emploi de lignes brisées ou pointillées favorise la clarté. Il convient de ne pas superposer plus de trois lignes et d'étiqueter toutes celles que l'on trace.

Figure 4.23 La notion de représentation graphique (F.E.C., 1953)

Ces deux notions n'ont pas été considérées dans l'analyse de l'arithmétique du fait qu'elles ne sont pas incluses dans notre tableau 3.1. De plus, il s'agit seulement de lecture de graphique et non d'un travail sur les relations entre les nombres dans le graphique.

Dans cette section de l'analyse, nous avons vu que le statut de l'arithmétique est moins important par rapport au manuel de l'époque précédente. De plus, nous avons observé certains changements en ce qui a trait aux contenus arithmétiques. Certaines notions, comme l'intérêt composé et les annuités, sont maintenant classées et traitées arithmétiquement. À l'inverse, l'intérêt simple, qui était du domaine de l'arithmétique dans le manuel de l'époque précédente, est maintenant traité algébriquement, même s'il est encore classé en arithmétique. En se fiant à notre tableau 3.1, le travail sur les graphiques (chapitre 36 et 39) n'est pas du domaine arithmétique, même si les auteurs ont classé ces chapitres en arithmétique. Nous n'avons donc pas tenu compte de ces chapitres (portant sur l'intérêt simple et sur le travail de graphiques) lors de l'analyse de la place occupée par l'arithmétique et des contenus arithmétiques. Nous ne les inclurons pas non plus dans la suite de l'analyse.

4.2.5 Analyse des types de traitement de l'arithmétique

Nous avons analysé comment chaque notion arithmétique, qui correspond à un chapitre distinct dans « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953), est traitée. La plupart des notions arithmétiques sont traitées de plus d'une façon dans ce manuel. Le tableau 4.5 fait ressortir le traitement des notions arithmétiques, tandis que la figure 4.24 nous montre la répartition, en pourcentage, de ces types de traitement utilisés.

Tableau 4.5 Traitements des notions arithmétiques dans « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953)

Types de traitements	Nombre de traitement de chaque type	Pourcentage %
Définitions	44	48
Règles/Algorithmes	24	26
Approche inductive	19	21
Approche déductive	0	0
Règle de vérification de calcul	5	5
Total	92	

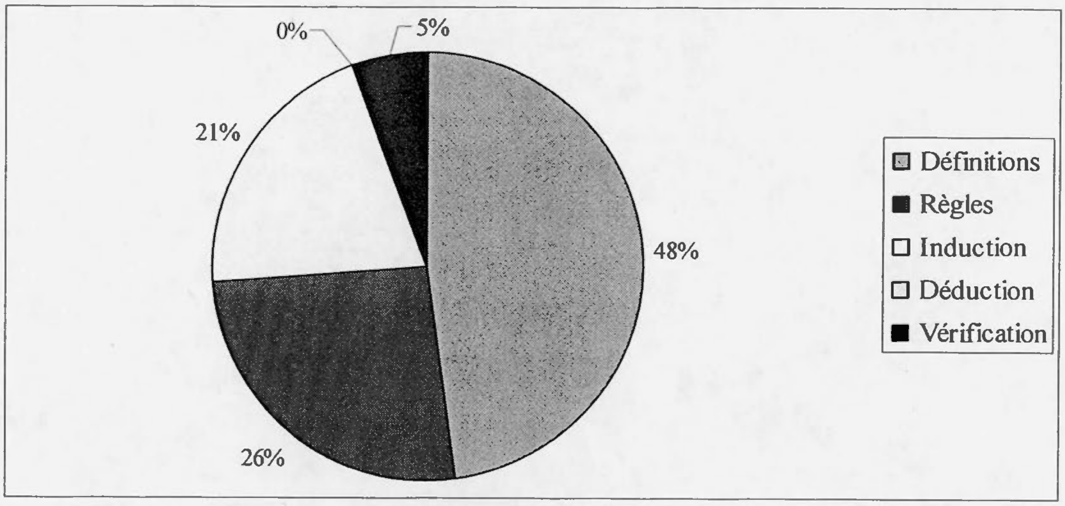


Figure 4.24 Traitement de l'arithmétique dans le manuel « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953)

Les définitions prennent une place très importante dans ce manuel, tout comme dans le manuel précédent, près de la moitié des types de traitement se font en utilisant une définition. En effet, les auteurs du manuel définissent chacune des notions avant de les aborder plus en détails :

> **92. Définition.** On appelle nombres approximatifs certains nombres qui ne donnent qu'une valeur plus ou moins approchée de la quantités mesurée. Dans le même sens, on emploie parfois l'expression *en chiffres ronds*.
>
> **93. Usage.** L'emploi des nombres approximatifs dans la vie courante est très fréquent, car il n'est pas ordinairement nécessaire d'avoir la valeur exacte des grands nombres ; d'autant plus que les nombres approximatifs, étant plus simples, sont plus facilement retenus.
>
> Il peut être nécessaire pour un spécialiste de savoir qu'il y avait exactement 1,502,567 automobilistes enregistrés au Canada en 1944, mais pour la plupart des gens, il suffit de connaître qu'il y en avait environ 1,500,000. (F.E.C., 1953, p. 64)

La présentation de règles/algorithmes occuper le quart des types de traitement présents dans le manuel. Son apparition se fait toujours une fois la notion définie, là encore comme c'était le cas pour le manuel précédent. Les auteurs donnent d'abord une règle suivie d'un exemple. Voici un exemple pour la notion de calculs des radicaux :

Addition et soustraction. ***Les radicaux semblables s'additionnent et se soustraient, car ce sont des quantités de même nature.***

Exemples : $\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\ fois\ \sqrt{3}\ que\ l'on\ écrit\ 2\sqrt{3}$

$5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(F.E.C., 1953, p. 109)

Une approche inductive est souvent présente dans le manuel (20 % des traitements). Les auteurs ne donnent là encore, comme c'était le cas avec le manuel précédent, bien souvent qu'un seul exemple sur lequel il faut induire la règle :

235. Troisième cas. Multiplier ou diviser une fraction par une fraction.

Exemple de multiplication :

Soit à multiplier $\frac{5}{9}$ par $\frac{4}{7}$. Si l'on multiplie d'abord $\frac{5}{9}$ par 4, on aura $\frac{20}{9}$; mais comme on a pris un multiplicateur 7 fois trop grand, le produit est 7 fois plus grand que le produit cherché ; pour le ramener à sa juste valeur, il suffira de le diviser par 7, et on aura $\frac{20}{9}\div 7=\frac{20}{9}\times\frac{1}{7}=\frac{20}{63}$. Ainsi $\frac{5}{9}\times\frac{4}{7}=\frac{20}{63}$.

Pour multiplier une fraction par une fraction, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

(F.E.C., 1953, p. 136)

Comme c'était le cas avec le manuel analysé précédemment, l'induction présente dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) n'est pas une induction au sens où l'on donne plusieurs exemples pour passer ensuite à la généralité. Les auteurs sont plus sur un raisonnement à partir d'un exemple générique, tel que l'entend Balacheff (1987) pour donner sens à la règle.

Dans la définition de l'arithmétique, les auteurs mentionnent, tout comme dans le manuel précédent, qu'elle utilise les démonstrations des propriétés :

> L'**arithmétique** est la science des nombres : elle enseigne à les exprimer et à les représenter, elle en *démontre* (soulignement personnel) les propriétés principales, et donne des règles pour effectuer les calculs. (F.E.C., 1953, p. iv)

Cependant, la forme que prend une démonstration dans le manuel n'est pas une démonstration déductive. Il s'agit plutôt d'une argumentation de ce qui est avancé (preuve sur un exemple générique, raisonnement général) :

> **75. Division et multiplication.** Si l'on multiplie ou si l'on divise le dividende et le diviseur par un même nombre le quotient ne change pas.
>
> Par exemple, on conçoit que si le nombre à partager et le nombre de part deviennent 6 fois plus grands, la valeur d'une de ces parts reste la même. (F.E.C., 1953, p. 38)

Ainsi, les démonstrations que nous retrouvons dans le manuel sont ce que Balacheff appelle une preuve (1987). Elles se retrouvent lors des traitements par approche inductive et lors de la présentation des règles/algorithmes où les auteurs raisonnent la règle donnée ou induite et montrent sa validité. Il n'y a donc pas d'approche déductive dans ce manuel.

Le dernier type de traitement présent dans le manuel est la présence de méthode de vérification de calcul. Nous le retrouvons seulement pour quelques notions : dans le chapitre un , dans le chapitre deux, dans le chapitre trois et le chapitre quatre traitant respectivement de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division des nombres naturels, et dans le chapitre 14 sur les radicaux. Ce type de traitement représente seulement 5 % des traitements de l'arithmétique dans le manuel.

La vérification de calcul est appelée preuve par les auteurs de ce manuel :

178. Preuve. Pour s'assurer que l'extraction de racine carrée d'un nombre a été bien faite, on élève au carré la racine trouvée et on ajoute au résultat le reste de l'opération ; on doit obtenir le nombre proposé.

En comparant ce manuel de la fin du secondaire avec le manuel précédent, nous remarquons que le type d'approche par induction diminue, passant de 28 % à 21 %, pour être remplacée par des règles/algorithmes, passant de 20 % à 26 % (figure 4.6 et 4.24). Les autres types de traitement restent, à peu près, dans les mêmes proportions. Il ne s'agit pas d'une très grande différence.

Nous remarquons que les définitions ont toujours une place très importante dans le manuel « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953). Un type d'arithmétique présent est l'arithmétique pratique, car il y a présence de règles/méthodes de calculs, que ce soit dans le type de traitement par induction ou dans la présentation de règles/algorithmes ou encore dans la vérification de calcul. Les règles occupent plus de la moitié des types de traitement. De plus, dans la définition de l'arithmétique, les auteurs mentionne qu'elle en « donne des règles pour effectuer les calculs » (F.E.C., 1953, p. iv), il s'agit ici d'un nouvel aspect qui apparaît dans la définition qui n'y était pas à l'époque précédente.

A partir de l'analyse des différents types de traitement, la visée donnée à l'arithmétique est donc pratique. L'emphase est mise sur les règles de calculs. Nous y retrouvons toutefois une visée théorique, car les auteurs s'efforcent de montrer/justifier certaines propriétés, mais il ne s'agit pas toutefois de la visée principale.

4.2.6 Analyse des facettes du nombre dans la section « cours »

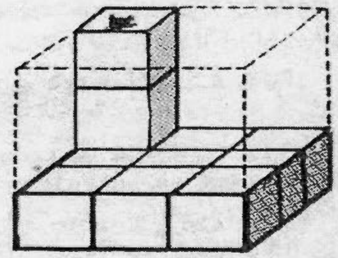
Dans le manuel « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953), nous retrouvons un changement par rapport à la définition du nombre donné dans le manuel de l'époque précédente. Dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916), le nombre était défini comme une grandeur. Dans le manuel analysé actuellement, la définition est la suivante : « On appelle nombre le rapport entre une quantité et une autre quantité prise comme unité. » (F.E.C., 1959, p. 2). Le nombre est maintenant perçu comme un rapport de quantités, donc il y a encore l'idée de mesure/de grandeur, mais elle est exprimée autrement, car une mesure est un rapport entre la quantité mesurée et une unité de base.

Dans le manuel, nous retrouvons, dans la page présentation de l'arithmétique, la citation suivante :

> *Aussi vieille que le monde, l'arithmétique a d'abord été conçue pour le calcul pratique. La notion de mesure des grandeurs a été certainement acquise par les Égyptiens, puis plus tard par les Chinois, les Hindous, les Arabes, et ces peuples devaient connaître beaucoup de propriétés des nombres. [...]* « Dictionnaire encyclopédique Quillet » (F.E.C., 1953, p. 1).

Dans cette citation, on parle de mesure de grandeurs. Les auteurs de ce manuel ayant inséré cette citation, cela suppose qu'ils sont d'accord avec cette vision du nombre comme étant une mesure de grandeur.

Nous retrouvons aussi, dans la représentation du volume, des segments, associés au nombre perçu comme une grandeur (figure 4.25).



298. Rapports entre unités de longueur, de surface et de volume. Si on divise les côtés d'une verge carrée en *3 pieds* chacun, et si on joint les points de division, on comptera *9 pieds carrés*. Sur cette surface on peut déposer neuf cubes d'un pied de côté, mais il faudra trois couches de ces blocs, ou *27 pieds cubes*, pour que le volume total soit l'équivalent d'une verge cube. On démontrerait de la même façon que le pied carré vaut 144 pouces carrés, et le pied cube 1 728 pouces cubes.

Figure 4.25 Représentation du volume par des segments dans « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953, p. 173)[14]

Nous retrouvons deux références dans le manuel qui présentent le nombre comme une grandeur.

Nous retrouvons aussi dans le travail sur les nombres les deux autres facettes issues du cadre théorique :

> Un nombre est *abstrait* lorsque la nature de l'unité n'est pas indiquée, comme douze, trente, deux mille ; un nombre est *concret* lorsque la nature de l'unité est indiquée, comme douze hommes, trente dollars, deux mille maisons. (F.E.C., 1953, p. 1)

Cette partie de l'analyse termine l'analyse de la section « cours » de ce manuel.

4.2.7 Analyse des types d'exercices et des facettes du nombre

Nous verrons dans cette section les différents types d'exercices présents dans le manuel « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953) ainsi que les types de nombres utilisés, abstraits ou concrets, dans chacun des types d'exercices. Le tableau 4.6 fait ressortir les différentes données recueillies.

---

[14] Dans cette figure, nous retrouvons aussi ce que les auteurs appellent une démonstration. Il s'agit, là encore, d'un raisonnement pour expliquer qu'il y a 9 pieds cube dans la verge cube.

Tableau 4.6 Répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices

Exercices\Nombres	Abstraits	Concrets	Total
Oraux	230	279	509
Écrits	1287	1536	2823
Instrumentaux	0	61	61
Total	1517	1826	3393

Nous remarquons, dans un premier temps, que les exercices « écrits » prennent une place considérable dans ce manuel, 8 exercices sur 10 sont de ce type. On y retrouve plus d'exercices « instrumentaux » dans ce manuel que dans le manuel précédent (61 contre 7, cf. tableau 4.3). Ceci s'explique par le fait que les notions d'intérêts composés et d'annuités se font avec des tables pour la plupart de leurs exercices. On y retrouve seulement des exercices concrets dans ce type d'exercices, ce qui était le contraire dans le manuel de l'époque précédente, où sept des neuf exercices instrumentaux utilisaient des nombres abstraits. Contrairement au manuel précédent, les logarithmes n'y sont pas travaillés. On les retrouve seulement en appendice à la fin du manuel avec les tables pour s'en servir. Comme l'appendice est un complément au manuel, nous ne les avons donc pas inclus dans l'analyse. Leur présence aurait accru le nombre d'exercices « instrumentaux ».

Contrairement au manuel analysé précédemment, les exercices « oraux » utilisent un peu plus de nombres concrets qu'abstraits. La figure 4.26 nous montre cette répartition en pourcentage. Nous remarquons la même répartition, à peu de chose près, des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » (figure 4.27).

Figure 4.26 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « oraux » du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

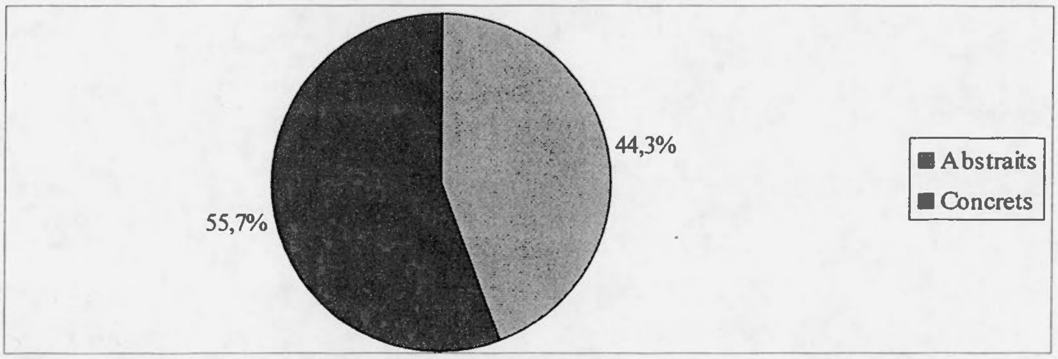


Figure 4.27 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

Les exercices « écrits » et « oraux » semblent donc être tout deux orientés vers des nombres concrets pour une part. Nous notons une finalité différente des exercices « oraux » de ce manuel par rapport au manuel de l'époque précédente. Dans « Arithmétique, cours supérieur » (F.E.C., 1916), les exercices « oraux » avaient une double finalité : le développement du raisonnement et le développement du calcul mental (cf. 41.7). Il n'en est plus de même pour le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953). Les exercices « oraux » n'ont plus pour finalité le développement du raisonnement. Ils sont orientés vers le calcul mental. Nous observons justement que l'appellation des exercices « oraux » change pour « Exercices oraux ou de calcul rapide ». Nous n'y retrouvons pratiquement plus de questions de raisonnement comme c'était le cas à l'époque précédente.

Nous pouvons observer ceci dans la figure 4.15 présentée dans la section 4.2.1 et aussi dans l'exemple suivant :

EXERCICES ORAUX OU DE CALCUL RAPIDE

74. Compter de 6 en 6, de 7 en 7, etc., depuis 100 jusqu'à 0.

75. Retrancher :

1° 40 de 90	6° 300 de 800	11° 2500 de 8000
2° 30 de 70	7° 200 de 7000	12° 6400 de 9000
3° 50 de 80	8° 500 de 8000	13° 750 de 4000
4° 20 de 500	9° 700 de 4000	14° 4500 de 8600
5° 70 de 900	10° 900 de 1200	15° 3600 de 9400

76. Soustraire :

1° 15 de 47	6° 57 de 88	11° 2500 de 8000
2° 28 de 72	7° 42 de 81	12° 6400 de 9000
3° 35 de 97	8° 29 de 68	13° 750 de 4000
4° 19 de 75	9° 18 de 35	14° 4500 de 8600
5° 43 de 96	10° 38 de 72	15° 3600 de 9400

77. Effectuer les soustractions suivantes :

1° 75 – 30	6° 80 – 26	11° 124 – 76
2° 94 – 40	7° 120 – 45	12° 353 – 127
3° 79 – 50	8° 240 – 94	13° 463 – 215
4° 175 – 60	9° 270 – 65	14° 592 – 248
5° 224 – 80	10° 580 – 345	15° 748 – 497

78. 1° Trouver la somme d'abord, puis la différence, de 24 et de 16.

2° Ajouter cette somme à cette différence ; quel sera le résultat par rapport au grand nombre 24 ?

3° Retrancher la différence de la somme ; quel sera le résultat par rapport au petit nombre 16 ?

79. Trouver les deux nombres qui ont respectivement pour somme et pour différence 20 et 4, 35 et 5, 50 et 10, 60 et 12, 65 et 15.

80. La somme des trois nombre d'une soustraction est 82 : quel est le grand nombre ?

81. Un ouvrier qui a $65 d'économie a gagné $125 durant un mois ; mais il a dépensé $45 et $69 ; quelle somme lui reste-t-il ?

82 Le Saint-Laurent a une longueur totale de 2200 milles, et de son embouchure au lac Ontario il a 750 milles. Quelle est la longueur du reste de son cours ?

83. Un bassin contenait 800 gallons d'eau ; on en tire d'abord 130 gallons, puis 550 ; on ouvre alors un robinet qui y déverse 900 gallons. Quel est en ce moment le contenu du bassin ?
(F.E.C., 1953, p. 22-23)

Dans ces exemples, il n'y a pas de question de raisonnement. Or, il arrive parfois de façon très sporadique et seulement lors de certains contenus arithmétiques qu'il y ait des questions de raisonnement :

155. Le multiplicande est 25 et le multiplicateur 19. Quel changement subit le produit : 1°, si on ajoute 4 au multiplicateur ? -2°, si on retranche 3 au multiplicateur ? -3°, si on ajoute 2 au multiplicande ? -4° si on retranche 3 au multiplicande ?
(F.E.C., 1953, p. 32)

260. Quand le quotient est-il : 1°, égal au dividende ? - 2°, 7 fois plus petit que le dividende ? - 3°, 4 fois plus grand que le dividende ?

261. Lorsque le dividende et le diviseur sont terminés par des zéros, comment s'effectue la division ? Sur quel principe repose cette manière d'opérer ?

262. Si on divise un nombre par 15, combien de restes différents peut-on avoir, et pourquoi ?

263. Quand le quotient est-il égal : 1°, à l'unité ? - 2°, à 7 fois l'unité ?

264. Comment divise-t-on : 1°, une somme par une nombre ? -2° une différence par un nombre ? [...][15]

266. Comment divise-t-on un produit de plusieurs facteurs par un nombre ? [...]

268. Comment pourrait-on diviser par 35 en faisant deux divisions successives ? [...]

270. Que devient un produit si l'on divise un facteur par un nombre et si l'on multiplie un autre facteur par ce même nombre ?
(F.E.C., 1953, p. 41-42)

596. Quel est le plus petit nombre qu'il faut ajouter à 128, 247, 329, 524, 2 351, pour les rendre divisibles : 1° par 3 ; 2° par 9 ?
(F.E.C., 1953, p. 78)

600. Combien un nombre premier a-t-il de diviseurs ? [...]

603. Les nombre 109, 123, 149 sont0ils premiers ? Comment le reconnaît-on ? [...]

605. Quand un nombre est-il divisible par 12, par 14, par 18, par 20, par 24, par 30, par 45, par 48 ?
(F.E.C., 1953, p. 83)

[15] Le numéro 265, 267, 269 et 271 sont des applications des résultats obtenus aux réponses respectives 264, 266, 268 et 270.

Il existe donc toujours quelques exercices « oraux » qui ont une finalité de développer le raisonnement. Dans le manuel analysé, ces questions se font toutefois plutôt rares. Nous en avons retrouvé lors de la notion de multiplication et de division, lors de l'étude de la divisibilité et des nombres premiers, dans la notion de racines (carrées et cubes), lors de l'introduction des fractions, mais nulle part lors des opérations sur les fractions, et seulement trois questions lors de la section réservée au pourcentage (étalée sur 69 pages). Nous pouvons donc dire que cette finalité n'est plus aussi importante qu'elle l'était dans le manuel de l'époque précédente. Les auteurs orientent plus les exercices « oraux » sur le calcul mental (compris ici dans le sens de rapide).

Nous avons ensuite regardé la répartition des nombres abstraits et concrets, dans les exercices « écrits » et « oraux » confondus, en excluant les exercices « instrumentaux » (figure 4.28). Nous pouvons dire que les nombres concrets prennent plus de la moitié des exercices du manuel. Cependant, il y a une baisse de leur importance comparativement au manuel « Arithmétique, cours supérieur » analysé précédemment, 60,6 % contre 53,5 %. Par ailleurs, les exercices « instrumentaux » prennent 1,8 % des exercices, ce qui est une hausse par rapport au manuel de l'époque précédente (0,4 %, cf. figure 4.11).

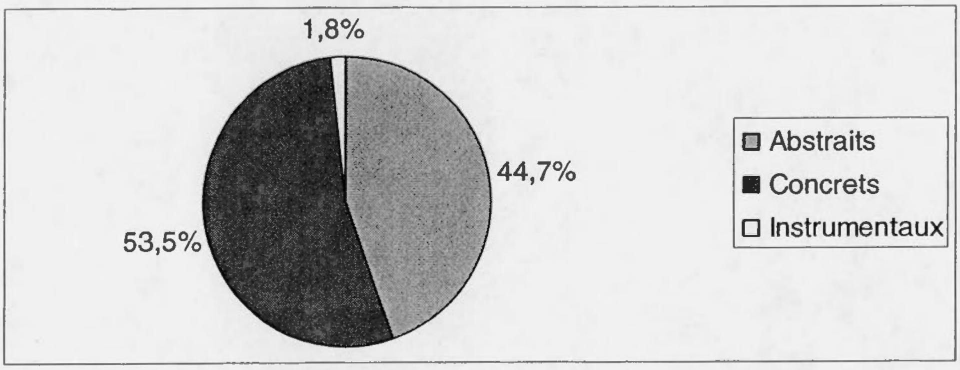


Figure 4.28 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » et « oraux », et les exercices « instrumentaux » dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953)

Ces différentes données permettent de faire certaines remarques. D'abord les exercices « écrits » occupent toujours une place dominante dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953). La présence de nombres concrets est toujours plus importante que les nombres abstraits dans ce type d'exercices. Les exercices « oraux », quant à eux, utilisent aussi plus les nombres concrets qu'abstraits, un nouvel élément par rapport à l'autre manuel. De plus, ces exercices n'accordent plus autant d'importance au développement du raisonnement par rapport au manuel de l'époque précédente, car nous ne retrouvons presque plus de questions de ce type. Les questions des exercices « oraux » du manuel de 1953 sont orientées vers le calcul mental. Ceci explique, entre autre, pourquoi la présence de nombres concrets est plus importante dans ce type d'exercices. Une autre différence est la présence accrue des exercices « instrumentaux » qui utilisent eux aussi les nombres concrets. Une explication de l'utilisation des nombres concrets dans les exercices « instrumentaux » provient du fait qu'ils apparaissent dans les notions d'intérêts composés et d'annuités par l'utilisation de tables.

A la suite de l'analyse des types d'exercices et des facettes du nombre utilisés dans ces exercices (abstrait et concrets), nous pouvons dire que le type d'arithmétique privilégié est une arithmétique pratique, car les nombres concrets prennent une importance considérable. De plus, la présence d'exercices « instrumentaux » fait ressortir qu'il y a une arithmétique instrumentale où les outils utilisés sont des tables de calculs d'intérêts composés et d'annuités. La présence de nombres abstraits permet d'inclure que les auteurs font référence à une arithmétique « en soi », même si elle ne prend pas la place la plus importante.

Cette analyse montre que la finalité accordée à l'arithmétique est avant tout pratique. L'importance des nombres concrets fait en sorte que les auteurs veulent rattacher l'arithmétique aux aspects de la vie. La plupart des exercices se retrouvent dans des contextes. En deuxième lieu, nous pouvons dire qu'il y a une visée instrumentale, car certaines notions sont pratiquées à l'aide de tables. Il reste encore une visée théorique où les auteurs cherchent à développer des raisonnements, même si cette visée est quasiment absente due au fait qu'il y a très peu d'exercices qui ont cette visée. Nous en avons retrouvé quelques un dans les exercices « oraux », mais de façon sporadique. Ceci termine l'analyse de la section « exercices » du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953).

4.2.8 Analyse des types d'arithmétique abordés

À la suite des analyses sur la section « cours » et de la section « exercices », nous pouvons faire ressortir les types d'arithmétique présents dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C.. 1953). Celle prenant le plus d'importance est sans aucun doute l'arithmétique pratique. Plusieurs notions arithmétiques sont en lien avec des contextes de la vie (cf. figure 4.21) et l'orientation des contenus se tourne vers la numération, les opérations et les applications. Les auteurs cherchent aussi à développer des automatismes de calculs et d'application. Ceci s'observe aussi par la présence importante des règles/algorithmes dans le manuel, qu'elles soient données directement, induites ou qu'il s'agissent de règles de vérification des calculs, elles sont omniprésentes dans les types de traitement de l'arithmétique. De plus, un autre indice nous montrant que l'arithmétique pratique est présente dans le manuel est l'importance accordée aux nombres concrets dans les différents types d'exercices

Un autre type d'arithmétique présent dans le manuel analysé est l'arithmétique « en soi ». Les contenus en lien avec la théorie des nombres, sans démonstration (déductive), et l'utilisation de nombres abstraits nous permettent d'arriver à cette conclusion. Même s'il n'y a pas de démonstrations, les auteurs prouvent[16] (par une argumentation raisonnée ou par des exemples génériques) les règles, les propriétés et les résultats présentés dans le manuel. Les auteurs ont le souci de donner du sens à ce qui est amené. De plus, nous retrouvons encore quelques questions de raisonnement dans les exercices « oraux ». Pour ces deux raisons, nous pouvons dire qu'il y a encore une trace d'une arithmétique théorique.

[16] Comme l'entend Balacheff (1987).

Nous y retrouvons aussi une arithmétique instrumentale. Celle-ci se retrouve dans les notions d'intérêts composés et d'annuités où le travail des élèves se fait en utilisant des tables et où la section « cours » montre comment s'en servir (F.E.C., 1953, p. 396-404 et p. 430-436).

Le dernier type d'arithmétique présent est une arithmétique qui dépend du système de numération. Dans les contenus arithmétiques, il y a un chapitre sur les chiffres romains et toute une section sur poids et mesure n'utilisant pas toujours le système décimal (cf. figure 4.21).

Les arithmétiques présentes dans ce manuel sont les mêmes que le manuel analysé pour le début du secondaire de l'époque précédente. Il faut dire qu'il s'agit des mêmes auteurs et que les contenus, les traitements et les exercices se ressemblent sur plusieurs points avec quelques nuances qui ont tait entre autre à la dimension exercices « oraux » où l'idée est devenue celle de calcul rapide et non plus de réflexion. Cette constatation a déjà été faite par Poirier (1990) qui montre que la définition de ce qu'est le calcul mental a changé au fil du temps. Nous verrons maintenant quelles finalités sont données à l'arithmétique dans ce manuel.

4.2.9 Les finalités associées à l'arithmétique dans le manuel

Suite à l'analyse de la section « cours », de la section « exercices » et des types d'arithmétique présents dans le manuel « Les Mathématique de la vie courante » (F.E.C., 1953), manuel choisi pour la période se situant entre 1923 et 1956 pour la fin du secondaire, nous pouvons interpréter les finalités associées à l'arithmétique.

La visée qui est ressortie lors de l'analyse des contenus arithmétique est une visée pratique. En effet, l'emphase est mise sur la catégorie « numération, opérations et applications » et plusieurs contenus sont en lien avec des situations de commerce, de mesures concrètes et de contextes de la vie.

De plus, l'analyse des types de traitement a fait ressortir qu'il y a une présence importante de règles/algorithmes (données, induites ou méthodes de vérification) dans le manuel. Ces types de traitements sont associés à une finalité pratique de l'arithmétique, car on cherche à outiller l'élève de règles/de méthodes de calculs. Lors de la présentation des règles/algorithmes, les auteurs ont le souci de leur donner du sens et de les justifier en utilisant des exemples génériques ou une argumentation raisonnée, ce que les auteurs appellent une « démonstration ». Pour cette raison, nous pouvons dire qu'il y a une visée théorique, car il s'agit d'une visée de formation du raisonnement. Les règles/algorithmes ne sont pas simplement appliquées, elles sont justifiées On note une présence de définitions toujours aussi importante dans ce manuel, car chacune des notions est clairement définie avant d'être travaillée.

L'utilisation des nombres concrets est beaucoup plus importante que celle des nombres abstraits dans différents types d'exercices, remettant ainsi la visée pratique au premier plan. On retrouve toutefois quelques exercices « oraux » qui font appel au raisonnement, nous informant ainsi que l'arithmétique a une visée théorique. Ces exercices se font plus rares qu'à l'époque précédente, ce qui fait en sorte que la visée théorique n'est pas aussi importante. L'orientation vers le calcul mental des exercices « oraux » et le fait que les tests pratiques, comme nous l'avons vu dans la section 4.2.1, demandent aux élèves de répondre rapidement et avec exactitude aux questions posées nous permet de dire que la visée donnée à l'arithmétique est pratique.

Dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953), nous retrouvons aussi des exercices « instrumentaux », ce qui nous dit que les auteurs donnent une finalité instrumentale à l'arithmétique, même si celle-ci ne prend pas la plus grande place.

L'analyse des différentes arithmétiques présentes dans le manuel nous a clairement montré que le type d'arithmétique privilégié est l'arithmétique pratique. Par conséquent, les auteurs donneny une visée pratique à l'arithmétique.

Ces différentes analyses permettent de dire que la finalité principale donnée à l'arithmétique du manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) est pratique, la même visée que celle donnée à l'arithmétique à l'époque précédente. Finalité qui se retrouve justement dans le titre du manuel. Cependant, certaines nuances doivent être amenées. Il ne s'agit pas tout à fait de la même pratique. Dans le manuel actuel apparaît un nouvel aspect qui est le calcul rapide (nouvelle appellation pour les exercices « oraux »), et que l'on retrouve aussi dans les commentaires des tests pratiques (cf. figure 4.17) où le but est de calculer rapidement et avec exactitude. Il ne s'agit plus seulement d'une arithmétique pratique en lien avec le commerce, la vie courante comme c'était le cas avec le manuel de l'époque précédente, mais aussi en lien avec le calcul sur les nombres. Cette nouvelle orientation pratique a été commentée dans l'article de Bednarz (2002). Cette différentiation dans la pratique fait aussi en sorte que les exercices « oraux » sont plus en lien avec le calcul mental (dans le sens calcul rapide) qu'avec le développement du raisonnement (calcul réfléchi) ; fait aussi noté, comme nous l'avons dit, par Poirier (1990).

Les deux manuels se ressemblent sur plusieurs points, même si l'un est destiné aux élèves du début du secondaire et l'autre à la fin du secondaire. Les contenus, les traitements et les types d'exercices sont relativement les mêmes, ce qui fait en sorte que nous y retrouvons les mêmes types d'arithmétiques et les mêmes finalités, avec quelques nuances. Dans les différences, nous notons que certains contenus ont changé de place (intérêts composés, annuités), d'autres sont apparus dans le domaine arithmétique (nombres négatifs, nombres approximatifs) et d'autres ne se retrouvent qu'en appendice (logarithmes, tables de poids et mesures). Les exercices « oraux » utilisent plus des nombres concrets dans ce manuel et nous y retrouvons aussi plus d'exercices « instrumentaux ». Le statut de l'arithmétique n'est plus le même. Elle est mise au même niveau que l'algèbre et la géométrie, mais elle occupe toujours la majeure partie du manuel. L'analyse de ce manuel termine la période se situant entre 1923 et 1956.

4.3 Analyse d'une collection de manuels pour la fin du XX^e siècle (après le programme de 1994)

Les collections choisies pour l'analyse de l'arithmétique pour cette période sont « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994; Breton et Morand, 1995-96), pour les trois premières années du secondaire; « Regards Mathématiques » (Breton, Deschênes et Ledoux, 1996-97b; Breton et al., 1997; Breton, Breton et Dufour, 1998), pour le secteur régulier de la quatrième et cinquième secondaire; et « Réflexions Mathématiques » (Breton, Deschênes et Ledoux, 1996-97a; Breton et al., 1998-99), pour le secteur enrichi de la quatrième et cinquième secondaire. Nous commencerons d'abord avec l'analyse des manuels pour la première et la deuxième secondaire, ce qui permettra aussi de les comparer avec leurs homologues des autres époques. Nous poursuivrons ensuite avec les autres manuels pour la fin du secondaire.

4.3.1 Analyse des manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 »

Les deux premiers manuels analysés pour la fin du XX^e siècle sont « Carrousel Mathématique 1 » (1993) et « Carrousel Mathématique 2 » (1994) (cf. figure 4.29). Chacun de ces manuels est en deux tomes. Ces manuels sont destinés aux élèves de première et deuxième secondaire. Nous verrons, dans un premier temps, la façon dont l'auteur amène les notions mathématiques, pour passer ensuite à la place qu'occupe l'arithmétique. Nous poursuivons avec les contenus arithmétiques et les facettes du nombre présentes dans la section « cours ». L'analyse de ces manuels s'enchaîne avec les types d'exercices et les nombres utilisés (abstraits, concrets) dans la section « exercices ». Nous concluons avec les types d'arithmétiques présentes et les finalités de celle-ci dans le manuel. Nous commentons au fur et à mesure les changements qu'il y a eu par rapport aux autres manuels du début du secondaire des époques précédentes.

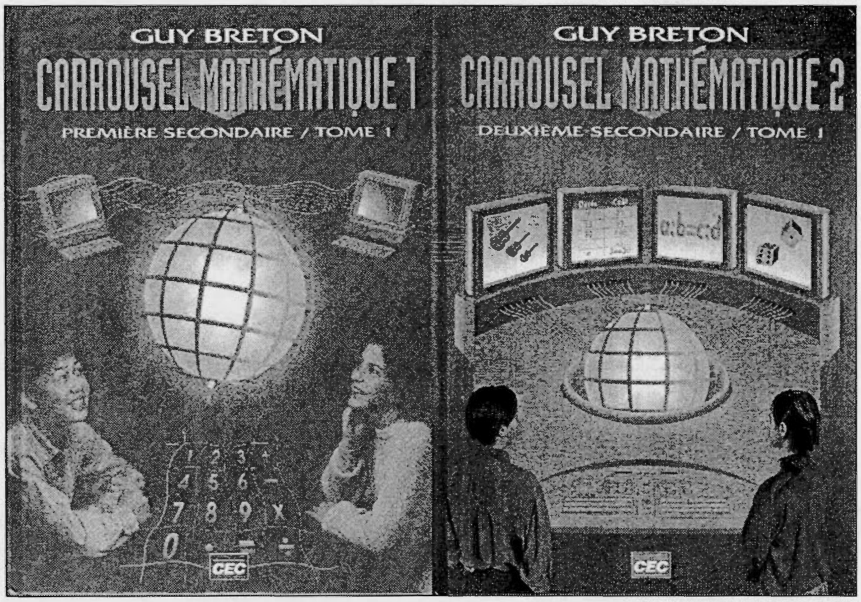


Figure 4.29 Page couverture du manuel « Carrousel Mathématique 1 » (1993) et « Carrousel Mathématique 2 » (1994)

4.3.1.1 La présentation des contenus mathématiques dans ce manuel

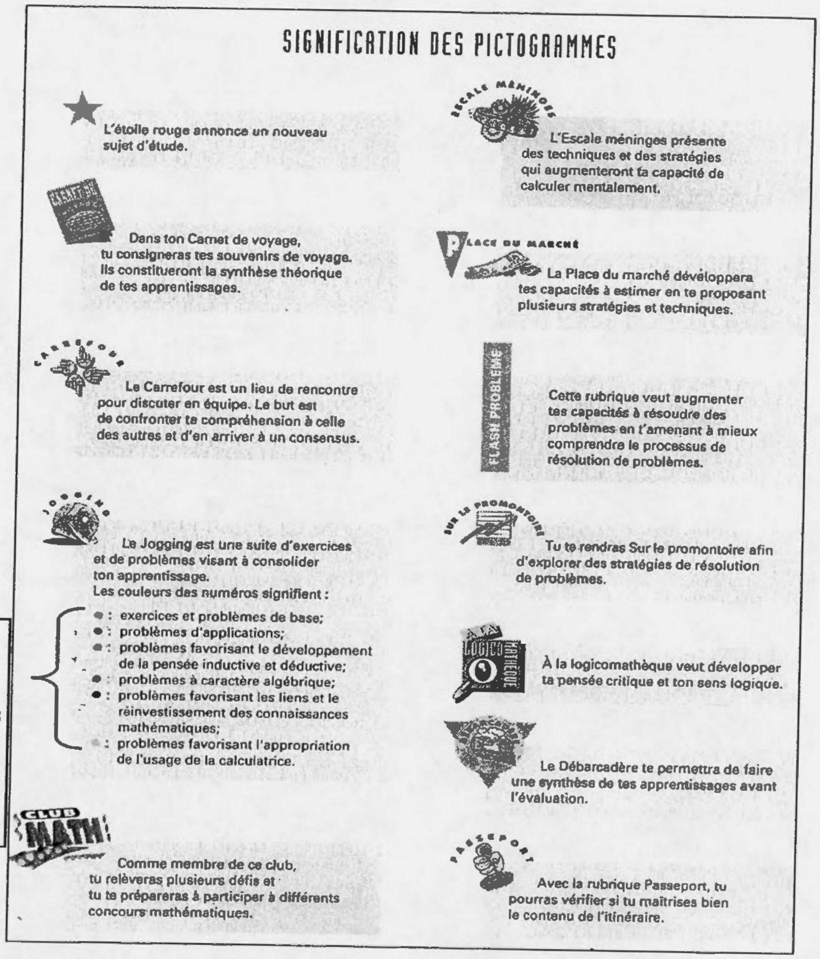
Dans ces manuels, on retrouve une nouvelle forme de présentation[17] des notions par rapport aux époques précédentes. Les notions mathématiques sont distribuées en itinéraires, chaque itinéraire recouvre un thème mathématique (figure 4.30). L'auteur y précise les idées mathématiques qui sont abordées (dans le thème) et l'objectif s'y rapportant[18]. Les notions sont amenées à partir d'une situation et de questions.

[17] La nouvelle forme de présentation sera précisée par la suite.
[18] L'objectif donné par l'auteur est une reformulation des objectifs qu'on retrouve dans le programme du ministère (MEQ, 1993).

Figure 4.30 Exemple d'un itinéraire dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t.1, p. 5)

Chaque itinéraire est décomposé en différents « plans » pédagogiques : il s'agit d'un découpage transversal qui traverse tout le livre et tous les itinéraires; et qui précise en fait les différents types d'activités qu'on retrouve dans tout le manuel. La figure 4.31 nous donne les noms et les caractéristiques de ces plans[19].

[19] La même terminologie est utilisée en secondaire un et en secondaire deux, seul les icônes représentant les divers plans et leur nom ont changé d'une année à l'autre. Ainsi, le « club math » (figure 4.31) est appelé « le Sphinx » en première secondaire. Dans les deux cas, il s'agit d'une question défi. Le plan « l'étoile rouge » de « Carrousel Mathématique 2 » s'appelle « En route » dans « Carrousel mathématique 1 ».



SIGNIFICATION DES PICTOGRAMMES

L'étoile rouge annonce un nouveau sujet d'étude.

Dans ton Carnet de voyage, tu consigneras tes souvenirs de voyage. Ils constitueront la synthèse théorique de tes apprentissages.

Le Carrefour est un lieu de rencontre pour discuter en équipe. Le but est de confronter ta compréhension à celle des autres et d'en arriver à un consensus.

Le Jogging est une suite d'exercices et de problèmes visant à consolider ton apprentissage.
Les couleurs des numéros signifient :

- ● : exercices et problèmes de base;
- ● : problèmes d'applications;
- ● : problèmes favorisant le développement de la pensée inductive et déductive;
- ● : problèmes à caractère algébrique;
- ● : problèmes favorisant les liens et le réinvestissement des connaissances mathématiques;
- ● : problèmes favorisant l'appropriation de l'usage de la calculatrice.

Comme membre de ce club, tu relèveras plusieurs défis et tu te prépareras à participer à différents concours mathématiques.

L'Escale méninges présente des techniques et des stratégies qui augmenteront ta capacité de calculer mentalement.

La Place du marché développera tes capacités à estimer en te proposant plusieurs stratégies et techniques.

Cette rubrique veut augmenter tes capacités à résoudre des problèmes en t'amenant à mieux comprendre le processus de résolution de problèmes.

Tu te rendras Sur le promontoire afin d'explorer des stratégies de résolution de problèmes.

À la logicomathèque veut développer ta pensée critique et ton sens logique.

Le Débarcadère te permettra de faire une synthèse de tes apprentissages avant l'évaluation.

Avec la rubrique Passeport, tu pourras vérifier si tu maîtrises bien le contenu de l'itinéraire.

On retrouve ici une certaine typologie des exercices/ problèmes donnée par l'auteur

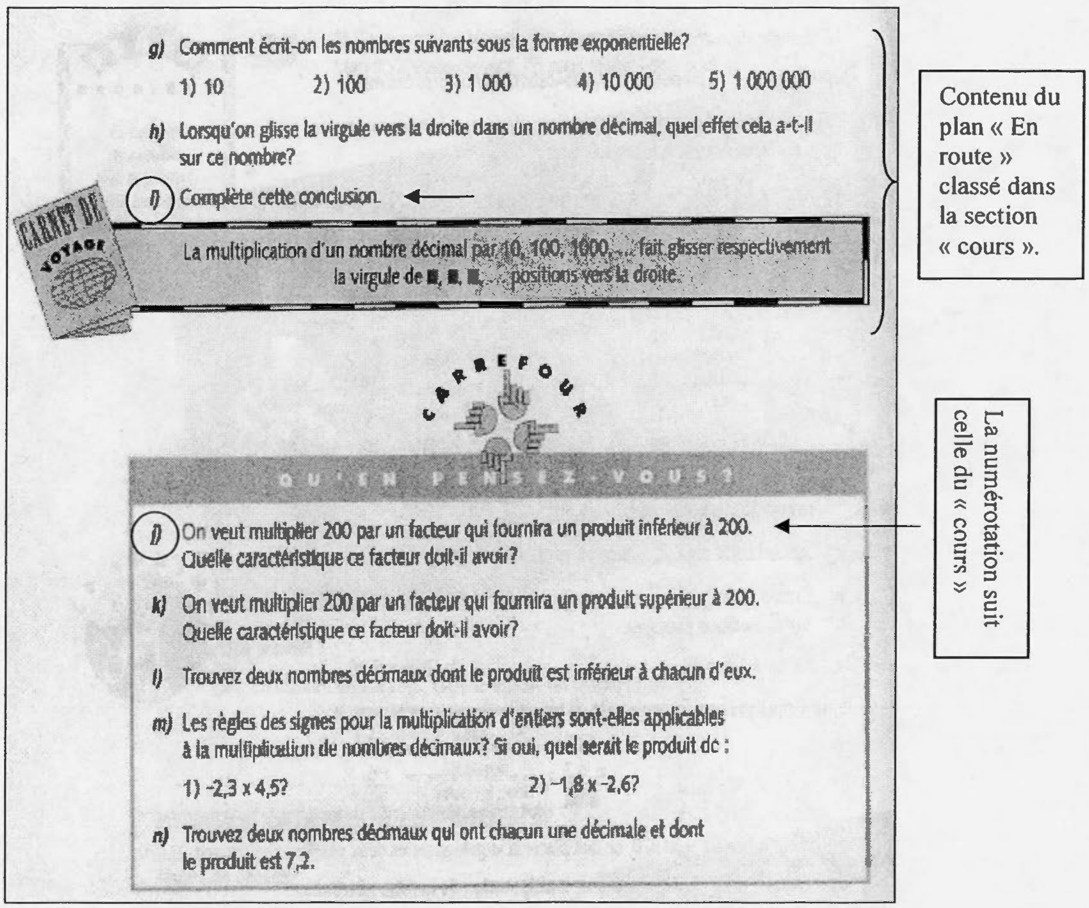
Figure 4.31 Plan des itinéraires dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1994, t.1, p. 4)

Chacun des plans a été classé dans la section « cours » ou dans la section « exercices » pour l'analyse des manuels. Nous préciserons ci-dessous comment :

« L'étoile rouge » (secondaire 2), ou « En route » (secondaire 1), présente les notions mathématiques de l'itinéraire[20].

[20] Dans ce plan, nous y retrouvons parfois des questions posées à l'élève. Ces questions permettent de générer des exemples, il s'agit d'une forme d'approche inductive (cf. figure 3.2). Ces questions, même si à première vue elles pourraient être classées comme exercices, servent à la section « cours » du manuel.

Dans le plan « carnet de voyage », l'auteur présente soit une règle, soit une définition, soit des propriétés, soit un commentaire, etc., qui est en lien avec ce qui a été vu dans l'itinéraire, par exemple « La somme de deux opposés est toujours 0 » (Breton, 1993, t.1, p. 121). Ce que l'auteur appelle « tes souvenirs de voyage » sont en fait donnés par l'auteur. Ces deux plans font partie de la section « cours ». « Carrefour », comprend des questions posées aux élèves pour leur permettre de réfléchir en équipe sur le concept présenté dans l'itinéraire (figure 4.32).Il est conçu à l'intérieur du cours par les auteurs, comme nous le montre la numérotation. Ainsi dans l'exemple présenté, la numérotation se poursuit à la suite du cours. Pour cette raison, nous l'avons classé dans la section « cours ».


g) Comment écrit-on les nombres suivants sous la forme exponentielle?

1) 10 2) 100 3) 1 000 4) 10 000 5) 1 000 000

h) Lorsqu'on glisse la virgule vers la droite dans un nombre décimal, quel effet cela a-t-il sur ce nombre?

i) Complète cette conclusion.

La multiplication d'un nombre décimal par 10, 100, 1000, ... fait glisser respectivement la virgule de ■, ■, ■, ... positions vers la droite.

QU'EN PENSEZ-VOUS?

j) On veut multiplier 200 par un facteur qui fournira un produit inférieur à 200. Quelle caractéristique ce facteur doit-il avoir?

k) On veut multiplier 200 par un facteur qui fournira un produit supérieur à 200. Quelle caractéristique ce facteur doit-il avoir?

l) Trouvez deux nombres décimaux dont le produit est inférieur à chacun d'eux.

m) Les règles des signes pour la multiplication d'entiers sont-elles applicables à la multiplication de nombres décimaux? Si oui, quel serait le produit de :

1) -2,3 x 4,5? 2) -1,8 x -2,6?

n) Trouvez deux nombres décimaux qui ont chacun une décimale et dont le produit est 7,2.

Figure 4.32 Exemple d'un plan « Carrefour » dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t.2. p. 52)

« Jogging » comprend plusieurs exercices et problèmes écrits qui permettent de pratiquer une des notions de l'itinéraire. Il en est de même pour le « club math » (ou « le Sphinx ») où les questions posées sont plus difficiles. Ces deux plans sont classés dans la section « exercices ». « Escale méninges » est composé de questions qui demandent à l'élève une résolution mentale. Cette partie sera placée dans la section « exercices », et il s'agira d'exercices codés comme « oraux », car l'élève doit y répondre mentalement. Il arrive parfois dans ce plan que l'auteur insère une méthode de résolution. Les méthodes de résolution, lorsqu'elles sont insérées dans cette section par l'auteur, seront classées dans la section « cours ». Il est de même pour le plan « place du marché » (figure 4.33), où les deux aspects (questions destinées aux élèves, méthode de résolutions donnée par l'auteur) peuvent se retrouver.

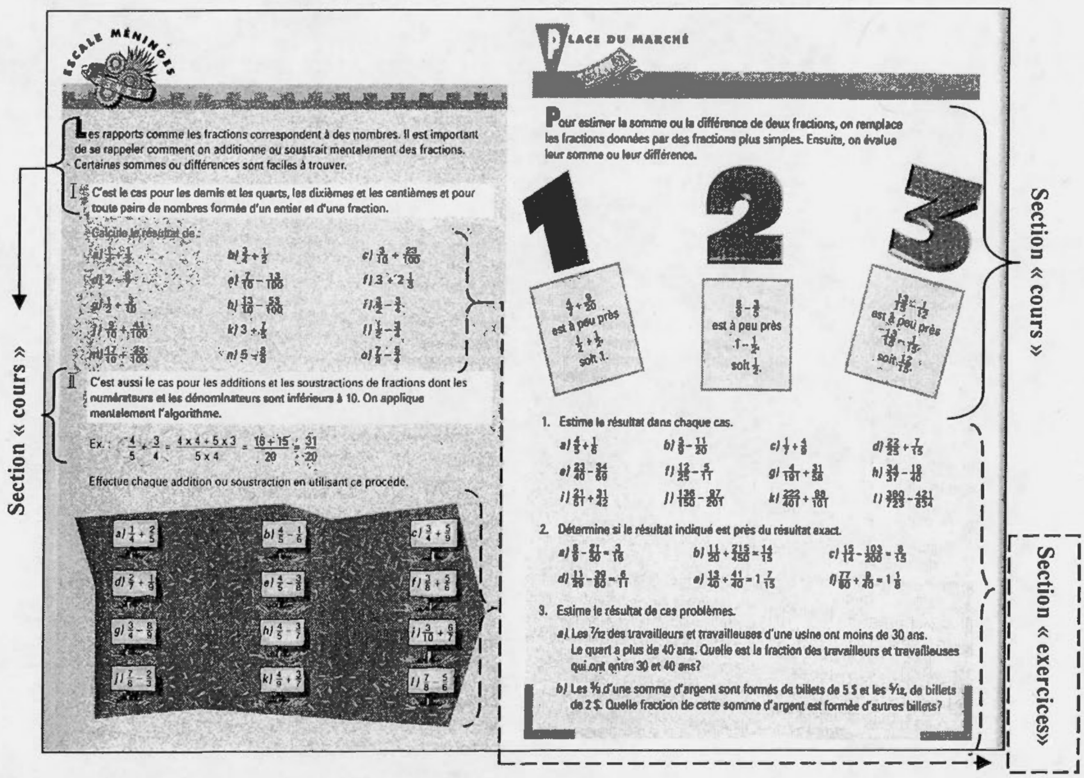
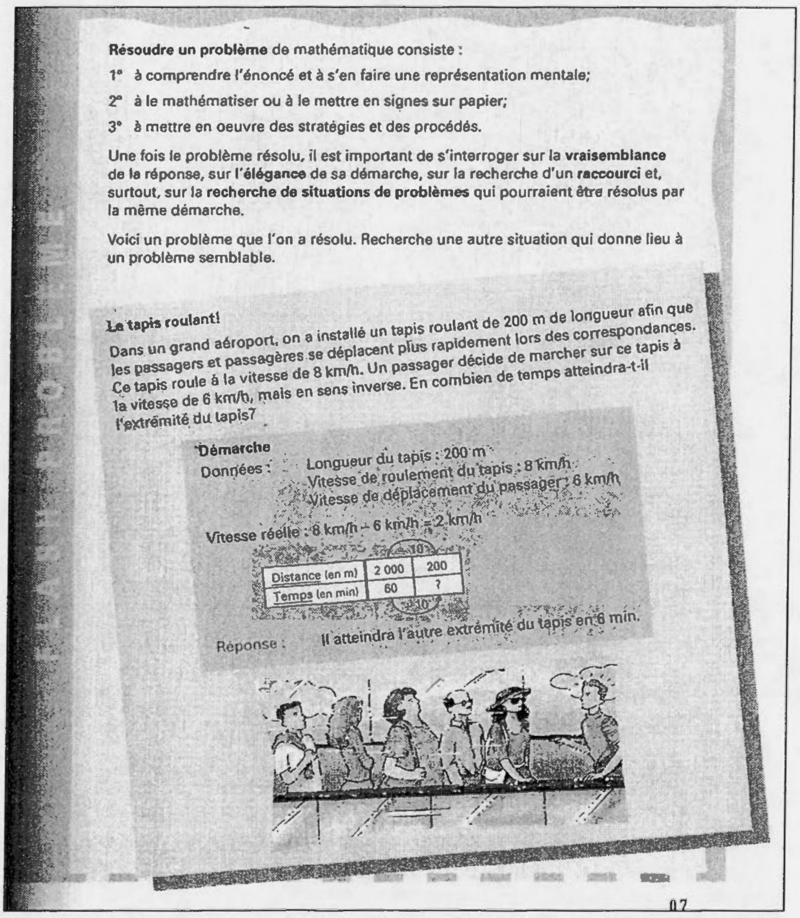


Figure 4.33 Exemple des plans « escale méninges » et « place du marché » dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t.2, p. 65-66)

Les plans « sur le promontoire » et « à la logicomathèque » portent sur la résolution de problèmes suite à la notion montrée. Ils sont donc classés dans la section « exercices ». Il en va de même pour le plan « passeport », car ce dernier est composé de questions récapitulatives des notions vues dans tout l'itinéraire.

Les deux plans restants sont le « débarcadère » et « flash problème ». Le premier rappelle différentes définitions de termes vus dans l'itinéraire. Le « flash problème » est un endroit où l'auteur donne une méthode pour résoudre un problème avec un exemple qui suit (figure 4.34). Ces deux plans font partie de la section « cours » du manuel.



Résoudre un problème de mathématique consiste :

1° à comprendre l'énoncé et à s'en faire une représentation mentale;

2° à le mathématiser ou à le mettre en signes sur papier;

3° à mettre en oeuvre des stratégies et des procédés.

Une fois le problème résolu, il est important de s'interroger sur la **vraisemblance** de la réponse, sur l'**élégance** de sa démarche, sur la recherche d'un **raccourci** et, surtout, sur la **recherche de situations de problèmes** qui pourraient être résolus par la même démarche.

Voici un problème que l'on a résolu. Recherche une autre situation qui donne lieu à un problème semblable.

Le tapis roulant!

Dans un grand aéroport, on a installé un tapis roulant de 200 m de longueur afin que les passagers et passagères se déplacent plus rapidement lors des correspondances. Ce tapis roule à la vitesse de 8 km/h. Un passager décide de marcher sur ce tapis à la vitesse de 6 km/h, mais en sens inverse. En combien de temps atteindra-t-il l'extrémité du tapis?

Démarche

Données : Longueur du tapis : 200 m
Vitesse de roulement du tapis : 8 km/h
Vitesse de déplacement du passager : 6 km/h

Vitesse réelle : 8 km/h – 6 km/h = 2 km/h

Distance (en m)	2 000	200
Temps (en min)	60	?

Réponse : Il atteindra l'autre extrémité du tapis en 6 min.

97

Figure 4.34 Exemple d'un plan « flash problème » dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1994, t.2, p. 97)

Nous avons donc classé les différents types d'activités que nous retrouvons dans chaque itinéraire dans la section « cours » ou la section « exercices » pour notre analyse par la suite. Le tableau 4.7 résume cette classification.

Tableau 4.7 Classement des différents plans du manuel « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994)

Classification de ces activités (« cours versus « exercices ») / **Les différents types d'activités (plans) dans chaque itinéraire**	**Section « cours »**	**Section « exercices »**
Étoile rouge (sec 2) ou **En route** (sec 1) : nouveau sujet d'étude;	X	
Carnet de voyage : synthèse théorique;	X	
Carrefour : réflexion sur le thème	X	
Jogging : exercices/problèmes		X
Club math (sec 2) ou **Le Sphinx** (sec 1) : défi		X
Escale méninges : calcul mental		X
Place du marché : estimation		X
Flash problème : méthode de résolution de problèmes	X	
Sur le promontoire : résolution de problèmes		X
Logicomathèque : logique		X
Débarcadère : synthèse avant l'évaluation	X	
Passeport : exercices/problèmes récapitulaifs		X

4.3.1.2 Analyse de la place de l'arithmétique

Pour coder la place de l'arithmétique dans la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994) pour les deux premières années du secondaire, nous avons regroupé les deux manuels présentés ci-dessus. Il y a en tout 1127 pages, 568 pages dans « Carrousel Mathématique 1 » (1993) et 559 pages dans « Carrousel Mathématique 2 » (1994). Les index, les pages présentations et la table des matières n'ont pas été comptabilisés dans les 1127 pages. Dans le manuel de secondaire un, 365 pages sur les 568 portent sur l'arithmétique, tandis qu'on retrouve seulement 121 pages sur les 559 pages du manuel de la deuxième secondaire sur ce sujet. Les figures 4.35 et 4.36 nous présentent cette répartition.

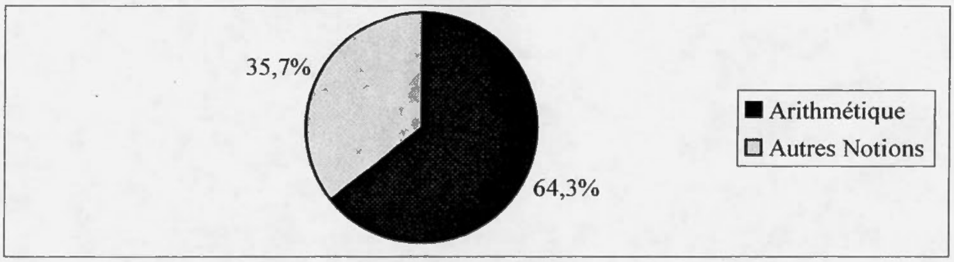


Figure 4.35 Place occupée par l'arithmétique dans « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993)

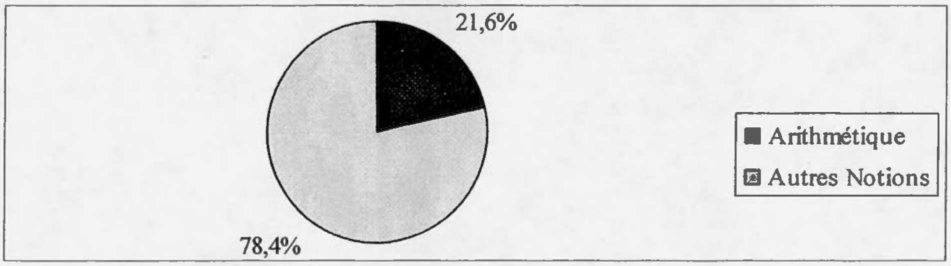


Figure 4.36 Place occupée par l'arithmétique dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994)

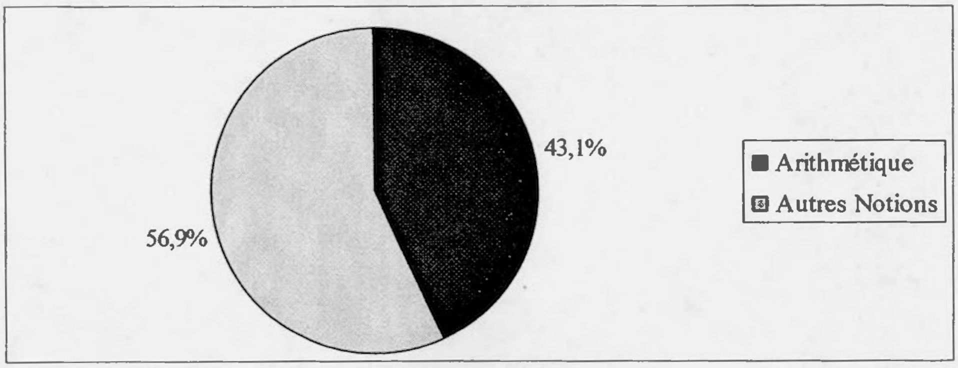


Figure 4.37 Place globale occupée par l'arithmétique dans « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1994) et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994)

Nous remarquons qu'en première secondaire, une place importante est accordée à l'arithmétique (64,3 %), mais que celle-ci perd sa place en deuxième secondaire, où elle n'occupe plus que le cinquième du manuel (21,6 %). Ceci s'explique en grande partie par le fait que l'algèbre est introduite en secondaire deux et prend beaucoup plus de place. Globalement (figure 4.37), 486 pages sur les 1127 sont octroyées à l'arithmétique pour les deux premières années du secondaire. Elle occupe un peu moins de la moitié des contenus abordés dans ces années (43,1%). Par rapport au manuel de 1916, le manuel homologue à ces deux manuels, où 70,9 % de la place était occupée par l'arithmétique, nous notons une sérieuse diminution. Une des explications possibles de cette diminution est liée au programme d'études, qui donne à ce domaine un rôle moins central (MEQ, 1993).[21]

4.3.1.3 Analyse des contenus arithmétiques abordés

Pour l'analyse des contenus arithmétiques abordés par les manuels « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993) et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994), nous avons reproduit la table des matières de ces manuels (figure 4.38 et figure 4.39). Dans ces manuels, l'auteur ne distingue pas nominalement les différents domaines des mathématiques. Il présente, par itinéraire, une notion mathématique et ses dérivées. Par exemple, dans

[21] Nous avons déjà fait part de ceci lors de la problématique (cf. chapitre I).

l'itinéraire 1 (figure 4.38) « les opérations », l'auteur ne mentionne pas s'il s'agit d'arithmétique et il y inclut la factorisation, les arrondis, etc. Pour l'analyse des contenus, nous avons donc regardé plus précisément ce que contenait chaque itinéraire pour pouvoir coder les contenus abordés sous la catégorie arithmétique.

Dans la figure 4.38, trois notions (ne relevant pas a priori du domaine de l'arithmétique) ont été placées en arithmétique (elles sont indiquées par une flèche). Il s'agit de la section « mesure de longueur » et « angle » de l'itinéraire 12, et de la section « aire des polygones » de l'itinéraire15. Dans « mesure de longueur » et « aire de polygones », l'auteur explique le fonctionnement du système métrique et travaille la conversion de mesures. C'est pour cette raison que ces parties ont été classées en arithmétique[22]. Dans la section « angle », une partie porte sur la mesure d'angle, une autre sur ses unités et une dernière sur l'utilisation d'un rapporteur d'angle. Seules ces parties ont été considérées comme arithmétiques, car l'élève y travaille l'estimation de mesures, les opérations (additions, soustraction, multiplication) sur des mesures d'angles et l'utilisation du rapporteur d'angle.

[22] En faisant référence au tableau des contenus arithmétiques (cf. tableau 3.1).

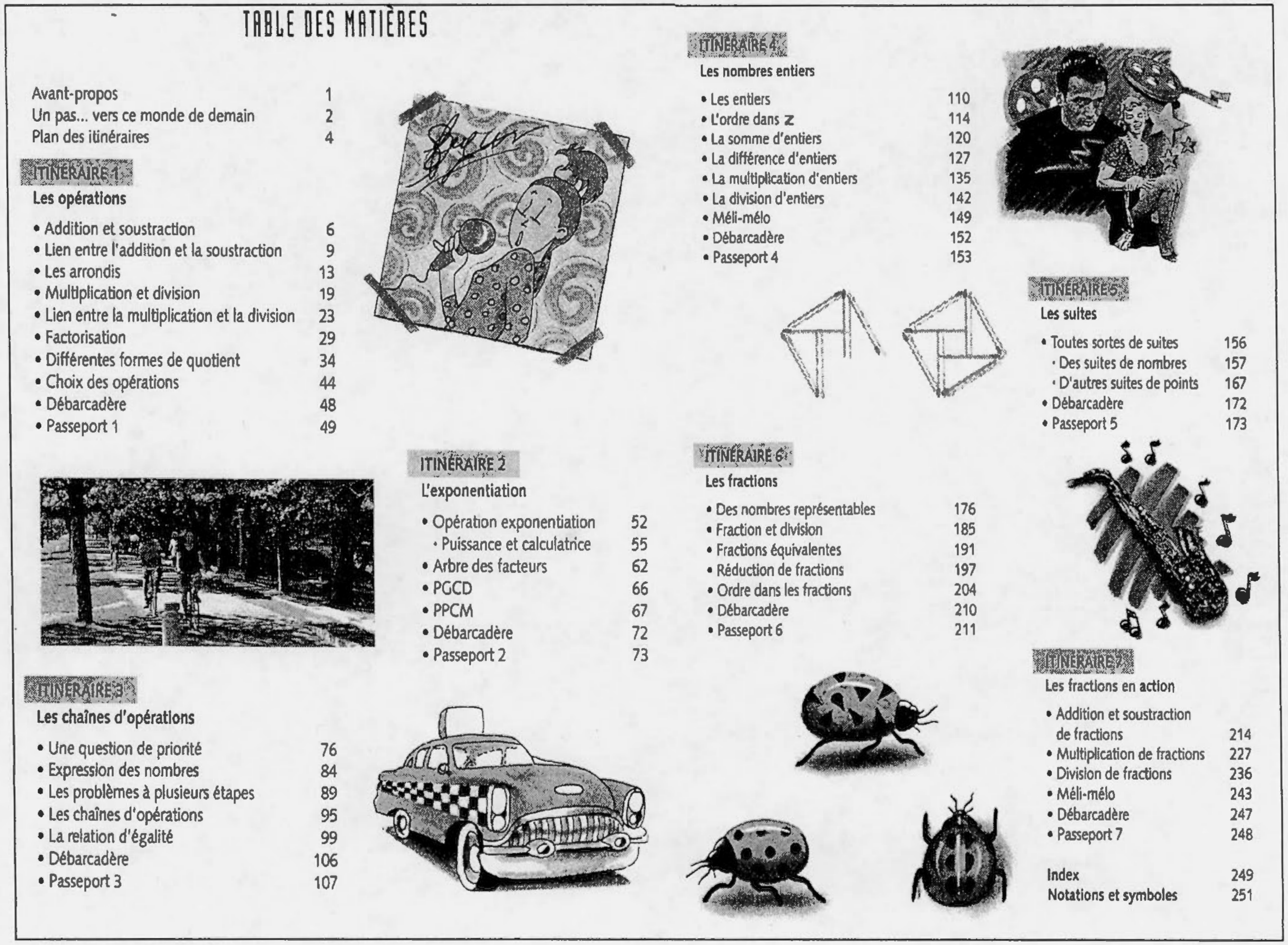


TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos 1
Un pas... vers ce monde de demain 2
Plan des itinéraires 4

ITINÉRAIRE 1
Les opérations
• Addition et soustraction 6
• Lien entre l'addition et la soustraction 9
• Les arrondis 13
• Multiplication et division 19
• Lien entre la multiplication et la division 23
• Factorisation 29
• Différentes formes de quotient 34
• Choix des opérations 44
• Débarcadère 48
• Passeport 1 49

ITINÉRAIRE 2
L'exponentiation
• Opération exponentiation 52
· Puissance et calculatrice 55
• Arbre des facteurs 62
• PGCD 66
• PPCM 67
• Débarcadère 72
• Passeport 2 73

ITINÉRAIRE 3
Les chaînes d'opérations
• Une question de priorité 76
• Expression des nombres 84
• Les problèmes à plusieurs étapes 89
• Les chaînes d'opérations 95
• La relation d'égalité 99
• Débarcadère 106
• Passeport 3 107

ITINÉRAIRE 4
Les nombres entiers
• Les entiers 110
• L'ordre dans $\mathbb{Z}$ 114
• La somme d'entiers 120
• La différence d'entiers 127
• La multiplication d'entiers 135
• La division d'entiers 142
• Méli-mélo 149
• Débarcadère 152
• Passeport 4 153

ITINÉRAIRE 5
Les suites
• Toutes sortes de suites 156
· Des suites de nombres 157
· D'autres suites de points 167
• Débarcadère 172
• Passeport 5 173

ITINÉRAIRE 6
Les fractions
• Des nombres représentables 176
• Fraction et division 185
• Fractions équivalentes 191
• Réduction de fractions 197
• Ordre dans les fractions 204
• Débarcadère 210
• Passeport 6 211

ITINÉRAIRE 7
Les fractions en action
• Addition et soustraction de fractions 214
• Multiplication de fractions 227
• Division de fractions 236
• Méli-mélo 243
• Débarcadère 247
• Passeport 7 248

Index 249
Notations et symboles 251

Figure 4.38 Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 1 » tome 1 (Breton, 1993)

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos 1
Notations et symboles 2

ITINÉRAIRE 8
Les nombres décimaux
- Les fractions décimales et les nombres décimaux 4
- Nombres décimaux et droite numérique 12
- Les grands et les petits nombres 21
- Les arrondis 26
- Débarcadère 32
- Passeport 8 33

ITINÉRAIRE 9
Les nombres décimaux en action
- Des formes d'écriture différentes pour les mêmes nombres 36
- Addition et soustraction de nombres décimaux 43
- Multiplication de nombres décimaux 50
- Division d'entiers et de décimaux 61
- Méli-mélo 73
- Débarcadère 74
- Passeport 9 75

ITINÉRAIRE 10
Les pourcentages
- Pourcentage 78
- Nombre décimal et pourcentage 82
- Fraction et pourcentage 85
- Pourcentage d'un nombre 95
- Calcul du pourcentage d'un nombre 102
- Débarcadère 106
- Passeport 10 107

ITINÉRAIRE 11
La statistique
- Des statistiques 110
- Les diagrammes à bandes 124
- Les histogrammes 128
- Les diagrammes à ligne brisée 129
- Les diagrammes circulaires 130
- Les pictogrammes 132
- Des graphiques pour comparer 134
- Des graphiques et des conclusions 135
- Débarcadère 157
- Passeport 11 158

ITINÉRAIRE 12
Les figures géométriques
- Points, segments de droite et droites 162
- Les mesures de longueur 167
- Relations entre deux droites 177
- Les angles 187
- Classification des angles 194
  - Relations entre deux angles 197
- Débarcadère 207
- Passeport 12 208

ITINÉRAIRE 13
Transformation de figures
- Les transformations de figures 212
- Les translations 216
- Les rotations 225
- Les réflexions 234
- Méli-mélo 242
- Débarcadère 246
- Passeport 13 247

ITINÉRAIRE 14
Triangles et quadrilatères
- Les triangles 250
- Construction de triangles 266
- Les quadrilatères 272
- Débarcadère 287
- Passeport 14 288

ITINÉRAIRE 15
Périmètre et aire
- Périmètre et aire 292
- Aire de polygones 300
- Débarcadère 317
- Passeport 15 318

Index 321

Figure 4.38 (suite) Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 1 » tome 2 (Breton, 1993)

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes 4
Avant-propos 5
En ondes! 6

ITINÉRAIRE 1

Diverses formes de représentation

- Repérage sur une surface 8
- Graphique et situation 21
- Situation et graphique 32
- Table de valeurs et règle 42
- Débarcadère 48
- Passeport 1 49

ITINÉRAIRE 2

Les proportions

- Notion de rapport ou de taux 54
- Comparaison de rapports ou de taux 62
- Situation de proportionnalité 72
- Situation de proportionnalité et graphique 84
- Proportion 89
- Recherche d'un terme dans une proportion 93
- Débarcadère 108
- Passeport 2 109

ITINÉRAIRE 3

Les homothéties

- Les homothéties 112
- Les homothéties et les situations de proportionnalité 129
- Les agrandissements et les réductions 133
- Les figures semblables 145
- Les dessins à l'échelle 155
- Débarcadère 162
- Passeport 3 163

ITINÉRAIRE 4

Le calcul algébrique

- Les expressions algébriques : un moyen d'expression 168
- Les expressions algébriques : un moyen de formulation 175
- Les expressions algébriques : des moyens de généraliser une situation 181
- Les expressions algébriques : des générateurs de nombres 186
- Domaine d'une variable et valeur numérique d'une expression algébrique 187
- Opérations sur les expressions algébriques 194
- Méli-mélo 215
- Débarcadère 219
- Passeport 4 220

ITINÉRAIRE 5

Les équations

- Les équations 224
- Résolution d'équations 226
- Les équations équivalentes : une méthode de résolution des équations 240
- Du problème à l'équation 251
- De l'équation au problème 265
- Débarcadère 269
- Passeport 5 270

Indices des Club math 273
Index 275
Source des photos 277
Notations et symboles 279

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos 5
Signification des pictogrammes 6

Itinéraire 6

Les transformations du plan cartésien

- Les translations dans le plan cartésien 8
- Les rotations dans le plan cartésien 19
- Les réflexions dans le plan cartésien 34
- Les homothéties dans le plan cartésien 43
- Méli-mélo 52
- Débarcadère 62
- Passeport 6 63

Itinéraire 7

Le pourcentage

- Pourcentage 66
- Calcul mental du tant pour cent 74
- Calcul écrit du tant pour cent 78
- Les pourcentages en action 83
- Calcul du cent pour cent 92
- Débarcadère 99
- Passeport 7 100

Itinéraire 8

Le cercle

- Le cercle 102
- Périmètre ou circonférence du cercle 114
- Lien entre angle au centre et arc 122
- Aire d'un carré et racine carrée 130
- Aire d'un disque 137
- Aire d'un secteur 144
- Débarcadère 153
- Passeport 8 154

Itinéraire 9

La probabilité de résultats

- Expérience aléatoire 158
- Expérience aléatoire simple ou composée 162
- Nombre de résultats dans une expérience aléatoire à plusieurs étapes 165
- Quantification de la chance 179
- Probabilité d'un résultat dans une expérience aléatoire simple 183
- Probabilité d'un résultat dans une expérience aléatoire à plusieurs étapes 191
- Débarcadère 205
- Passeport 9 206

Itinéraire 10

Les polygones réguliers

- Les polygones 210
- À propos des polygones 213
- Les polygones réguliers 223
- Construction de polygones réguliers 230
- Périmètre de polygones réguliers 237
- Aire de polygones réguliers 241
- Débarcadère 253
- Passeport 10 254

Itinéraire 11

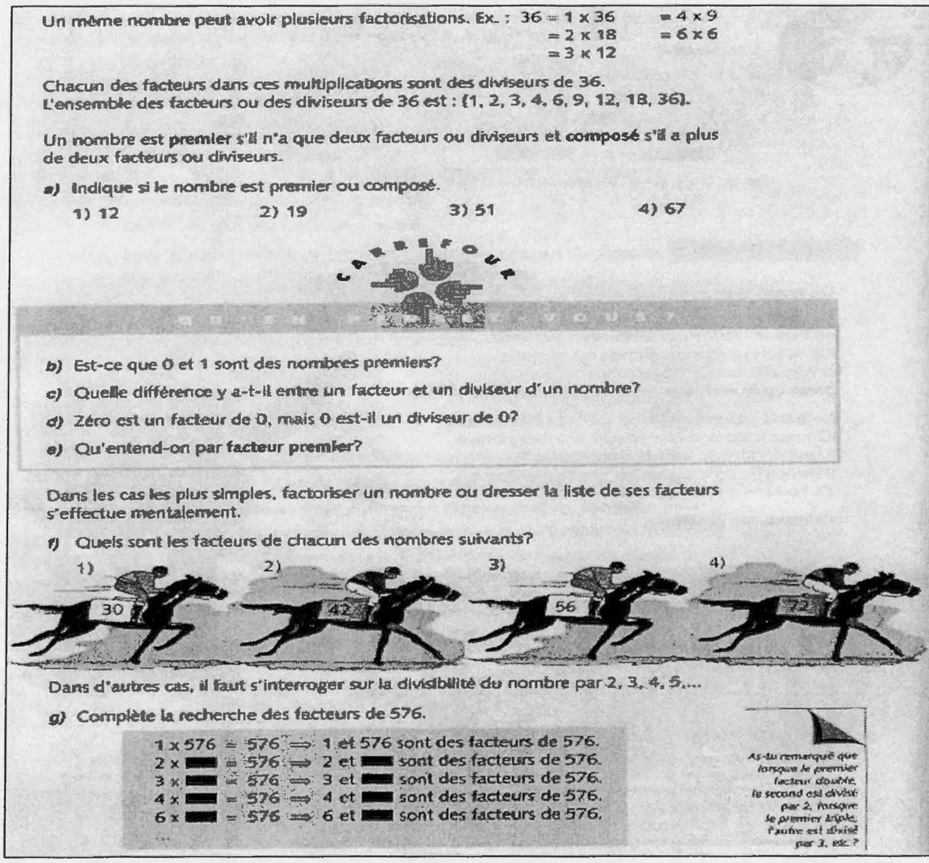
La probabilité d'événements

- Tout un événement 258
- Probabilité d'un événement 264
- Relation entre deux événements 275
- Débarcadère 285
- Passeport 11 286

Indices des Club math 289
Index 291
Source des photos 293
Références 294
Notations et symboles 295

Figure 4.39 Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 2 » tome 1 et tome 2 (Breton, 1994)

Nous reviendrons maintenant sur les résultats de notre codification de ce contenu. Les contenus en lien avec la théorie des nombres se retrouvent essentiellement dans le manuel « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993) : la factorisation (partie de l'itinéraire 1); l'arbre de facteur, le PGCD et le PPCM (parties de l'itinéraire 2) et les suites[23] (itinéraire 5). En deuxième secondaire, il n'y a pas de contenus en lien avec la théorie des nombres. Même s'il s'agit de contenus classiques associés à la théorie des nombres et qu'on retrouve certains éléments plus conceptuels, il est à noter que ces parties sont plutôt orientées vers le calcul (figure 4.40).



Un même nombre peut avoir plusieurs factorisations. Ex. : 36 = 1 x 36 = 2 x 18 = 3 x 12 = 4 x 9 = 6 x 6

Chacun des facteurs dans ces multiplications sont des diviseurs de 36.
L'ensemble des facteurs ou des diviseurs de 36 est : {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}.

Un nombre est **premier** s'il n'a que deux facteurs ou diviseurs et **composé** s'il a plus de deux facteurs ou diviseurs.

a) Indique si le nombre est premier ou composé.
1) 12 2) 19 3) 51 4) 67

b) Est-ce que 0 et 1 sont des nombres premiers?
c) Quelle différence y a-t-il entre un facteur et un diviseur d'un nombre?
d) Zéro est un facteur de 0, mais 0 est-il un diviseur de 0?
e) Qu'entend-on par **facteur premier**?

Dans les cas les plus simples, factoriser un nombre ou dresser la liste de ses facteurs s'effectue mentalement.

f) Quels sont les facteurs de chacun des nombres suivants?
1) 30 2) 42 3) 56 4) 72

Dans d'autres cas, il faut s'interroger sur la divisibilité du nombre par 2, 3, 4, 5,...

g) Complète la recherche des facteurs de 576.

1 x 576 = 576 ⟹ 1 et 576 sont des facteurs de 576.
2 x ■ = 576 ⟹ 2 et ■ sont des facteurs de 576.
3 x ■ = 576 ⟹ 3 et ■ sont des facteurs de 576.
4 x ■ = 576 ⟹ 4 et ■ sont des facteurs de 576.
6 x ■ = 576 ⟹ 6 et ■ sont des facteurs de 576.
...

As-tu remarqué que lorsque le premier facteur double, le second est divisé par 2, lorsque le premier triple, l'autre est divisé par 3, etc.?

Figure 4.40 Exemple d'un contenu en lien avec la théorie des nombres orienté vers le calcul (Breton, 1993, t.1, p. 30)

[23] En ce qui a trait aux suites, une recherche de la règle générale est aussi demandée à l'élève dans le manuel. Nous avons tout de même classé cette partie en arithmétique, car il est souvent demandé à l'élève de trouver des termes manquants de la suite, donc un travail sur les nombres. Nous n'avons par ailleurs pas considéré comme arithmétique les sections où l'élève devait généraliser la règle.

Dans l'exemple précédent, nous remarquons que l'auteur oriente rapidement l'élève vers le calcul des facteurs d'un nombre. Il en est de même pour les autres contenus en lien avec la théorie des nombres[24].

En ce qui a trait aux contenus se classant dans la catégorie « Numération, opération et applications », nous y avons mis les itinéraires 1 à 10 du manuel de secondaire 1 (figure 4.38), en y ajoutant mesures de longueur, d'aire et d'angle, et en y enlevant les notions en lien avec la théorie des nombres considérées précédemment (parties de l'itinéraire 1, 2, 5). Dans le manuel de deuxième secondaire, les proportions (itinéraire 2) et les pourcentages (itinéraire 7) sont classés dans la catégorie « Numération, opérations et applications » (figure 4.39).

Le codage de ces contenus (tableau 4.8) nous a permis de mettre en évidence le nombre de pages de la section « cours », et le nombre de pages totales dans chacune des catégories, en codant les contenus pour les deux manuels réunis, et en conséquence le nombre de pages consacré aux exercices dans chacune des catégories. Une page de ce manuel contient du texte sur 24 cm de longueur et 16 cm de largeur. C'est à partir de ces mesures que les calculs ont été faits pour trouver l'équivalent, en nombre de pages, de la place occupée par la section « cours ».

Tableau 4.8 Contenus arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

Catégories	Section cours cm ↔ pages	Total (section cours et exercices) Pages	Exercices Pages
En lien avec la théorie des nombres	148 cm ↔ 6 p. $\frac{4}{24}$	15 p.	8 p. $\frac{20}{24}$
Numération, opérations et application	3435 cm ↔ 143 p. $\frac{3}{24}$	473 p.	329 p. $\frac{21}{24}$
Total	3583 cm ↔ 149 p. $\frac{7}{24}$	488 p.	338 p. $\frac{17}{24}$

[24] Trouver le PGCD, trouver le PPCM, quel est le terme suivant de la suite, etc.

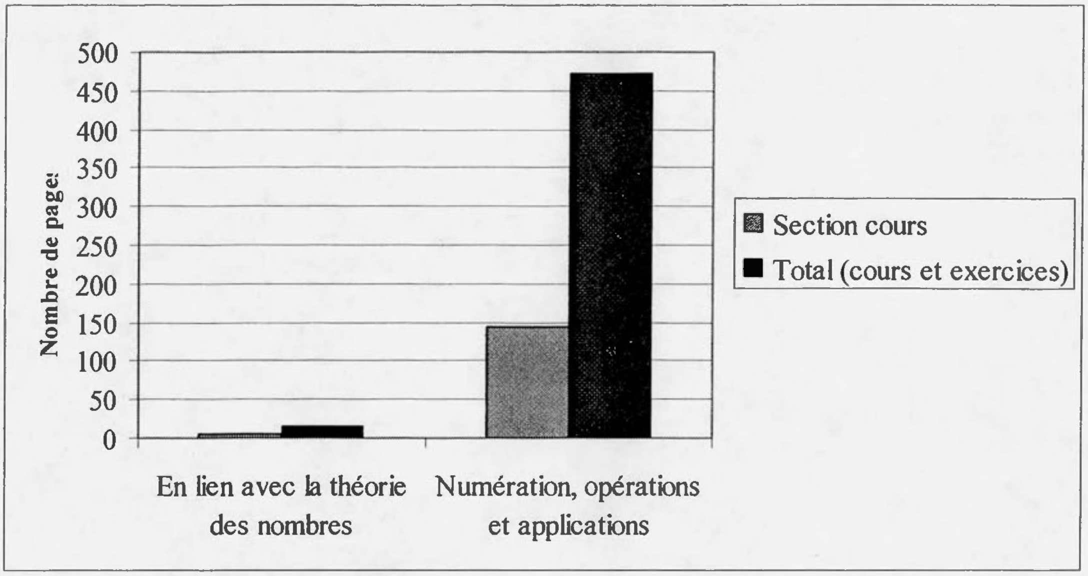


Figure 4.41 Contenus arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

La figure 4.41 reprend les données du tableau 4.8 dans un histogramme. Nous notons que les contenus « en lien avec la théorie des nombres » ne sont pas vraiment importants pour les contenus arithmétiques abordés en secondaire un et deux. Nous pouvons aussi dire que les contenus « en lien avec la théorie des nombres », sont orientés vers le calcul (8 $^{20}/_{24}$ pages consacrées aux exercices par rapport à 6 $^{4}/_{24}$ pages pour la section « cours »), ce qui les rapproche plus d'un aspect pratique que théorique. L'exemple précédent (cf. figure 4.40) mettait en évidence cette orientation vers le calcul. De plus, la section « cours » est inférieure en place à la section « exercices ». Ceci est aussi vrai aussi pour la catégorie « Numération, opérations et applications » où il y a beaucoup plus de pages consacrées aux exercices qu'à la section « cours ». Ceci nous indique que l'auteur oriente l'enseignement des notions arithmétiques plus vers des exercices que vers du contenu théorique.

Ces deux manuels donnent ainsi beaucoup plus d'importance à la catégorie « Numération, opérations et applications » et mettent plus l'emphase sur les exercices que sur la section « cours », ceci témoigne de l'importance accordée à la pratique de ces contenus[25]. Contrairement au manuel de 1916, dans les titres donnés aux itinéraires, nous ne retrouvons pas de notions en lien avec le commerce ou avec la vie quotidienne. Cependant, en entrant davantage dans les exemples traités, on s'aperçoit qu'on retrouve des contenus en lien avec le commerce ou la vie quotidienne à l'intérieur des itinéraires (figure 4.42).

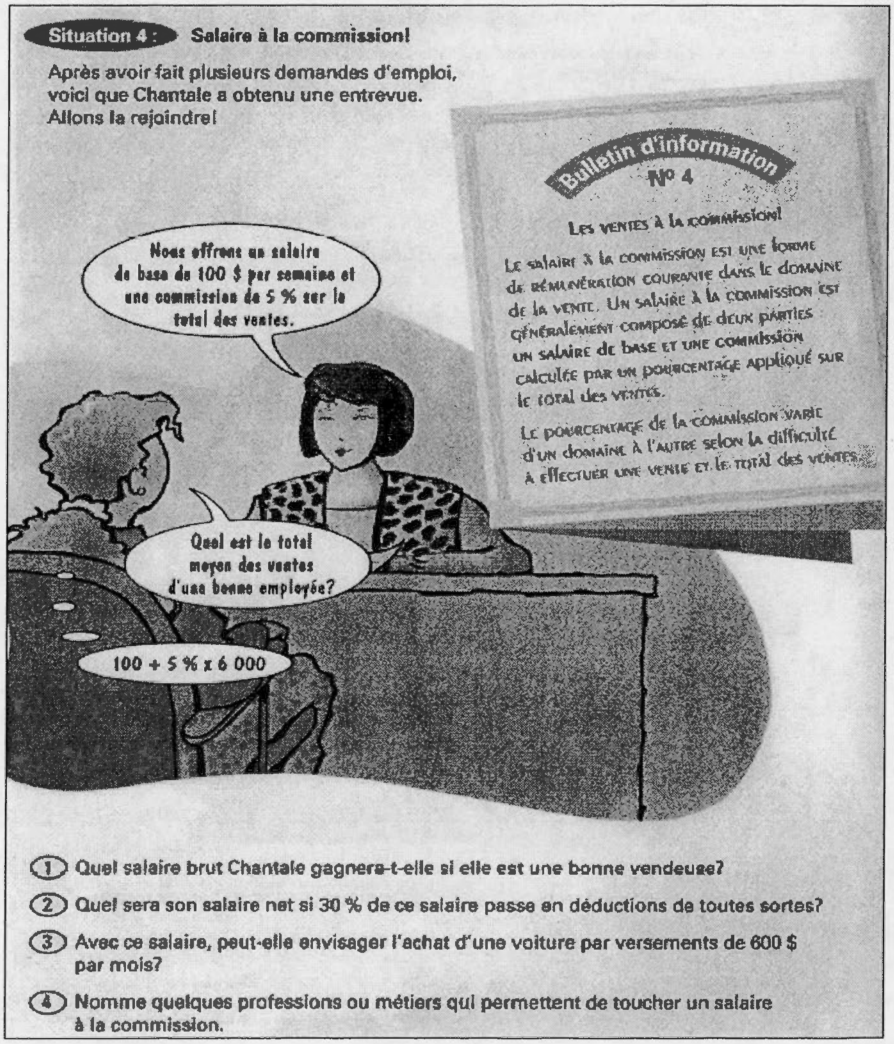


Figure 4.42 Exemple de contenus en lien avec le commerce ou la vie quotidienne (Breton, 1994, t. 2, p. 86)

---

[25] Il s'agit de la nouvelle manière d'approcher les contenus (cf. 4.3.1.1).

Dans l'exemple précédent, même si l'auteur parle seulement de pourcentage dans le titre de l'itinéraire (itinéraire 7, cf. figure 4.49), il utilise des contextes pour illustrer ses propos.

À travers ce qui précède, contenu axé sur « Numération, opérations et applications, travail sur les exercices orientés vers le calcul, l'accent semble mis sur une certaine arithmétique pratique.

La finalité donnée à l'arithmétique à partir de ces données semble donc, à la lumière de cette première analyse, pratique. La catégorie occupant la majeure partie des contenus arithmétiques est en effet « Numération, opérations et applications », associée à une finalité pratique de l'arithmétique. Nous verrons maintenant quels changements se sont opérés au niveau des contenus arithmétiques et le statut que l'arithmétique prend dans le manuel.

4.3.1.4 Analyse du statut de l'arithmétique et classement des contenus

- Le Statut

Une première constatation par rapport aux deux manuels « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994) est que le terme arithmétique a complètement disparu. Il n'y a pas un endroit où on peut y lire le mot arithmétique ou sa définition. Même lors du travail sur les suites arithmétiques, l'auteur préfère parler de suites numériques. De plus, bien que l'arithmétique soit présente dans ces manuels (43,1 % de la place est occupée par celle-ci), elle perd de l'importance en deuxième secondaire. On peut d'ailleurs voir l'orientation que l'auteur prend dans l'avant-propos des deux manuels :

> L'aventure t'attend dans des continents aussi vastes que les nombres, la géométrie et la statistique. [...] Ce sera également l'occasion pour toi de développer une « belle tête », c'est-à-dire d'acquérir un bon sens du nombre et des opérations, et de devenir habile en calcul mental et en estimation. De plus tu auras à maîtriser les règles du calcul écrit tout en intégrant et en te familiarisant avec la calculatrice et l'ordinateur.
> (Breton, 1993, t. 1, p. 1)

> L'aventure t'attend sur des continents aussi vastes que l'algèbre, la proportionnalité, la géométrie et la probabilité.
> (Breton, 1994, t. 1, p. 5)

Dans les deux citations, l'arithmétique n'est nullement mentionnée, alors que l'algèbre, la géométrie, la probabilité, la statistique le sont[26]. On parle de « sens du nombre et des opérations », de calcul ou de proportionnalité. Le mot arithmétique ne semble donc pas utiliser par l'auteur. Le terme arithmétique n'est d'ailleurs pas utilisé dans le programme d'études sauf sous l'objectif « Arithmétique préparatoire à l'algèbre » (MEQ, 1993)

À la lumière de ce qui précède, on peut voir que le statut de l'arithmétique est relégué en second plan dans les domaines des mathématiques. L'auteur ne l'explicite pas comme un des domaines mathématiques abordé. Elle perd d'ailleurs sa place en deuxième secondaire. Comparativement aux manuels des époques précédentes, elle est beaucoup moins présente.

-Le classement des contenus

En ce qui a trait aux contenus, nous avons remarqué que certains contenus abordés ailleurs, sont en fait traités arithmétiquement : la mesure (mesure de longueur, d'aire et d'angle). Ceci s'observe dans la table des matières (figure 4.39).

Les principaux contenus arithmétiques apparaissent en première secondaire. En secondaire deux, ils sont souvent là à titre de rappel, sauf pour la section qui concerne les proportions et celle concernant les pourcentages (nouvelles notions arithmétiques abordées en secondaire deux). En effet, certaines notions qui ont été vues dans le manuel de première secondaire, sont rappelées dans le manuel de deuxième secondaire. Ces notions sont

[26] Ailleurs dans le manuel, il est à noter que l'auteur ne parle pas non plus directement de géométrie, d'algèbre ou de probabilité, sauf dans l'avant propos. Il parle plutôt des contenus, comme les transformations de figure, le calcul algébrique ou la probabilité de résultats, sans les insérer explicitement dans les grands domaines mathématiques.

éparpillées parmi les différents itinéraires. Par exemple, on retrouve les opérations sur les entiers dans l'itinéraire sur les homothéties.

Nous verrons maintenant quels types de traitements sont utilisés pour aborder les contenus arithmétiques.

4.3.1.5 Analyse des types de traitement de l'arithmétique

Nous avons analysé par la suite la façon dont chaque contenu des itinéraires est traité. Comme c'était le cas avec les autres manuels, un contenu peut être traité de plusieurs façons.

Le tableau 4.9 fait ressortir les différents traitements que nous retrouvons dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994), les données étant mises en commun. À la suite, nous avons inséré la figure 4.43 qui nous donne un diagramme circulaire de la distribution des types de traitement en pourcentage.

Tableau 4.9 Types de traitement des notions arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

Types de traitements	**Nombre de traitement de chaque type**	**Pourcentage %**
Définitions	34	30
Règles/Algorithmes	35	31
Approche inductive	45	39
Approche déductive	0	0
Règle de vérification de calcul	0	0
Total	114	

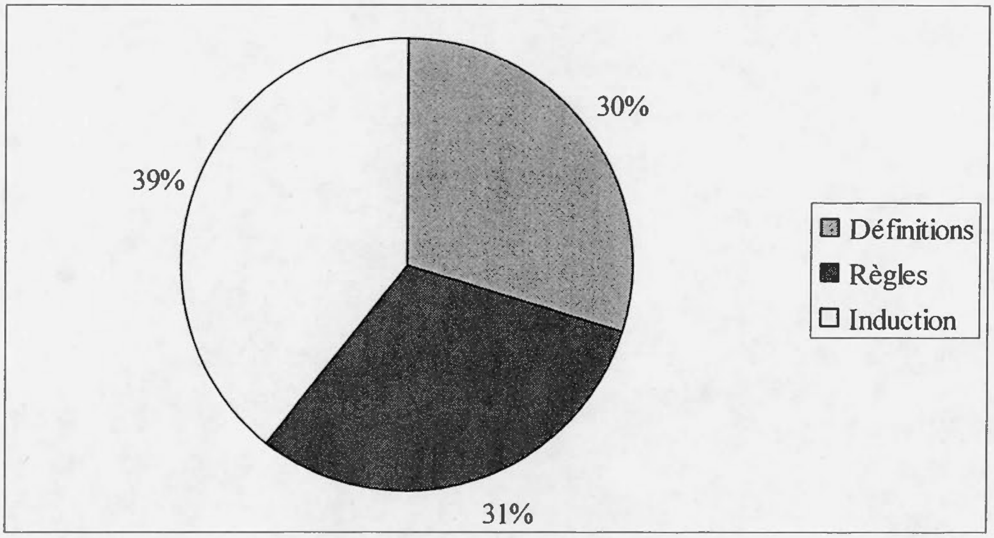


Figure 4.43 Types de traitement des notions arithmétiques dans « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

Les définitions font toujours partie des types d'approches utilisées dans les manuels de secondaire un et deux de la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994). Elles représentent 30 % des types de traitement.

Les définitions se retrouvent principalement dans le plan « débarcadère », à la fin de chaque itinéraire (figure 4.44). Elles apparaissent donc en synthèse, à la fin du parcours. Nous en retrouvons aussi parfois dans le plan « carnet de voyage », tel l'exemple suivant :

> Un rapport est un mode de comparaison entre deux grandeurs de même nature exprimées dans les mêmes unités et faisant intervenir la notion de division.
> Les deux façons les plus courantes de poser un **rapport** sont l'utilisation des **deux points** ou de la **barre de fraction**. Ainsi le rapport de deux quantités **a** et **b** se note **a :b** ou **a/b** ou $\frac{a}{b}$.
> (Breton, 1994, t. 1, p. 54).

DÉBARCADÈRE

Je connais la signification des expressions suivantes :

Somme :	résultat d'une addition. Ex. : 12 + 17 = **29**
Différence :	résultat d'une soustraction. Ex. : 19 – 8 = **11**
Facteur :	terme dans une multiplication. Ex. : **4** x **5** = 20
Produit :	résultat d'une multiplication. Ex. : 6 x 8 = **48**
Quotient :	résultat d'une division. Ex. : 12 ÷ 3 = **4**
Dividende :	terme que l'on divise dans une division. Ex. : **12** ÷ 3 = 4
Diviseur :	terme qui divise. Ex. : 12 ÷ **3** = 4
Ordre de grandeur d'un nombre :	valeur de la plus grande position.
Divisible :	un nombre est divisible par un autre lorsque la division s'effectue sans reste.
Nombres compatibles :	nombres qui vont bien ensemble parce que les opérations à effectuer sont faciles à faire mentalement.
Nombre premier :	nombre naturel qui a exactement deux facteurs ou diviseurs.
Nombre composé :	nombre naturel qui a plus de deux facteurs ou diviseurs.

Figure 4.44 Exemple de définitions dans la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, t. 1, p. 48)

Ce sont les seuls endroits où nous sommes susceptibles de retrouver des définitions. Tous les « débarcadère » en possèdent, tandis que dans le « carnet de voyage », nous y retrouvons soit des définitions, soit des règles, parfois induites, parfois données.

Le deuxième type de traitement utilisé dans ces deux manuels est la présentation de règles/d'algorithmes donnés, suivie d'exemples. Cette approche occupe 31 % des types de traitement, une hausse de 11 % par rapport au manuel de 1916. Elles se retrouvent habituellement dans la section « place du marché » où l'auteur donne une technique pour estimer un calcul :

Les techniques pour estimer un quotient de fraction sont diverses.
Elles dépendent souvent des fractions qui forment la division

Technique 1
Comparer le quotient à l'unité.
Ex. : $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} < 1$ *car* $\frac{1}{3} \langle \frac{1}{2}$; $\frac{7}{8} \div \frac{1}{5} < 1$ *car* $\frac{7}{8} \langle \frac{1}{5}$

....

Technique 2
Rechercher combien de fois la seconde fraction est contenue dans la première.
Ainsi, dans $\frac{3}{5} \div \frac{1}{4}$, la fraction $\frac{1}{4}$ est contenue un peu plus de deux fois dans $\frac{3}{5}$.
De même, dans $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$, la fraction $\frac{1}{2}$ est contenue à peu près $\frac{1}{2}$ fois dans $\frac{1}{3}$.

....

Technique 3
Ramener les fractions à des fractions plus simples.
Ex. : Le quotient de $\frac{21}{32} \div \frac{1}{3}$ se rapproche de celui de $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$, donc de 2.
(Breton, 1994, t.1, p. 86)

Nous retrouvons aussi quelques règles/algorithmes dans les « escale méninges » (figure 4.45).

ESCALE MÉNINGES

Voici quelques critères de divisibilité :

Divisibilité par 2	Un nombre est divisible par 2 si son dernier chiffre est divisible par 2. Ex. : 498 se termine par 8 et 8 est divisible par 2. Donc, 498 est divisible par 2.
Divisibilité par 3	Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Ex. : La somme des chiffres de 75 est 12 et 12 est divisible par 3. Donc, 75 est divisible par 3.
Divisibilité par 4	Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4. Ex. : Le nombre formé par les deux derniers chiffres de 924 est 24 et 24 est divisible par 4. Donc, 924 est divisible par 4.
Divisibilité par 5	Un nombre est divisible par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5. Ex. : Le dernier chiffre de 925 est 5. Donc, 925 est divisible par 5.
Divisibilité par 9	Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9. Ex. : La somme des chiffres de 153 est 9 et 9 est divisible par 9. Donc, 153 est divisible par 9.
Divisibilité par 10	Un nombre est divisible par 10 si son dernier chiffre est 0. Ex. : Le dernier chiffre de 490 est 0. Donc, 490 est divisible par 10.

Figure 4.45 Exemple de règles dans la section « Escale méninges » (Breton, 1993, t.1, p. 31)

Dans le manuel de la deuxième secondaire, plusieurs notions enseignées en première secondaire sont reprises. Par exemple, les opérations sur les nombres entiers. Tandis qu'en première secondaire le type de traitement utilisé pour les opérations sur les entiers était une approche inductive, l'auteur, en deuxième secondaire, utilise la présentation de règles/d'algorithmes lors de leur rappel[27]. Nous donnons un exemple avec la figure 4.46 et la figure 4.47pour les opérations sur les nombres entiers.

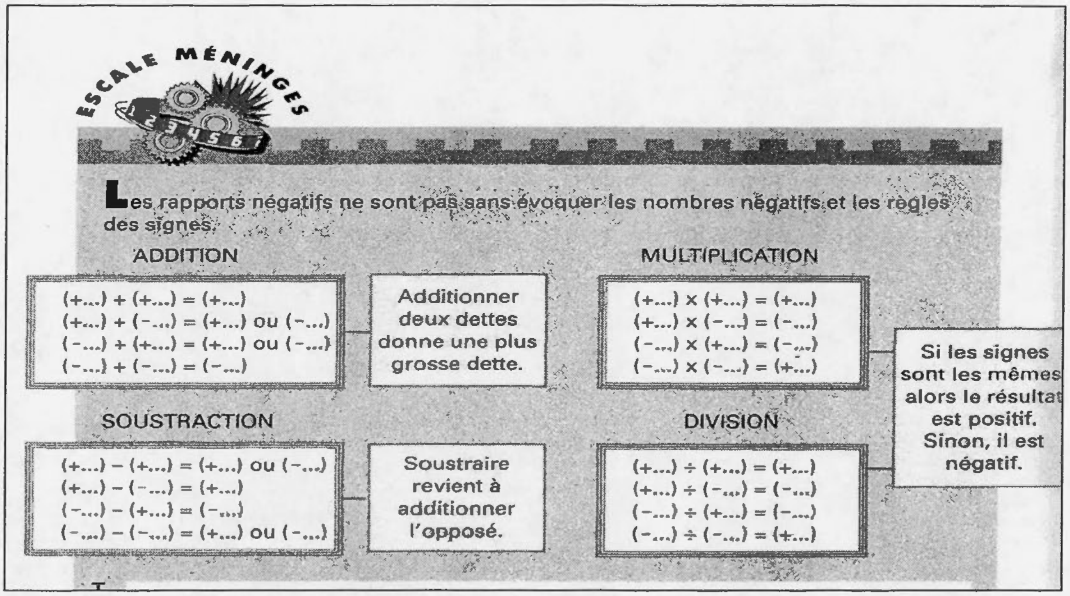
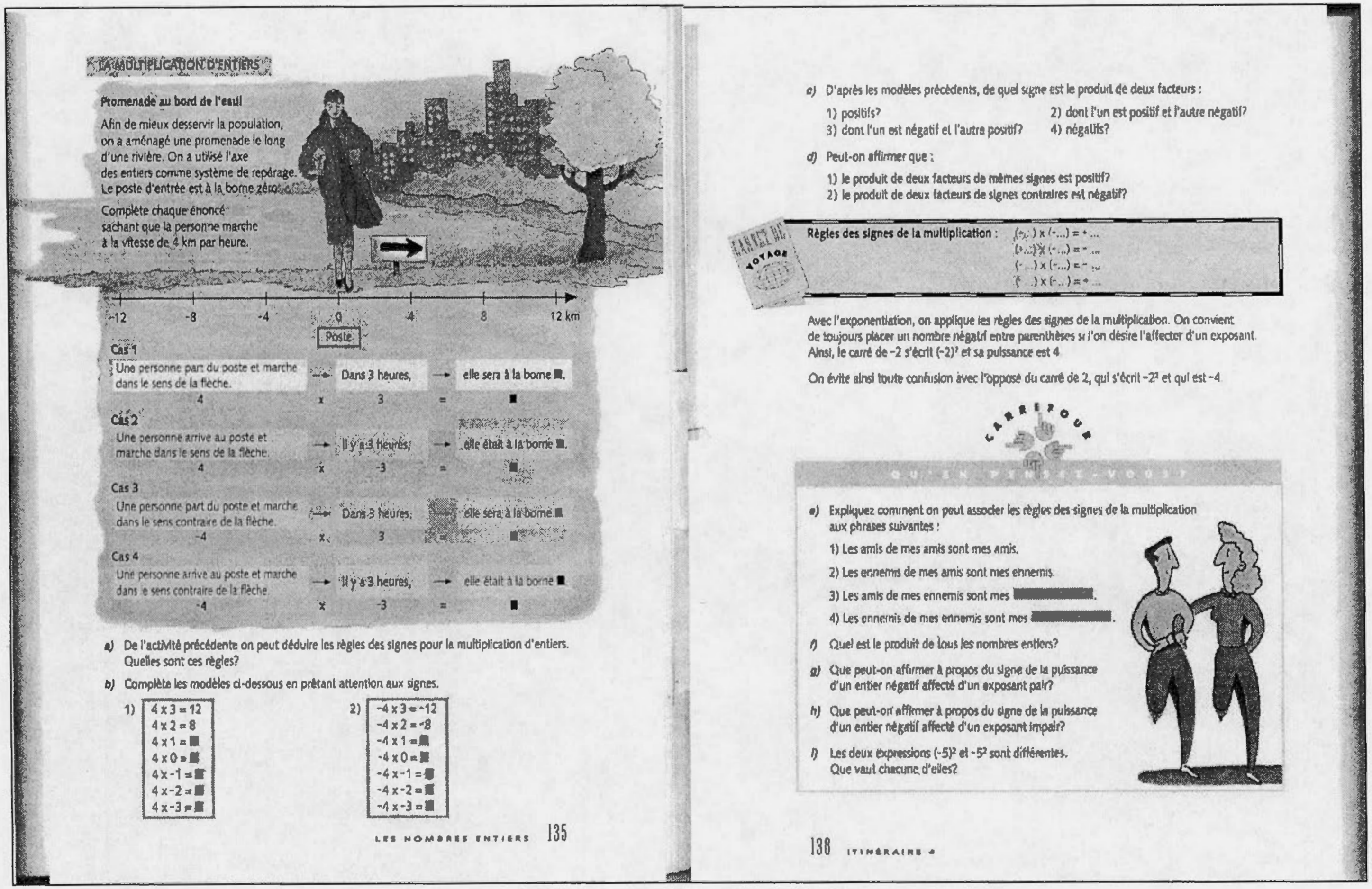


Figure 4.46 Les opérations sur les entiers dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994, t.1, p. 128) où l'auteur utilise une approche de type présentation de règles/d'algorithmes.

[27] Il est à noter que dans le manuel de deuxième secondaire, la notion d'opération sur les entiers est rappelée dans la section « escale méninges » de l'itinéraire 3 « Les homothéties » (cf. figure 4.39).



LA MULTIPLICATION D'ENTIERS

Promenade au bord de l'eau!

Afin de mieux desservir la population, on a aménagé une promenade le long d'une rivière. On a utilisé l'axe des entiers comme système de repérage. Le poste d'entrée est à la borne zéro.

Complète chaque énoncé sachant que la personne marche à la vitesse de 4 km par heure.

-12 -8 -4 0 4 8 12 km

Poste

Cas 1

Une personne part du poste et marche dans le sens de la flèche. → Dans 3 heures, → elle sera à la borne ■.

4 × 3 = ■

Cas 2

Une personne arrive au poste et marche dans le sens de la flèche. → Il y a 3 heures, → elle était à la borne ■.

4 × -3 = ■

Cas 3

Une personne part du poste et marche dans le sens contraire de la flèche. → Dans 3 heures, → elle sera à la borne ■.

-4 × 3 = ■

Cas 4

Une personne arrive au poste et marche dans le sens contraire de la flèche. → Il y a 3 heures, → elle était à la borne ■.

-4 × -3 = ■

a) De l'activité précédente on peut déduire les règles des signes pour la multiplication d'entiers. Quelles sont ces règles?

b) Complète les modèles ci-dessous en prêtant attention aux signes.

1)
4 x 3 = 12
4 x 2 = 8
4 x 1 = ■
4 x 0 = ■
4 x -1 = ■
4 x -2 = ■
4 x -3 = ■

2)
-4 x 3 = -12
-4 x 2 = -8
-4 x 1 = ■
-4 x 0 = ■
-4 x -1 = ■
-4 x -2 = ■
-4 x -3 = ■

LES NOMBRES ENTIERS 135

c) D'après les modèles précédents, de quel signe est le produit de deux facteurs :

1) positifs? 2) dont l'un est positif et l'autre négatif?
3) dont l'un est négatif et l'autre positif? 4) négatifs?

d) Peut-on affirmer que :

1) le produit de deux facteurs de mêmes signes est positif?
2) le produit de deux facteurs de signes contraires est négatif?

CARNET DE VOYAGE

Règles des signes de la multiplication : (+...) x (+...) = + ...
(+...) x (-...) = - ...
(-...) x (+...) = - ...
(-...) x (-...) = + ...

Avec l'exponentiation, on applique les règles des signes de la multiplication. On convient de toujours placer un nombre négatif entre parenthèses si l'on désire l'affecter d'un exposant. Ainsi, le carré de -2 s'écrit (-2)² et sa puissance est 4.

On évite ainsi toute confusion avec l'opposé du carré de 2, qui s'écrit -2² et qui est -4.

CARREFOUR

QU'EN PENSEZ-VOUS?

e) Expliquez comment on peut associer les règles des signes de la multiplication aux phrases suivantes :

1) Les amis de mes amis sont mes amis.
2) Les ennemis de mes amis sont mes ennemis.
3) Les amis de mes ennemis sont mes ■.
4) Les ennemis de mes ennemis sont mes ■.

f) Quel est le produit de tous les nombres entiers?

g) Que peut-on affirmer à propos du signe de la puissance d'un entier négatif affecté d'un exposant pair?

h) Que peut-on affirmer à propos du signe de la puissance d'un entier négatif affecté d'un exposant impair?

i) Les deux expressions (-5)² et -5² sont différentes. Que vaut chacune d'elles?

138 ITINÉRAIRE 4

Figure 4.47 La multiplication d'entiers dans « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993, t.1, p. 135-136) où l'auteur utilise une approche inductive.

L'approche inductive est le type de traitement le plus utilisé dans ce manuel (39 %, cf. tableau 4.9). Cette approche ne procède pas ici d'une induction à partir d'exemples, mais part d'une situation et de questions pour amener l'élève à induire une règle (voir exemple ci-dessous[28]). C'est à partir des réponses fournies et d'exemples (voir **b**) que la règle est induite (surlignée en gris dans le manuel) :

À la caisse étudiante!

Jim travaille à la caisse étudiante de sa polyvalente. Lydia s'y présente pour mettre à jour son livret de caisse. La semaine précédente, son livret indiquait un solde de 60 \$. Jim lui signale qu'il y a un problème, car elle a fait la veille un retrait de 80 \$.

Quelle est la nature du problème de Lydia?

a) Qu'arrive-t-il si le nombre à soustraire est plus grand que le nombre de départ comme dans la soustraction 60 – 80?

b) Complète les modèles suivants :

1) 8 – 4 = 4	8 – 8 = ■	2) 6 – 3 = 3	6 – 7 = ■
8 – 5 = 3	8 – 9 = ■	6 – 4 = 2	6 – 8 = ■
8 – 6 = ■	8 – 10 = ■	6 – 5 = ■	6 – 9 = ■
8 – 7 = ■		6 – 6 = ■	

c) Dans la situation précédente, Jim a remis le livret à Lydia avec un solde de -20 \$. Mais par la suite, Jim constate l'erreur et lui soustrait le retrait de 80 \$ de son solde.

1) Pose la soustraction que Jim a dû faire.
2) Quel est maintenant le nouveau solde de Lydia ?

Soustraire un nombre négatif revient à additionner un nombre positif.

d) Complète les modèles suivants :

1)

8 – 3 = 5	8 – -1 = ■
8 – 2 = ■	8 – -2 = ■
8 – 1 = ■	8 – -3 = ■
8 – 0 = ■	

2)

6 – 3 = 3	6 – -1 = ■
6 – 2 = ■	6 – -2 = ■
6 – 1 = ■	6 – -3 = ■
6 – 0 = ■	

e) Récris les deux modèles précédents en traduisant les soustractions en additions de l'opposé. (Breton, 1993, t. 1, p. 128)

---

28 Le problème est présenté tel quel dans le manuel. La question en **c** n'est pas très claire.

Dans l'exemple précédent, l'auteur amène l'élève à la règle « Soustraire un nombre négatif revient à additionner un nombre positif » en posant plusieurs questions sur une situation et en procédant à partir d'exemples (que l'élève doit compléter dans ce cas d'une régularité). Ce type d'approche est une méthode courante utilisée par l'auteur (39 %). Cette approche inductive prend plus de place que dans le manuel de 1916 (où elle occupait 28 % de la place). Elle constitue l'approche privilégiée, alors que dans l'autre manuel, ce sont les définitions qui étaient le plus souvent utilisées (47 %). De plus, cette approche inductive est très différente de celle utilisée dans le manuel de 1916. Dans le manuel du début du siècle, les auteurs donnaient un seul exemple et passaient ensuite à la règle. Cet exemple, conçu comme un exemple générique, était verbalisé de manière à induire le raisonnement plus général. Dans le manuel actuel, l'auteur fournit plusieurs exemples (que les élèves complètent), aucun raisonnement n'est généré. On constate sur quelques cas, et on induit à partir de ceci une règle plus générale.

Les règles prennent une place très importante dans ces deux manuels « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994), que celles-ci soient générées par une approche inductive ou données par l'auteur. Elles occupent 70 % des traitements utilisés (en combinant l'approche inductive et la présentation de règles/d'algorithmes). Il s'agit d'une importante hausse par rapport au manuel de 1916 où les règles[29] occupaient un peu moins de la moitié des types de traitement utilisés pour les contenus arithmétiques. En se fiant aux types de traitement privilégiés dans ces manuels, la finalité privilégiée par l'auteur est donc pratique[30], une certaine pratique axée sur le calcul (à l'aide de technique, méthodes règles...).

---

[29] Règles provenant soit de l'approche inductive, soit de la présentation de règles/d'algorithmes ou soit de la présentation de méthodes de vérification de calcul.

[30] Nous reviendrons tard sur le type de pratique qui découle de cette collection dans la section 4.3.1.9.

4.3.1.6 Analyse des facettes du nombre dans la section « cours »

En ce qui a trait à l'analyse de la facette du nombre introduite dans les manuels « Carrousel Mathématique » de la première et deuxième secondaire (Breton, 1993, 1994), nous ne retrouvons pas, comme c'était le cas dans le manuel de 1916, une définition de la notion de nombre.

Nous retrouvons toutefois les notations des ensembles de nombres dans l'index à la fin du manuel :

N : ensemble des nombres naturels = {0, 1, 2, 3, ...}
N^* : ensemble des nombres naturels, sauf zéro = {1, 2, 3, ...}
Z : ensemble des nombres entiers = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}
Z_+ : ensemble des nombres entiers positifs = {0, 1, 2, 3, ...}
Z_- : ensemble des nombres entiers négatifs = {0, -1, -2, -3, ...}
Q : ensemble des nombre rationnels
(Breton, 1993, t.1, p. 251)

L'influence des mathématiques modernes se fait toujours sentir dans cette présentation ensembliste.

Lors de l'analyse de la facette du nombre dans la section cours de ces deux manuels, nous avons remarqué que l'auteur utilise[31], dans les suites, les nombres figurés (nombres vus comme une multitude d'unités, figure 4.48) et utilise une représentation du nombre comme grandeur dans les contextes de mesures (figure 4.49).

---

[31] L'auteur en est probablement pas conscient, car le contexte fait en sorte qu'il utilise cette représentation.

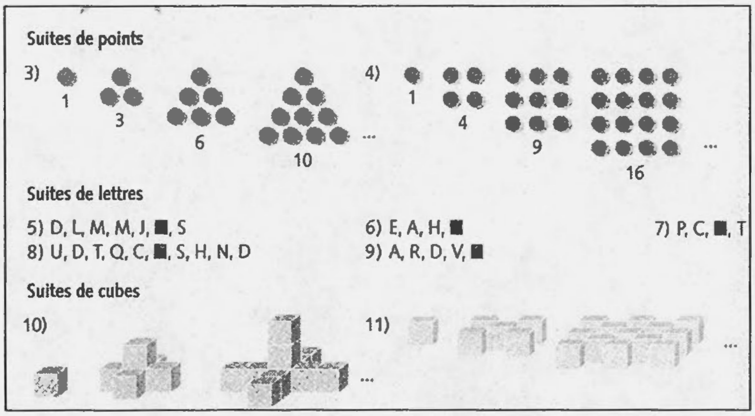


Figure 4.48 Exemple de représentation du nombre utilisée dans les suites (Breton, 1993, t.1, p. 156)

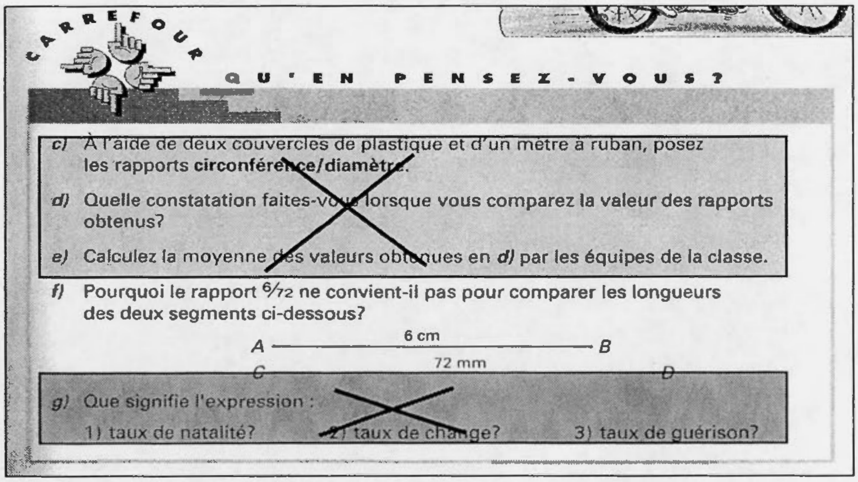


Figure 4.49 Exemple de représentation du nombre comme grandeur dans les mesures (Breton, 1994, t.1, p. 55)

Dans le premier exemple, c'est le contexte des suites qui fait en sorte que l'auteur présente le nombre comme une multitude d'unités. Dans le deuxième, la présentation du nombre par une grandeur est due au fait qu'il s'agit d'un contenu mesure. Cette référence au nombre sous ces deux facettes n'est toutefois pas explicitée chez l'auteur.

4.3.1.7 Analyse des types d'exercices et des facettes du nombre

Dans l'analyse qui suit, nous avons analysé quels types d'exercices se retrouvent dans les deux manuels de la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994). Nous avons regroupé les données des deux manuels dans le tableau 4.10. Nous remarquons d'abord que les exercices « oraux » (du plan « escale méninges ») ne prennent vraiment pas beaucoup de place, ils ne représentent même pas 10 % des types d'exercices. Il y a une nette diminution de l'importance des exercices « oraux » par rapport aux époques d'avant 1923 et d'avant 1956. De plus, lorsqu'on s'attarde d'un peu plus près au contenu de ces exercices, on s'aperçoit qu'il s'agit d'exercices de calcul mental simple, les nombres utilisés ne dépassent jamais les unités de mille, l'accent étant mis sur l'application d'algorithmes sur les opérations de bases. Cette constatation rejoint celle déjà faite par Poirier (1990, p. 10) : « Quant aux manuels scolaires, le calcul mental lié au développement d'habiletés et de procédures basées sur la connaissance des nombres y est à toute fin pratique disparu. » En 1916, les exercices « oraux » variaient : on y retrouvait tantôt du calcul mental raisonné, tantôt des raisonnements sur les nombres et leurs opérations. Les exercices « écrits », quant à eux, dominent les manuels « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994).

Tableau 4.10 Répartition des nombres abstraits et concrets dans les exercices

Exercices\Nombres	Abstrait	Concrets	Total
Oraux	156	12	168
Écrits	817	797	1614
Instrumentaux	54	19	73
Total	1027	828	1855

Nous notons aussi que les exercices « instrumentaux » prennent plus de place que dans le manuel de 1916, 9 exercices contre 73 dans Carrousel. Il faut dire que la calculatrice est maintenant un instrument privilégié pour les calculs[32]. Nous croyons que c'est pour cette raison que les exercices de type « instrumentaux » occupent plus d'importance dans ces manuels par rapport aux autres époques. Dans la section « jogging », l'auteur spécifie les exercices qui doivent être résolus sans calculatrice et ceux qui peuvent être résolus avec la calculatrice (en l'indiquant avec un icône). Il existe aussi des numéros spécifiques où l'élève doit répondre comment fonctionne la calculatrice : « #22 Écris la séquence que tu dois effectuer avec ta calculatrice pour exprimer $\frac{3}{8}$ en un pourcentage. » (Breton, 1994, t. 2, p. 73).

L'importance des nombres abstraits et concrets varie selon le type d'exercices. Nous avons fait ressortir leur pourcentage d'occupation dans les exercices « oraux » (figure 4.50) et dans les exercices « écrits » (figure 4.51)

Tandis que les nombres abstraits dominent dans les exercices « oraux », il y a presque autant de nombres abstraits que de nombres concrets dans les exercices « écrits ».

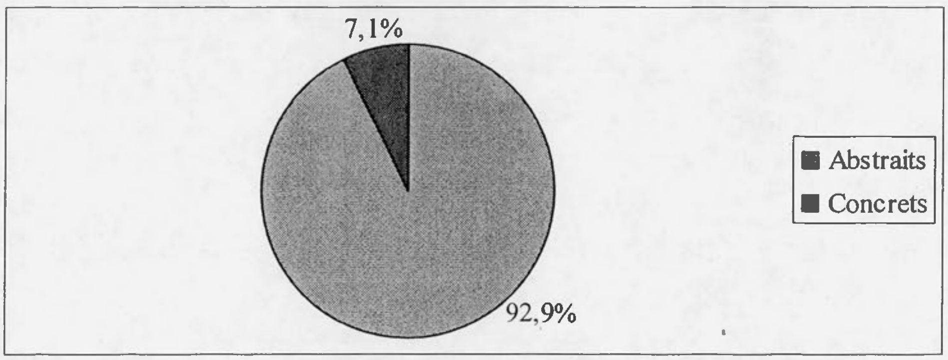


Figure 4.50 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « oraux » des manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

[32] Ici, on est plus dans une utilisation de l'instrument que dans un travail sur la construction et la conception d'un instrument.

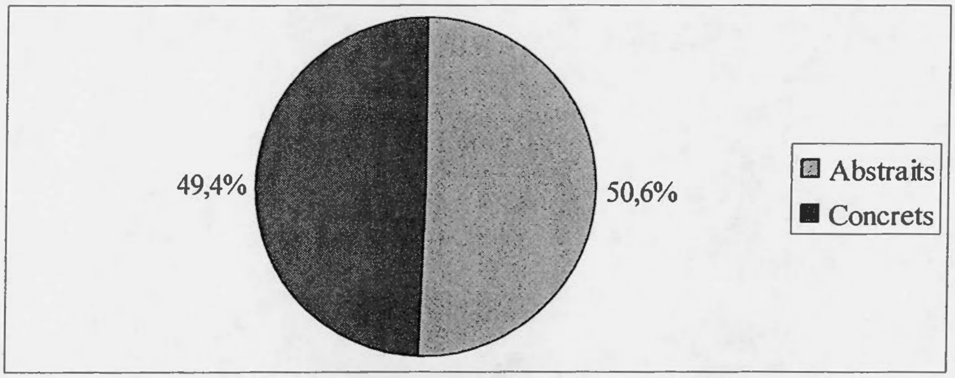


Figure 4.51 Répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » des manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

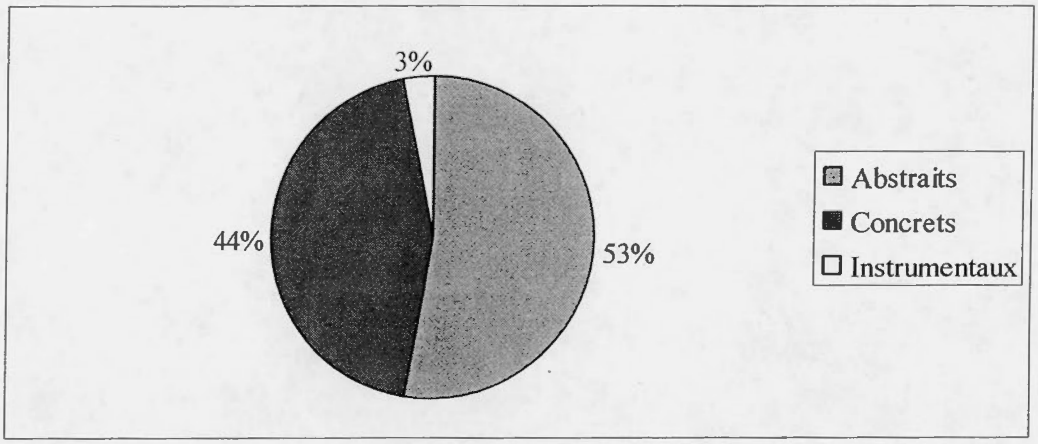


Figure 4.52 La répartition des nombres concrets et abstraits dans les exercices « écrits » et « oraux », et les exercices « instrumentaux » dans les manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994)

Les différents types d'exercices étant considérés ensemble, mis à part les exercices « instrumentaux », l'accent est mis sur les nombres abstraits dans les manuels de la première et deuxième secondaire de la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994) (figure 4.52). Cette figure confirme la place plus importante consacrée aux exercices « instrumentaux » dans ces manuels par rapport aux époques précédents : 0,4 % pour avant 1923 et 3,1 % pour après 1993, une place qui demeure toutefois minime. De plus, nous notons que les nombres abstraits occupent une place plus importante que les nombres concrets, 52,9 % contre 44 %. C'est un renversement par rapport au manuel de 1916 où les nombres concrets étaient utilisés en majeure partie (60,6%).

Ces résultats nous permettent de conclure sur les types d'arithmétiques abordés dans le manuel. Ce que nous avons qualifié d'arithmétique « en soi »[33] (cf. 3.1.5) semble occuper une certaine place à cause de l'importance qui est donnée aux nombres « abstraits ».

Cependant, l'utilisation des nombres concrets suit de près celle des nombres abstraits. Pour cette raison, nous pouvons affirmer qu'il y a aussi présence d'une arithmétique pratique. De plus, la présence d'exercices « instrumentaux » nous informe qu'il existe une arithmétique instrumentale dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994). Un retour sur chacune des sections de l'analyse de ces manuels nous permettra ci-dessous de revenir sur les types d'arithmétique présents dans ces manuels.

À la suite de l'analyse des types d'exercices et des facettes du nombres utilisées (abstraits versus concrets), la finalité qui est associée à l'arithmétique semble à la fois théorique, car l'auteur met l'accent sur les nombres abstraits, et pratique, car la présence des nombres concrets est non négligeable et qu'il y a présence d'exercices utilisant un instrument, dans ce cas ci la calculatrice. Nous y reviendrons plus globalement par la suite.

---

[33] Nous reviendrons sur cette conclusion dans la section 4.3.1.8, car l'ensemble des analyses permet de le voir sous un angle différent.

4.3.1.8 Analyse des types d'arithmétique abordés

À la suite de l'analyse de la section « cours » et de la section « exercices », nous pouvons conclure sur les types d'arithmétique présents dans les deux premiers manuels de la collection « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994).

Le type d'arithmétique le plus présent dans ces manuels est l'arithmétique pratique. Plusieurs éléments appuient cette affirmation. D'abord, les contenus sont principalement orientés vers le travail sur la « Numération, opérations et applications ». On y retrouve aussi plus de place donnée aux exercices qu'à la section « cours ». Le contenu « en lien avec la théorie des nombres », minime, est par ailleurs orienté vers le calcul. L'auteur demande de calculer le PPCM, de trouver le terme manquant de la suite, etc. En ce qui a trait aux types de traitement utilisés, les règles, induites ou données, occupent la majeure partie des traitements (70 %). Pour ce qui est des exercices et des facettes du nombre, nous retrouvons un travail important sur les nombres concrets (44 %). De plus, même si l'auteur utilise les nombres abstraits dans les exercices (53 %), ce travail est orienté vers les opérations et les applications. Tout concourt donc à montrer que le type d'arithmétique abordé est une arithmétique pratique et non théorique.

Toutefois, par rapport au manuel de 1916, il ne s'agit pas de la même pratique. Dans le manuel du début du siècle, l'accent est beaucoup mis sur une arithmétique en lien avec le commerce et la vie quotidienne, des sections entières y sont consacrées; renvoyant à des problèmes, des méthodes, etc. Ce que nous ne retrouvons pas dans « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994). Les contenus en lien avec le commerce disparaissent en grande partie des manuels de la présente époque. Cette arithmétique pratique présente est plutôt orientée vers les calculs. Nous y reviendrons avec les finalités associées à l'arithmétique.

Dans les manuels « Carrousel Mathématique 1 » (Breton, 1993) et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1994), nous retrouvons également une arithmétique « en soi ».

L'auteur présente en effet des contenus en lien avec la théorie des nombres (factorisation, divisibilité, PPCM, PGCD, nombre premier et composé et les suites) et il prend le temps de définir certaines notions mathématiques, même si ceci est fait en synthèse à la fin des itinéraires. Il n'y a jamais de démonstration déductive dans ces manuels. C'est pour cette raison que nous disons qu'il s'agit d'arithmétique « en soi » et non d'une arithmétique théorique (cf. 3.1.5). Cependant, cette arithmétique disparaît en deuxième secondaire, car il n'y a plus de contenus en lien avec la théorie des nombres. D'ailleurs, la place accordée à cette arithmétique est très minime.

Il y a presque autant de pages consacrées à ce type d'arithmétique dans les manuels actuels que dans le manuel de 1916 (15 pages et 14 pages respectivement pour les contenus en lien avec la théorie des nombres). La différence se retrouve davantage dans l'importance accordée aux définitions.

Le dernier type d'arithmétique présent dans les deux manuels d'après 1993 est l'arithmétique instrumentale. L'auteur demande aux élèves d'utiliser la calculatrice dans 3,1 % des exercices. Même si ce pourcentage est petit, il est beaucoup plus important que celui trouvé dans le manuel de 1916 (0,4 %). Nous pouvons donc affirmer que l'arithmétique instrumentale occupe plus de place que dans les époques précédentes.

En ce qui a trait au type d'arithmétique en lien avec le système de numération, nous n'en retrouvons pas dans les manuels « Carrousel Mathématique 1 » et dans « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994). L'auteur utilise seulement le système décimal (et métrique en ce qui a trait aux mesures). Dans le manuel de 1916, nous retrouvions différents système de numération, comme les chiffres romains, ou encore le système de mesures impériales. Ces notions ont disparu dans les manuels actuels.

4.3.1.9 Les finalités associées à l'arithmétique dans le manuel

À la lumière des analyses précédentes, la finalité associée à l'arithmétique dans les manuels « Carrousel Mathématique » (Breton, 1993, 1994) semble d'abord pratique. L'accent est d'abord mis sur les contenus de la catégorie « Numération, opérations et applications ». Les traitements privilégiés sont les règles (induites ou données) et les exercices sont orientés vers le calcul en utilisant des nombres abstraits et concrets. De plus, c'est l'arithmétique pratique qui domine les types d'arithmétique présents dans le manuel. Il s'agit toutefois ici d'une pratique différente de la finalité pratique du manuel de 1916. Dans le manuel du début du siècle, la pratique se voulait en lien avec le commerce et la vie de tous les jours, tandis que dans les manuels de la fin du XX^{e} siècle la pratique concerne plus le calcul que des contenus en lien avec le commerce et la vie quotidienne. Ce constat rejoint celui de Bednarz (2002, p. 157) dans son analyse de l'évolution des programmes d'études au XX^{e} siècle où « la visée pratique des années 1980 (se donner une prise sur le réel) n'a ainsi plus rien à voir avec la visée pratique des années 1904 (gérer la vie au quotidien). »

4.3.2 Analyse des manuels pour la troisième, quatrième et cinquième secondaire

Pour la suite de l'analyse des manuels pour la période d'après 1993, nous avons choisi pour la fin du secondaire, tel que mentionné au début de la section 4.3, le manuel « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96[34]), la collection « Regards Mathématiques » (Breton, Deschênes et Ledoux, 1996-97b[35]; Breton et al., 1997[36]; Breton, Breton et Dufour, 1998[37]), et la collection « Réflexions Mathématiques » (Breton, Deschênes et Ledoux, 1996-97a[38]; Breton et al., 1998-99[39]) (figure 4.53).

---

[34] Manuel de troisième secondaire (cf. 3.2.3).
[35] Manuel de quatrième secondaire, voie régulière (cf. 3.2.3).
[36] Manuel de cinquième secondaire, voie régulière (cf. 3.2.3).
[37] Idem.
[38] Manuel de quatrième secondaire, voie enrichie (cf. 3.2.3).
[39] Manuel de cinquième secondaire, voie régulière (cf. 3.2.3).

Figure 4.53 Pages couvertures des manuels « Carrousel Mathématique 3 » (1995-96), « Regards Mathématiques » (1996-97b, 1997, 1998) et « Réflexions Mathématiques » (1996-97a, 1998-99)

L'analyse de l'arithmétique dans ces manuels sera moins quantifiée que dans les sections précédentes pour les autres manuels, l'arithmétique étant pratiquement absente de ces manuels. Nous ne la retrouvons en effet que sporadiquement à certains endroits, nous n'avons donc pas cru pertinent d'en faire une analyse systématique, à des fins de quantification, sur chacun des aspects de la grille.

4.3.2.1 Analyse du manuel de la troisième secondaire

Pour la troisième secondaire, la présentation des contenus est la même que celles de première et deuxième secondaire, avec les terminologies qui ont changé. Nous les spécifierons au fur et à mesure lorsque le besoin s'en fera sentir.

Les résultats du tableau 4.11 nous montrent que l'arithmétique a pratiquement disparu en troisième secondaire. À peine 3 % des 594 pages lui sont réservées. Les contenus en lien avec la théorie des nombres sont inexistants, et les nouveaux concepts arithmétiques abordés sont en lien avec la catégorie « Numération, opérations et applications ». Les notions arithmétiques que nous retrouvons dans ce manuel se retrouvent dans l'itinéraire 3 « La relation de Pythagore » et dans l'itinéraire 5 « Aire et volume des solides » (figure 4.54). Il s'agit d'un travail fait sur les nombres rationnels et sur les nombres irrationnels, ainsi qu'un travail de conversion de mesures de volume.

Tableau 4.11 Résultats de l'analyse du manuel « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96)

Place occupée par l'arithmétique[40]	3 %			
Contenus	- « En lien avec la théorie des nombres » : 0 page - « Numération, opérations et applications » : 18 pages dont 8 provenant de la section « cours » (Rappel sur les notions vues en secondaire 1 et 2, nombres rationnels, nombres irrationnels, mesures de volume)			
Types de traitement (pour cette partie)	- 3 Présentations par définition - 3 Approches inductives			
Facettes du nombre et types d'exercices	**Exercices \Nombres**	**Abstraits**	**Concrets**	**Total**
	Oraux	44	12	56
	Écrits	116	23	139
	Instrumentaux	4	0	4
	Total	164	35	199

[40] Le format utilisé pour calculer ce pourcentage est le même que précédemment : les pages ayant un format de 24 cm de long sur 16 cm de large, nous avons calculé l'espace occupé par la partie arithmétique en cm, puis ramené ceci en nombre de pages.

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes 4
Avant-propos 5
À l'aube du XXI[e] siècle 8

ITINÉRAIRE 1

Le sens spatial

- Les objets à trois dimensions 8
- Calculab 33
- Les solides 34
- Expo-math 74
- Relations métriques dans les solides 81
- La problématique 84
- Visualisation plus 85
- Problèmes et stratégies 93
- Orientation 94
- La transformation des solides 98
- Mes projets 101
- À la logicomathèque 102
- Leximath 104
- Passeport 1 105

ITINÉRAIRE 2

Les relations

- Notion de relation 110
- Calculab 117
- Description de relations 118
  - Description verbale d'une relation 119
  - Les tables des valeurs 120
  - Les graphiques 122
  - Les règles de relation 124
- Expo-math 142
- Différents types de relations 144
- La problématique 167
- Problèmes et stratégies 168
- Mes projets 169
- À la logicomathèque 170
- Leximath 171
- Passeport 2 172

ITINÉRAIRE 3

La relation de Pythagore

- La relation de Pythagore 176
- Calculab 196
- Relation de Pythagore et plan cartésien 197
- Les nombres rationnels 199
- Les nombres non rationnels 203
- Expo-math 209
- La problématique 211
- Problèmes et stratégies 212
- Mes projets 213
- À la logicomathèque 214
- Leximath 215
- Passeport 3 216

ITINÉRAIRE 4

Le calcul algébrique

- Diverses notations 220
  - La notation exponentielle 220
  - La notation scientifique 230
- Propriétés des exposants 236
- Calculab 246
- Notion de polynômes 247
- Représentation de polynômes à une variable 248
- Addition de polynômes 252
- Soustraction de polynômes 260
- Expo-math 265
- Multiplication de polynômes 267
- La problématique 278
- Division de polynômes 279
- Méli-mélo 282
- Opérations avec plusieurs variables 286
- Problèmes et stratégies 294
- Mes projets 295
- À la logicomathèque 296
- Leximath 297
- Passeport 4 298

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos 5
Signification des pictogrammes 6

Itinéraire 5

Aire et volume des solides

- Notion de volume 8
  Des espaces à mesurer 8
- Calculab 27
- Volume des prismes 28
  À la recherche d'une formule de base 28
- Volume des pyramides 41
  À la recherche d'une formule 41
- La problématique 53
- Volume de la boule 54
  À la recherche d'une formule 54
- Expo-math 60
- Aire des solides 82
  À la recherche d'une formule de base 62
- Problèmes et stratégies 71
- Mesure de solides décomposables 72
  Les solides complexes 72
- Mes projets 78
- À la logicomathèque 79
- Leximath 80
- Passeport 5 81

Itinéraire 6

Les relations linéaires

- Les taux de variation 84
- Calculab 96
- Les règles de relation 97
  Les règles des variations directes 98
  Les règles des variations partielles 112
- Expo-math 128
- Rôle des paramètres dans les équations 130
- La problématique 138
- Équations linéaires et situations 139
- Équation linéaire et résolution de problèmes 142
- Problèmes et stratégies 148
- Mes projets 147
- À la logicomathèque 148
- Leximath 149
- Passeport 6 150

Itinéraire 7

La composition de transformations

- Notion de transformation 154
- Calculab 163
- Propriétés des transformations 164
- Expo-math 178
- Les isométries 180
  Les figures isométriques 180
- La problématique 190
- La composition des isométries 191
  Composer ou faire suivre des isométries 191
- Problèmes et stratégies 204
- Les homothéties 205
- Les similitudes 214
  Les figures semblables 214
  Mes projets 221
  À la logicomathèque 222
  Leximath 223
  Passeport 7 224

Itinéraire 8

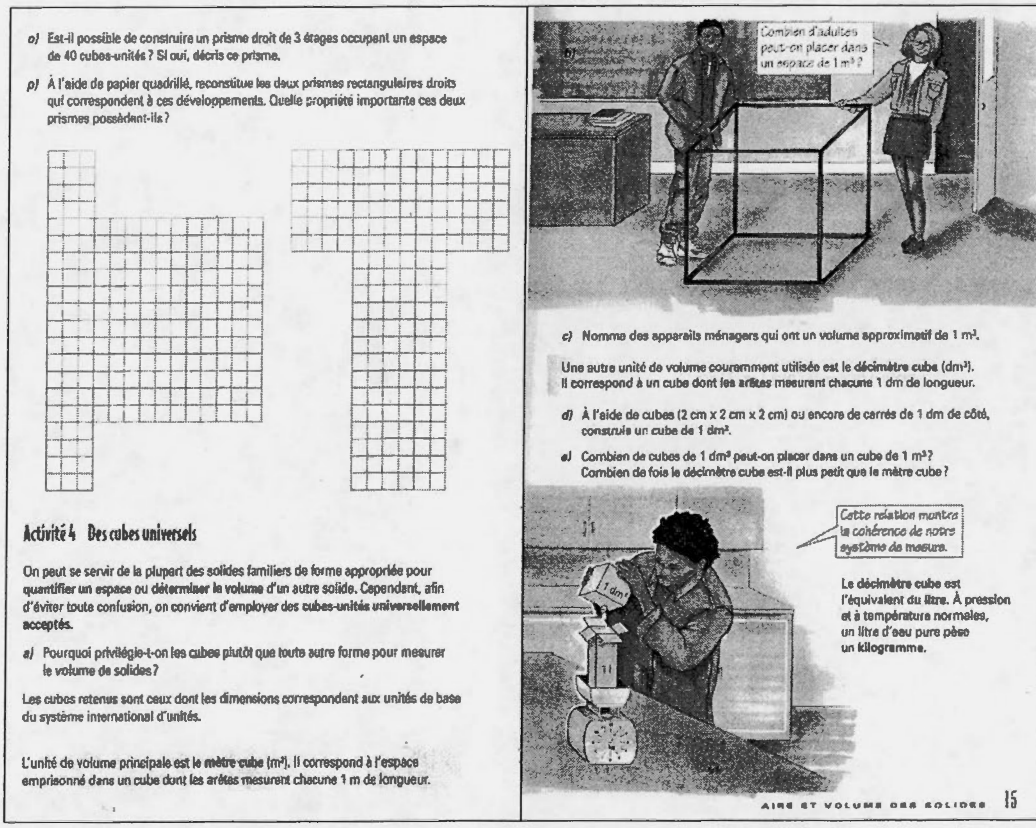
Analyse de données statistiques

- Les données statistiques 230
  Présentation de données 230
- Les différents types de tableaux et de graphiques 232
  Les tableaux et les graphiques 232
- Calculab 243
- Diagrammes pour données regroupées en classes 244
  Diagramme à tige et feuilles et histogramme 244
- Expo-math 251
- Étendue et mode d'une distribution 253
- La moyenne 257
- La problématique 268
- La médiane 269
- Problèmes et stratégies 277
- Analyse d'une distribution 278
  Des données qui parlent 278
- Mes projets 290
- À la logicomathèque 291
- Leximath 292
- Passeport 8 293

Figure 4.54 Table des matières du manuel « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-1996, t.1, p. 3; t.2, p. 3-4)

En ce qui a trait aux nombres rationnels et irrationnels, ils se retrouvent à la suite de la relation de Pythagore. L'auteur y présente les nombres décimaux périodiques, la manière de les transformer en fractions. Par la suite, une section de l'itinéraire porte sur les nombres irrationnels et sur une méthode pour reporter sur une droite numérique les racines carrées irrationnelles. Une fois les irrationnels présentés, l'auteur définit l'ensemble des nombres réels en disant que c'est « l'ensemble contenant tous les nombres rationnels et irrationnels » (Breton et Morand, 1995-96, t.1, p 207).

Pour ce qui est de la notion de mesure de volume, la partie arithmétique de cet itinéraire consiste à présenter le fonctionnement du système métrique de mesures de volume (figure 4.55).


o) Est-il possible de construire un prisme droit de 3 étages occupant un espace de 40 cubes-unités ? Si oui, décris ce prisme.

p) À l'aide de papier quadrillé, reconstitue les deux prismes rectangulaires droits qui correspondent à ces développements. Quelle propriété importante ces deux prismes possèdent-ils ?

Activité 4 Des cubes universels

On peut se servir de la plupart des solides familiers de forme appropriée pour quantifier un espace ou **déterminer le volume** d'un autre solide. Cependant, afin d'éviter toute confusion, on convient d'employer des **cubes-unités universellement acceptés**.

a) Pourquoi privilégie-t-on les cubes plutôt que toute autre forme pour mesurer le volume de solides ?

Les cubes retenus sont ceux dont les dimensions correspondent aux unités de base du système international d'unités.

L'unité de volume principale est le **mètre cube** (m^3). Il correspond à l'espace emprisonné dans un cube dont les arêtes mesurent chacune 1 m de longueur.

b)

c) Nomme des appareils ménagers qui ont un volume approximatif de 1 m^3.

Une autre unité de volume couramment utilisée est le **décimètre cube** (dm^3). Il correspond à un cube dont les arêtes mesurent chacune 1 dm de longueur.

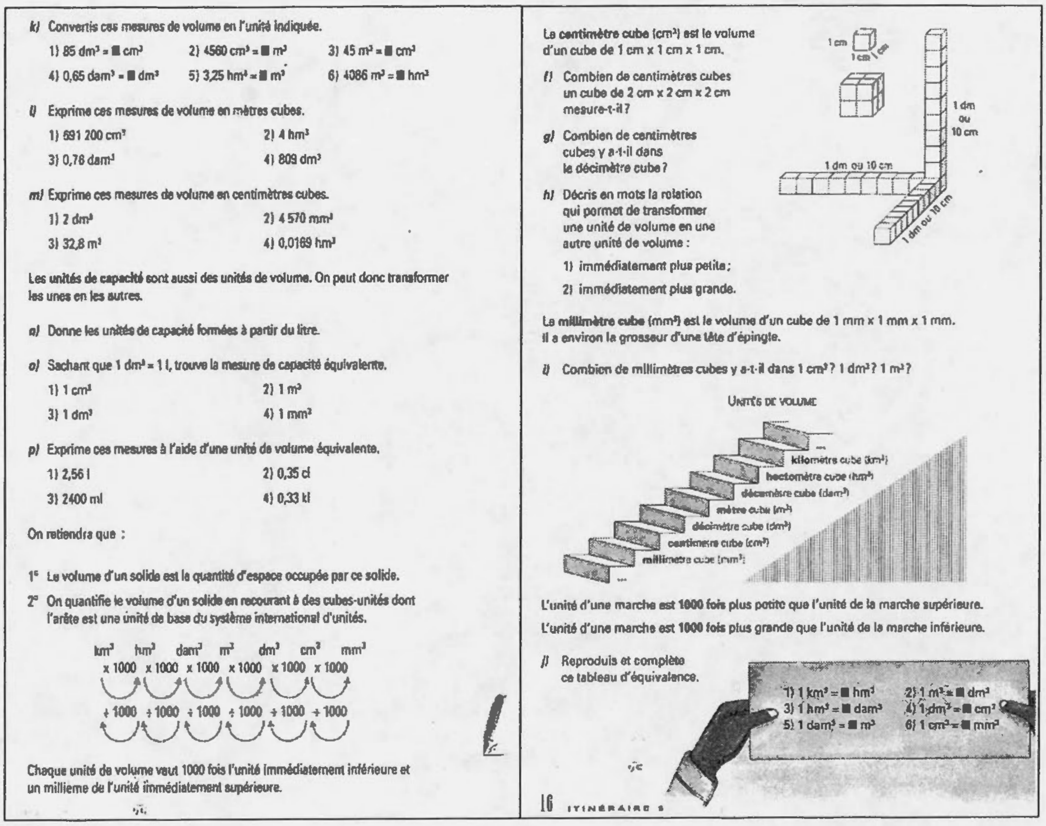
d) À l'aide de cubes (2 cm x 2 cm x 2 cm) ou encore de carrés de 1 dm de côté, construis un cube de 1 dm^3.

e) Combien de cubes de 1 dm^3 peut-on placer dans un cube de 1 m^3 ? Combien de fois le décimètre cube est-il plus petit que le mètre cube ?

Le décimètre cube est l'équivalent du **litre**. À pression et à température normales, un litre d'eau pure pèse **un kilogramme**.

AIRE ET VOLUME DES SOLIDES 15

Figure 4.55 La notion de volume de la section « cours » dans « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96, t.2, p. 14-15)



k) Convertis ces mesures de volume en l'unité indiquée.

1) 85 dm^3 = ■ cm^3 2) 4560 cm^3 = ■ m^3 3) 45 m^3 = ■ cm^3

4) 0,65 dam^3 = ■ dm^3 5) 3,25 hm^3 = ■ m^3 6) 4086 m^3 = ■ hm^3

l) Exprime ces mesures de volume en mètres cubes.

1) 691 200 cm^3 2) 4 hm^3

3) 0,76 dam^3 4) 809 dm^3

m) Exprime ces mesures de volume en centimètres cubes.

1) 2 dm^3 2) 4 570 mm^3

3) 32,8 m^3 4) 0,0169 hm^3

Les unités de capacité sont aussi des unités de volume. On peut donc transformer les unes en les autres.

n) Donne les unités de capacité formées à partir du litre.

o) Sachant que 1 dm^3 = 1 l, trouve la mesure de capacité équivalente.

1) 1 cm^3 2) 1 m^3

3) 1 dm^3 4) 1 mm^3

p) Exprime ces mesures à l'aide d'une unité de volume équivalente.

1) 2,56 l 2) 0,35 cl

3) 2400 ml 4) 0,33 kl

On retiendra que :

1° Le volume d'un solide est la quantité d'espace occupée par ce solide.

2° On quantifie le volume d'un solide en recourant à des cubes-unités dont l'arête est une unité de base du système international d'unités.

km^3 hm^3 dam^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3

x 1000 x 1000 x 1000 x 1000 x 1000 x 1000

÷ 1000 ÷ 1000 ÷ 1000 ÷ 1000 ÷ 1000 ÷ 1000

Chaque unité de volume vaut 1000 fois l'unité immédiatement inférieure et un millieme de l'unité immédiatement supérieure.

Le **centimètre cube** (cm^3) est le volume d'un cube de 1 cm x 1 cm x 1 cm.

f) Combien de centimètres cubes un cube de 2 cm x 2 cm x 2 cm mesure-t-il ?

g) Combien de centimètres cubes y a-t-il dans le décimètre cube ?

h) Décris en mots la relation qui permet de transformer une unité de volume en une autre unité de volume :

1) immédiatement plus petite ;

2) immédiatement plus grande.

Le **millimètre cube** (mm^3) est le volume d'un cube de 1 mm x 1 mm x 1 mm. Il a environ la grosseur d'une tête d'épingle.

i) Combien de millimètres cubes y a-t-il dans 1 cm^3 ? 1 dm^3 ? 1 m^3 ?

UNITÉS DE VOLUME

L'unité d'une marche est **1000 fois** plus petite que l'unité de la marche supérieure.

L'unité d'une marche est **1000 fois** plus grande que l'unité de la marche inférieure.

j) Reproduis et complète ce tableau d'équivalence.

1) 1 km^3 = ■ hm^3 2) 1 m^3 = ■ dm^3
3) 1 hm^3 = ■ dam^3 4) 1 dm^3 = ■ cm^3
5) 1 dam^3 = ■ m^3 6) 1 cm^3 = ■ mm^3

16 ITINÉRAIRE 3

Figure 4.55 (suite) La notion de volume de la section « cours » dans « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96, t.2, p. 16-17)

Les types de traitement utilisés dans ce manuel sont des présentations par définition (3) qui se retrouvent dans le plan « leximath »[41] des itinéraires 3 et 5, et des approches inductives (3), semblable à celles qu'on retrouvait en première et deuxième secondaire, se retrouvant dans le plan « pictogramme »[42]

[41] Il s'agit du même plan que « Débarcadère » de « Carrousel Mathématique 1 et 2 » (Breton, 1993, 1994) (cf. 4.3.1.1), sauf qu'il prend cette terminologie dans le manuel présentement analysé.

[42] Terminologie utilisée dans ce manuel pour le plan « étoile rouge » du manuel de deuxième secondaire (cf. 4.3.1.1).

L'arithmétique que nous retrouvons ailleurs dans le manuel se situe principalement dans le plan « Calculab » qui se veut être la même chose que « escale méninges » des manuels analysés précédemment (cf. 4.3.1.1). Il s'agit d'exercices qui rappellent les notions arithmétiques vues en première et en deuxième secondaire. Il n'y a pas de rappel sur le contenu théorique, l'élève doit répondre aux questions posées (figure 4.56). Les plans « Calculab » se retrouvent dans chacun des itinéraires, mais leurs contenus ne sont pas en lien avec ceux présentés dans l'itinéraire. Par exemple, dans la figure 4.56, ce « Calculab » se retrouve dans l'itinéraire 4 « Le calcul algébrique » tandis que les questions posées dans ce « Calculab » sont plus en lien avec la notation scientifique, notion qui est vue en première secondaire. Les questions posées dans les « Calculab » sont des exercices « oraux ». Les 56 exercices « oraux » du tableau 4.11 se situent dans ce plan du manuel. La plupart de ces questions utilisent des nombres abstraits. Il s'agit d'ailleurs le plus souvent de calcul mental et d'estimation. L'auteur travaille cette composante du calcul mental sur des nombres abstraits. Les 139 exercices écrits, quant à eux, se situent dans le plan « Jogging » à la suite des contenus arithmétiques qu'on retrouve dans ce manuel. Quand l'auteur travaille dans ces exercices sur les nombres rationnels et irrationnels, il le fait surtout avec des nombres abstraits. Les nombres concrets des exercices écrits se retrouvent principalement dans l'itinéraire 5, à l'intérieur de la notion de volume.

À travers ces exercices écrits, l'auteur demande à l'élève à quatre reprises d'utiliser la calculatrice. D'où la présence aussi d'exercices instrumentaux.

Calculab

1. Est-ce que $2 \times 10^2 + 3 \times 10^3 = 5 \times 10^5$? Justifie ta réponse.
2. Est-ce que $2 \times 10^3 + 4 \times 10^3 = 6 \times 10^3$? Justifie ta réponse.
3. Comment écrirait-on les nombres suivants en notation scientifique ?

   a) 1 % *b)* $\frac{3}{4}$ *c)* $\sqrt{2}$ *d)* −189 678

   ••••••••••••••••••••••••••

4. Calcule mentalement le résultat.

   a) 3×10^3 *b)* 6×10^5 *c)* 4×10^{-2} *d)* 6×10^{-1} *e)* $3{,}2 \times 10^4$

   f) $4{,}35 \times 10^2$ *g)* $1{,}8 \times 10^{-2}$ *h)* $2{,}5 \times 10^4$ *i)* $8{,}24 \times 10^{-2}$ *j)* $8{,}45 \times 10^5$

5. Calcule mentalement.

   a) $2 \times 10^3 + 2 \times 10^2$ *b)* $8 \times 10^4 - 5 \times 10^3$

   c) $5 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 1 \times 10$ *d)* $8 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

6. Calcule mentalement le résultat en notation scientifique.

   a) $(2 \times 10^5) \times (6 \times 10^3)$ *b)* $(3 \times 10^{-2}) \times (6 \times 10^{-2})$ *c)* $(4 \times 10^5) \times (5 \times 10^{-3})$

   d) $(6 \times 10^{-4}) \times (5 \times 10^{-1})$ *e)* $(2 \times 10^3) \times (8 \times 10^4)$ *f)* $(2 \times 10^{-5}) \times (5 \times 10^3)$

   ••••••••••••••••••••••••••

7. La notation scientifique est très utile pour estimer le résultat de multiplications et de divisions.

   $$\frac{6\,082 \times 48\,342}{504\,832} \approx \frac{6 \times 10^3 \times 5 \times 10^4}{5 \times 10^5} = \frac{30 \times 10^7}{5 \times 10^5} = 6 \times 10^2$$

   Estime le résultat de chacune de ces expressions en passant par la notation scientifique.

   a) $\frac{20\,684 \times 442}{7\,832}$ *b)* $\frac{20\,684 \times 0{,}0342}{4\,832}$

   c) $\frac{54\,685 \times 5\,242 \times 0{,}0041}{718\,324 \times 0{,}02}$ *d)* $\frac{0{,}003 \times 51\,235 \times 0{,}0061}{0{,}000\,23 \times 98\,339 \times 0{,}002}$

8. Estime la réponse attendue pour chacun de ces problèmes.

   a) La race humaine que nous connaissons présentement existe depuis environ 50 000 ans, ce qui représente environ 1 500 générations. De ce nombre, environ 1 200 ont vécu dans les cavernes. Pendant combien d'années environ la race humaine a-t-elle vécu dans les cavernes ?

   b) Winston Churchill, homme politique britannique, a dirigé la Grande-Bretagne en guerre contre l'Allemagne entre 1939 et 1945. Il a fumé plus de 300 000 cigares au cours des 70 dernières années de sa vie. Combien de cigares Churchill fumait-il environ par jour ?

Figure 4.56 Exemple d'un plan « Calculab » dans « Carrousel Mathématique 3 » (Breton et Morand, 1995-96, t.1, p. 246)

L'arithmétique a donc presque disparu du manuel de troisième secondaire (3 % à peine). Elle se retrouve à l'intérieur d'itinéraires à orientation géométrique (dans l'itinéraire 3 « La relation de Pythagore » et dans l'itinéraire 5 « Aire et volume des solides »). Nous la trouvons aussi sporadiquement à l'intérieur d'autres itinéraires dans le plan « Calculab », mais il s'agit seulement d'exercices qui rappellent les notions vues en première et deuxième secondaire. Si elle intervient, elle est donc là à titre d'outil. Nous verrons maintenant ce qu'il en est pour la quatrième et la cinquième secondaire.

4.3.2.2 Analyse des manuels de la quatrième et de la cinquième secondaire

Pour l'analyse de l'arithmétique en quatrième et cinquième secondaire, nous avons regroupé les deux dernières années du secondaire et pris en compte la voie enrichie et régulière, nous ne retrouvions en effet plus suffisamment d'arithmétique pour en faire une analyse particulière à chaque manuel. L'arithmétique a pour ainsi dire disparu des manuels scolaires à ces niveaux, ce qui ne nous surprend pas réellement, car nous en avions déjà fait part lors de la problématique (cf. 1.3.1).

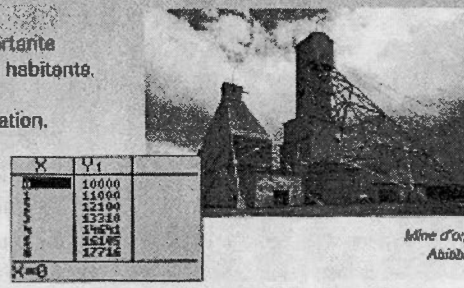
Par contre, l'analyse des manuels de la collection « Regards Mathématiques » (Breton et al., 1996-97b, 1997, 1998) (secteur régulier de la quatrième et cinquième secondaire), et des manuels de la collection « Réflexions Mathématiques » (Breton et al., 1996-97a, 1998-99) (secteur enrichi de la quatrième et cinquième secondaire) nous a permis de faire ressortir certaines caractéristiques de l'arithmétique.

Nous considérons d'abord la quatrième et cinquième secondaire du secteur régulier. En observant attentivement la table des matières de la quatrième secondaire (Appendice A.1) et celle de la cinquième secondaire (Appendice A.2), le seul endroit où il semble y avoir un contenu arithmétique est dans la section « Regard 1, sujet 3, Les variations exponentielles ». Le contenu porte sur les exposants entiers et fractionnaires. Ces notions sont introduites dans le cadre de l'étude des variations exponentielles. L'auteur demande aux élèves de travailler avec leur calculatrice graphique pour trouver la valeur des nombres à exposants entiers ou fractionnaires (figure 4.57).

DES EXPOSANTS FRACTIONNAIRES

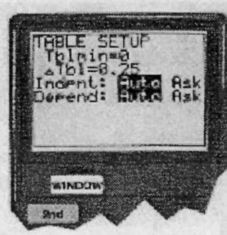
La ruée vers l'or

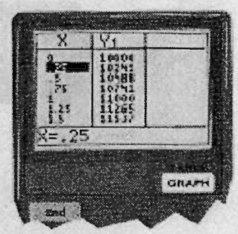
Des prospecteurs ont découvert une importante mine d'or près d'une petite ville de 10 000 habitants. Les autorités municipales prévoient une augmentation de 10 % par an de la population. Chaque jour, la petite ville reçoit de nouveaux arrivants. Voici les prévisions établies pour les prochaines années :



Mine d'or, Abitibi

Temps		Population
0	↦	$10000 \times (1,1)^0$
1	↦	$10000 \times (1,1)^1$
2	↦	$10000 \times (1,1)^2$
3	↦	$10000 \times (1,1)^3$
...	↦	...
x	↦	$10000 \times (1,1)^x$





Les autorités ont cependant besoin de connaître l'accroissement de la population au cours des prochains mois.

a) Quelle sera la population de la ville dans :

1) 3 mois? 2) 6 mois? 3) 9 mois? 4) 15 mois?

Il est donc normal qu'une base affectée ici d'un exposant fractionnaire corresponde à une valeur réelle.

b) À l'aide d'une calculatrice, calcule la valeur de chaque expression.

1) $9^{\frac{1}{2}}$ 2) $25^{\frac{1}{2}}$ 3) $64^{\frac{1}{2}}$ 4) $100^{\frac{1}{2}}$

c) Quelle conclusion t'inspirent ces calculs?

Cette conclusion s'applique-t-elle à d'autres nombres?

d) À l'aide d'une calculatrice, calcule la valeur de chaque expression et détermine si le résultat correspond bien à l'extraction de la racine carrée de la base.

1) $20^{\frac{1}{2}}$ 2) $40^{\frac{1}{2}}$ 3) $72^{\frac{1}{2}}$ 4) $200^{\frac{1}{2}}$

e) Quelle devrait être la signification de l'exposant $^1/_3$? Formule une conjecture et vérifie-la en évaluant les expressions suivantes à l'aide de ta calculatrice.

1) $8^{\frac{1}{3}}$ 2) $27^{\frac{1}{3}}$ 3) $125^{\frac{1}{3}}$ 4) $1000^{\frac{1}{3}}$

f) Que peut vouloir dire l'exposant $^2/_3$? Pour t'aider dans tes conjectures, on t'informe que $8^{\frac{2}{3}} = 4$.

> VRAI? FAUX?
>
> *Une conjecture, c'est un énoncé qu'on pense vrai.*

g) À l'aide d'une calculatrice, calcule la valeur de chaque expression.

1) $7^{\frac{2}{3}}$ 2) $12^{\frac{3}{4}}$ 3) $20^{\frac{4}{5}}$ 4) $24^{\frac{3}{2}}$

Figure 4.57 Exemple du travail fait sur les exposants fractionnaires dans « Regards Mathématiques 416 » (Breton et al., 1996-1997b, t.1, p. 52-53)

Le traitement que l'auteur utilise dans ce qui précède est l'approche inductive : à partir d'une situation d'introduction et de questions sur celle-ci, puis d'exemples, on demande à l'élève de formuler une conjecture. On retrouve donc bien là les caractéristiques d'une approche inductive, telle que nous l'avons vu précédemment. L'auteur procède d'une manière similaire pour les exposants entiers. Il s'agit des seuls contenus arithmétiques abordés en quatrième secondaire. En cinquième secondaire, nous n'en retrouvons qu'à un seul endroit, et c'est dans une capsule historique où l'auteur présente Sofia Kovalevskaïa et les suites sur lesquelles elle a travaillé (figure 4.58).

Nous ne retrouvons pas d'autre contenu arithmétique dans le manuel de cinquième secondaire et celui mentionné précédemment réfère plus à une information sur une mathématicienne qu'à un travail sur les suites de Kovalevskaïa.

Figure 4.58 Capsule historique dans « Regards Mathématiques 514 » (Breton, Breton et Dufour, 1998, p. 217-218)

Nous retrouvons toutefois différents exercices arithmétiques un peu partout dans les deux manuels, dans le « plan » que l'auteur appelle « Maîtrise » (cf. Appendice A.1 1 et A.2). Il s'agit d'un répertoire d'exercices/de problèmes se situant à la fin d'un sujet d'un « itinéraire[43] » où les élèves pratiquent des notions abordées précédemment. À l'intérieur de ces exercices, l'auteur insère des exercices arithmétiques qui n'ont pas directement un lien avec la notion présentée. Par exemple, à la suite de la section sur les variations, les quatre premières questions portent sur un travail sur les nombres (comparaison, calcul mental, estimation, trouver les facteurs de -12) :

1 Dans chaque cas, quel nombre est le plus grand ?

a) $\frac{4}{7}\,ou\,\frac{19}{40}$ **b)** $0{,}34\;ou\;\frac{33}{99}$ **c)** 0,27 ou 27 % ou $\frac{3}{11}$

2 Donne au moins deux paires de facteurs dont le produit est -12.

3 Trouve une stratégie et évalue mentalement les expressions suivantes.

a) $45 + 73 + 55$ **b)** 20×36 **c)** $656 \div 8$ **d)** $249 - 183$

4 Estime le résultat.

a) 97^2 **b)** $\frac{8\times 27}{9\times 47}$ **c)** $16\,287 \div 409$ **d)** $\frac{3}{4}\times 2825$

(Breton et al., 1996-97b, t.1, p. 20)

Nous retrouvons ce type d'exercices de manière toutefois minime dans chacun des plans « Maîtrise » des manuels de la collection « Regards Mathématiques » (Breton et al., 1996-97b, 1997, 1998) : 59 exercices de ce type en quatrième secondaire et 27 exercices en cinquième secondaire. Dans les deux cas, environ un cinquième de ces exercices arithmétiques utilisent des nombres concrets, dans la plupart des cas, le travail se fait sur des nombres abstraits.

À la lumière de ce qui précède, nous voyons donc que l'arithmétique a pratiquement disparu de la voie régulière à la fin du secondaire. Nous y retrouvons peu d'exercices, et ces exercices sont le plus souvent un rappel des notions vues dans les années antérieures et n'ont pas nécessairement de lien avec le contenu enseigné dans la section où ils se trouvent.

---

[43] La terminologie utilisée en secondaire cinq est « Regard » (cf. Appendice B).

Le même portrait ressort de l'analyse de la voie enrichie de la quatrième et cinquième secondaire.

En jetant un premier coup d'œil à la table des matières de ces manuels (cf. Appendice A.3 et Appendice A.4), certains contenus semblent être des contenus arithmétiques. Il s'agit du sujet 1 « Notion d'exposant », du sujet 2 « Lois des exposants »et du sujet 3 « Les Radicaux », dans le plan « Réflexion 2[44] » du manuel « Réflexions Mathématiques 436 » (Breton et al., 1996-97a). Cependant, lorsque nous regardons plus attentivement ces contenus abordés dans le manuel, nous nous apercevons que ces notions sont traitées algébriquement (figure 4. 59).

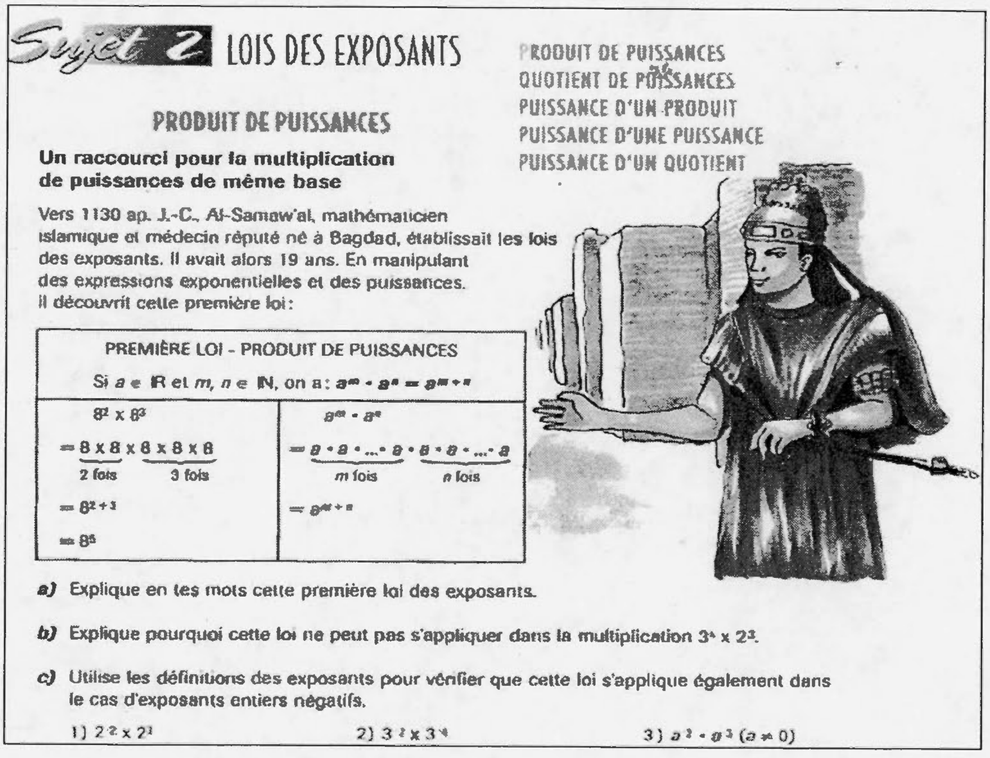


Figure 4.59 Les lois des exposants traitées algébriquement dans « Réflexions Mathématiques 426) (Breton et al. 1996-97a, t.1, p. 101)

[44] La terminologie « itinéraire » utilisée dans les manuels de la collection « Carrousel Mathématique » est remplacée par « Réflexion » dans les manuels de la collection « Réflexions Mathématiques » (Breton et al. 1996-97a, 1998-99)

Ainsi, même s'il semble y avoir des notions arithmétiques dans le manuel « Réflexions Mathématiques 436 », selon notre tableau 3.1 (cf. Chapitre III), ces contenus sont traités algébriquement, l'auteur cherche à faire ressortir la généralisation d'une certaine loi, sa symbolisation…

Il se produit le même phénomène dans le manuel de cinquième secondaire. Certains contenus, telle la notion de racine carrée (sujet 7, réflexion 1, cf. Appendice A.4); d'exposant, de base naturelle (sujet 1, réflexion 4, cf. Appendice A.4); les lois des logarithmes (sujet 2, réflexion 4, cf. Appendice A.4) peuvent faire partie de l'arithmétique selon notre tableau 3.1. Cependant, ces notions sont aussi traitées de façon algébrique. La figure 4.60 en donne un exemple.

LOIS DES LOGARITHMES

Simplification des calculs astronomiques

À la fin du XVIe siècle, les calculs numériques longs et pénibles freinaient le progrès scientifique. Préoccupé par ce problème, le mathématicien John Napier concentra toutes ses énergies à l'élaboration de méthodes susceptibles de simplifier les calculs fastidieux. Ses recherches aboutirent au développement de tables logarithmiques. Ce travail lui demanda près de 20 ans et eut un impact considérable sur les calculs en mathématique.

À notre tour, en 20 minutes, on va découvrir les propriétés des logarithmes.

John Napier (1550-1617)

LOI FONDAMENTALE

a) Justifie cette propriété fondamentale :

$$c^{\log_c m} = m \text{ où } m \text{ et } c \in \mathbb{R}_+^* \text{ et } c \neq 1$$

LOI DU LOGARITHME D'UN PRODUIT

b) En utilisant les logarithmes du tableau ci-contre, détermine le lien existant entre log 4, log 8 et log 32.

log 2 ≈ 0,301 03	log 16 ≈ 1,204 12
log 4 ≈ 0,602 06	log 32 ≈ 1,505 15
log 8 ≈ 0,903 09	log 64 ≈ 1,806 18

log 32 = log (4 × 8)

log 32 = log 4 [redacted] log 8

c) De la même façon, exprime log 64 à l'aide de :

1) log 2 et log 32; 2) log 4 et log 16; 3) log 2, log 4 et log 8.

d) Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux?

```
F1     F2▾      F3▾  F4▾   F5     F6
▾ ←  Algebra  Calc Other PrgmIO Clear a-z...
1) ■ log(21) = log(3)·log(7)        [redacted]
2) ■ ln(15) = ln(3) + ln(5)         [redacted]
3) ■ log(15) = log(3) + ln(5)       [redacted]
4) ■ log(2.5) = log(5) + log(.5)    [redacted]
MAIN      DEG AUTO      FUNC
```

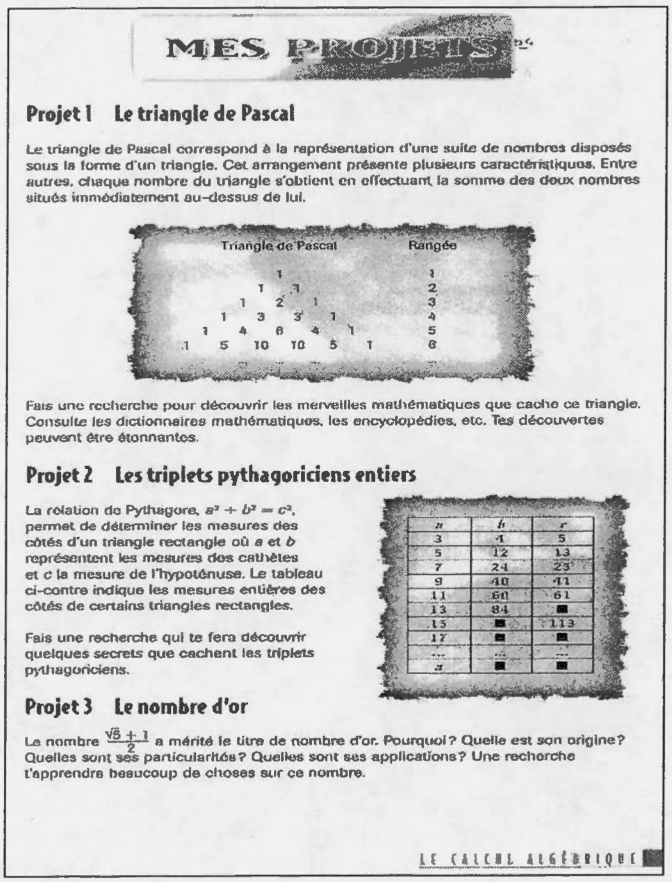
L'analyse numérique de tous les cas précédents permet de vérifier que le logarithme d'un produit de facteurs strictement positifs est égal à la somme des logarithmes de chacun de ces facteurs. Algébriquement, la **loi du logarithme d'un produit** se traduit ainsi :

$$\log_c mn = \log_c m + \log_c n \text{ où } m, n, c \in \mathbb{R}_+^* \text{ et } c \neq 1$$

Figure 4.60 Les lois des logarithmes abordées algébriquement dans « Réflexions Mathématiques 536 » (Breton et al., 1998-99, t.1, p. 393)

Ici encore, l'auteur cherche à généraliser certaines lois. C'est pour cette raison que nous n'avons pas classé ces notions en arithmétique.

Il n'y a que deux endroits où nous retrouvons de l'arithmétique dans ces manuels : dans le cadre de projets où les élèves doivent faire une recherche sur différents concepts associés à l'arithmétique (le triangle de Pascal, les triplets pythagoriciens et le nombre d'or, figure 4.61) et dans une capsule historique où les auteurs parlent de Pascal et du triangle de Pascal (figure 4.62).



MES PROJETS

Projet 1 Le triangle de Pascal

Le triangle de Pascal correspond à la représentation d'une suite de nombres disposés sous la forme d'un triangle. Cet arrangement présente plusieurs caractéristiques. Entre autres, chaque nombre du triangle s'obtient en effectuant la somme des deux nombres situés immédiatement au-dessus de lui.

Fais une recherche pour découvrir les merveilles mathématiques que cache ce triangle. Consulte les dictionnaires mathématiques, les encyclopédies, etc. Tes découvertes peuvent être étonnantes.

Projet 2 Les triplets pythagoriciens entiers

La relation de Pythagore, $a^2 + b^2 = c^2$, permet de déterminer les mesures des côtés d'un triangle rectangle où a et b représentent les mesures des cathètes et c la mesure de l'hypoténuse. Le tableau ci-contre indique les mesures entières des côtés de certains triangles rectangles.

Fais une recherche qui te fera découvrir quelques secrets que cachent les triplets pythagoriciens.

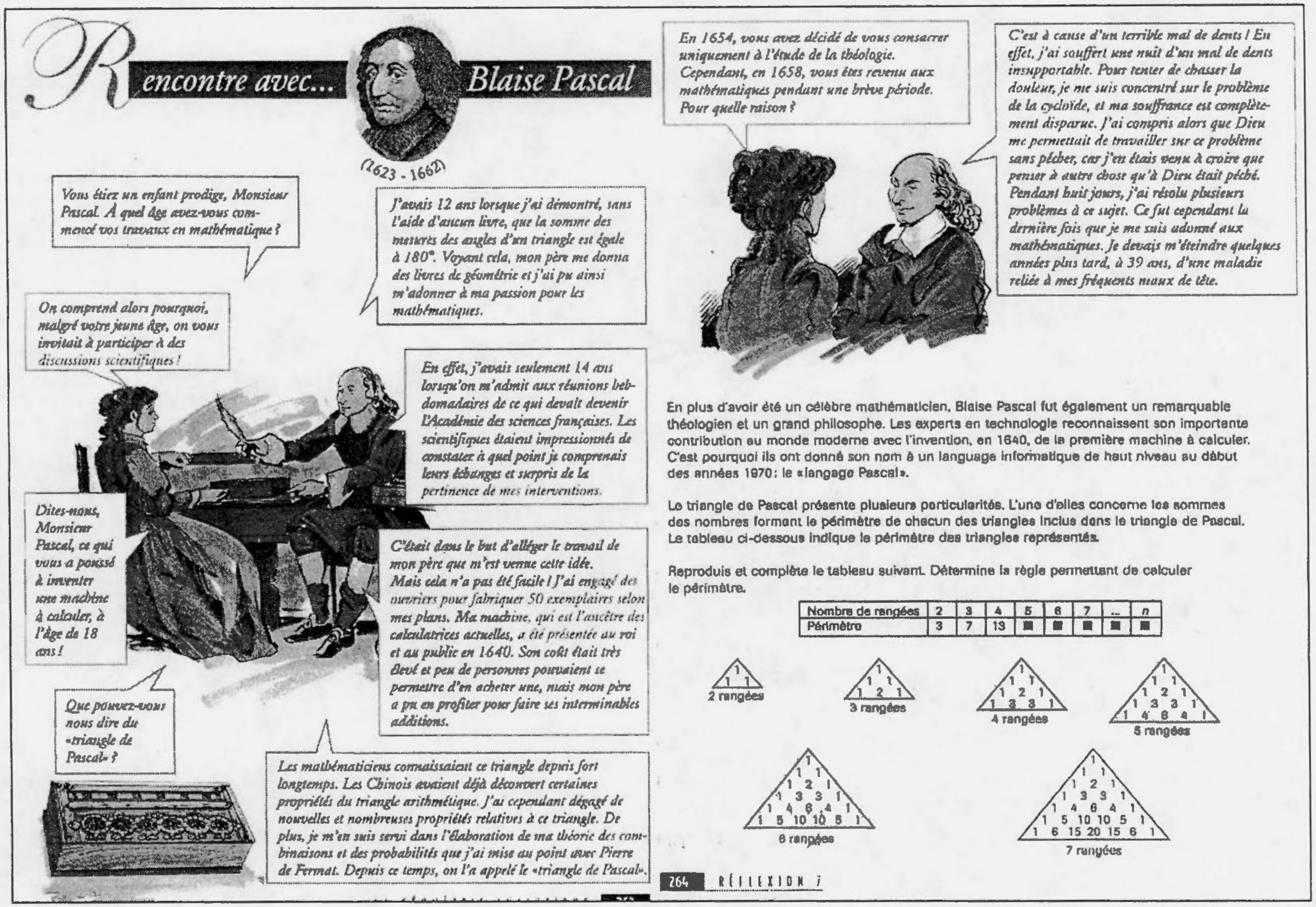
a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	24	23
9	40	41
11	60	61
13	84	■
15	■	113
17	■	■
...	...	...
x	■	■

Projet 3 Le nombre d'or

Le nombre $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ a mérité le titre de nombre d'or. Pourquoi? Quelle est son origine? Quelles sont ses particularités? Quelles sont ses applications? Une recherche t'apprendra beaucoup de choses sur ce nombre.

LE CALCUL ALGÉBRIQUE

Figure 4.61 Projets de recherche à faire dans le manuel « Réflexions Mathématiques 436 » (Breton et al., 1996-97a, t. 1, p. 165)



Rencontre avec... Blaise Pascal

(1623 - 1662)

Vous étiez un enfant prodige, Monsieur Pascal. À quel âge avez-vous commencé vos travaux en mathématique ?

J'avais 12 ans lorsque j'ai démontré, sans l'aide d'aucun livre, que la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. Voyant cela, mon père me donna des livres de géométrie et j'ai pu ainsi m'adonner à ma passion pour les mathématiques.

On comprend alors pourquoi, malgré votre jeune âge, on vous invitait à participer à des discussions scientifiques !

En effet, j'avais seulement 14 ans lorsqu'on m'admit aux réunions hebdomadaires de ce qui devait devenir l'Académie des sciences françaises. Les scientifiques étaient impressionnés de constater à quel point je comprenais leurs échanges et surpris de la pertinence de mes interventions.

Dites-nous, Monsieur Pascal, ce qui vous a poussé à inventer une machine à calculer, à l'âge de 18 ans !

C'était dans le but d'alléger le travail de mon père que m'est venue cette idée. Mais cela n'a pas été facile ! J'ai engagé des ouvriers pour fabriquer 50 exemplaires selon mes plans. Ma machine, qui est l'ancêtre des calculatrices actuelles, a été présentée au roi et au public en 1640. Son coût était très élevé et peu de personnes pouvaient se permettre d'en acheter une, mais mon père a pu en profiter pour faire ses interminables additions.

Que pouvez-vous nous dire du «triangle de Pascal» ?

Les mathématiciens connaissaient ce triangle depuis fort longtemps. Les Chinois avaient déjà découvert certaines propriétés du triangle arithmétique. J'ai cependant dégagé de nouvelles et nombreuses propriétés relatives à ce triangle. De plus, je m'en suis servi dans l'élaboration de ma théorie des combinaisons et des probabilités que j'ai mise au point avec Pierre de Fermat. Depuis ce temps, on l'a appelé le «triangle de Pascal».

En 1654, vous avez décidé de vous consacrer uniquement à l'étude de la théologie. Cependant, en 1658, vous êtes revenu aux mathématiques pendant une brève période. Pour quelle raison ?

C'est à cause d'un terrible mal de dents ! En effet, j'ai souffert une nuit d'un mal de dents insupportable. Pour tenter de chasser la douleur, je me suis concentré sur le problème de la cycloïde, et ma souffrance est complètement disparue. J'ai compris alors que Dieu me permettait de travailler sur ce problème sans pécher, car j'en étais venu à croire que penser à autre chose qu'à Dieu était péché. Pendant huit jours, j'ai résolu plusieurs problèmes à ce sujet. Ce fut cependant la dernière fois que je me suis adonné aux mathématiques. Je devais m'éteindre quelques années plus tard, à 39 ans, d'une maladie reliée à mes fréquents maux de tête.

En plus d'avoir été un célèbre mathématicien, Blaise Pascal fut également un remarquable théologien et un grand philosophe. Les experts en technologie reconnaissent son importante contribution au monde moderne avec l'invention, en 1640, de la première machine à calculer. C'est pourquoi ils ont donné son nom à un language informatique de haut niveau au début des années 1970 : le «langage Pascal».

Le triangle de Pascal présente plusieurs particularités. L'une d'elles concerne les sommes des nombres formant le périmètre de chacun des triangles inclus dans le triangle de Pascal. Le tableau ci-dessous indique le périmètre des triangles représentés.

Reproduis et complète le tableau suivant. Détermine la règle permettant de calculer le périmètre.

Nombre de rangées	2	3	4	5	6	7	...	n
Périmètre	3	7	13	■	■	■	■	■

264 RÉFLEXION 7

Figure 4.62 Capsule historique sur Blaise Pascal dans « Réflexions Mathématiques 436 » (Breton et al., 1996-97a, t.2, p. 263-264)

Ces deux endroits se situent dans le manuel de quatrième secondaire. En cinquième, il n'y en a pas du tout. Dans le programme enrichi, l'arithmétique a donc complètement disparu, en quatrième et cinquième secondaire, les notions qui pourraient se trouver en arithmétique sont traitées algébriquement et la seule arithmétique que nous y retrouvons est dans les capsules historiques ou projets qui servent plus à enrichir les connaissances générales que l'on a[45].

Comme c'était le cas avec la collection « Regards Mathématiques » (Breton et al., 1996-97b, 1997, 1998), nous retrouvons des exercices arithmétiques dans le plan « Maîtrise » (cf. Appendice A.3 et A.4) des manuels de la collection « Réflexions Mathématiques » (Breton et al., 1996-97a, 1998-99) (figure 4.63)

1 Dans un carré magique, la somme de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale est la même. Ici, elle est de -10. Reproduis et complète ce carré magique.

5		-8	
	0		
	-4	-5	1
-7		4	

2 Remplace les triangles par les nombres 3, 4, 5 et 6 afin d'obtenir le plus grand résultat.

a) $\frac{\Delta}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta}$ *b)* $\frac{\Delta}{\Delta} - \frac{\Delta}{\Delta}$ *c)* $\frac{\Delta}{\Delta} \times \frac{\Delta}{\Delta}$ *d)* $\frac{\Delta}{\Delta} \div \frac{\Delta}{\Delta}$

3 Remplace les triangles par les nombres 2, 4, 6 et 8 afin d'obtenir le plus petit résultat.

a) $\frac{\Delta}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta}$ *b)* $\frac{\Delta}{\Delta} - \frac{\Delta}{\Delta}$ *c)* $\frac{\Delta}{\Delta} \times \frac{\Delta}{\Delta}$ *d)* $\frac{\Delta}{\Delta} \div \frac{\Delta}{\Delta}$

4 Indique les résultats qui n'ont pas de sens.

A) $2 \div 0.5 = 4$ B) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = 4$ C) $\frac{1}{2} \div 2 = 4$ D) $\frac{3}{2} \div 0{,}5 = 4$

5 Quelle opération a le résultat le plus près de 2?

A) $2 \div 4$ B) $\frac{1}{2} \div 1$ C) $1 \div \frac{1}{2}$ D) $0{,}5 \div \frac{1}{2}$

6 Quelle division a 1 comme quotient?

A) $0{,}5 \div 2$ B) $2 \div \frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2} \div 2$ D) $\frac{1}{2} \div 0{,}5$

7 Calcule mentalement.

a) 12×24 *b)* 18×16 *c)* 54×46 *d)* 62×58

8 Explique une stratégie pour trouver mentalement le résultat : «Un producteur d'oeufs a ramassé 1354 oeufs qu'il a placés dans des cartons d'une douzaine. Si les cartons doivent être entièrement remplis, combien d'oeufs lui est-il resté?»

Figure 4.63 Exemple d'exercices arithmétiques dans « Réflexions Mathématiques 536 » (Breton et al., 1998-99, t.1, p. 192)

[45] Il est possible d'ailleurs que les élèves n'abordent jamais ces questions. Il s'agit d'un enrichissement, en quelque sorte optionnel.

Ces exercices arithmétiques se retrouvent au début de chacun des plans « Maîtrise » des manuels de quatrième et cinquième secondaire, ils portent sur des notions déjà vues dans les années antérieures à titre de rappel. Il y en a 160 dans le manuel de quatrième secondaire et 88 dans celui de cinquième secondaire. Dans les deux cas, le cinquième des exercices utilise des nombres concrets et le reste utilise des nombres abstraits. Nous n'y avons pas retrouvé d'exercices « instrumentaux ». Nous reviendrons maintenant sur ce qui se dégage de notre analyse sur la place de l'arithmétique à la fin du secondaire pour cette période.

4.3.2.3 L'arithmétique à la fin du secondaire (3^e, 4^e et 5^e secondaire) pour la période 1993-2000 : ce qui se dégage de l'analyse précédente

Notre analyse nous montre d'abord que l'arithmétique disparaît complètement de l'enseignement des mathématiques à la fin du secondaire à la suite du programme de 1993. On la retrouve en effet partiellement en troisième secondaire (3 %) et sporadiquement en quatrième et cinquième secondaire (quelques pages seulement[46]), et ce autant dans la voie régulière qu'enrichie. L'arithmétique n'a donc plus beaucoup d'importance, ce qui n'était nullement le cas avec le manuel de 1953, où elle occupait 60,8 % de l'espace d'enseignement. Il s'agit donc là d'un changement majeur. À travers la place qu'elle occupe, on peut en fait voir qu'elle est reléguée au statut d'outil intervenant seulement au titre d'exercices de rappel ou complémentaires.

---

[46] À titre d'information, « Regards Mathématiques 416 » comprend 438 pages; « Réflexions Mathématiques 436 », 802 pages; « Regards Mathématiques 514 », 430 pages et « Réflexions Mathématiques 536 », 821 pages.

CHAPITRE V

CONCLUSION

Bref retour sur les résultats de la recherche

Dans notre problématique, nous avons constaté à l'analyse de différentes sources (dictionnaires mathématiques, dictionnaires philosophiques, lexiques) que l'arithmétique n'a pas toujours recouvert la même réalité. De plus, nous avons montré que l'enseignement de l'arithmétique a disparu du programme d'études secondaire québécois actuel (MEQ, 1994). Il n'en a pas toujours été ainsi. Dans ce mémoire, nous avons cherché à cerner l'évolution et les changements dans l'enseignement de l'arithmétique au secondaire au Québec au XX^{e} siècle. Nous avons analysé la place et l'importance de l'arithmétique par rapport aux autres domaines abordés au secondaire. Nous avons décrit quelle « sorte » d'arithmétique nous y retrouvons et quels sont les contenus s'y rattachant. Rappelons nos questions de recherche :

1. Quelle place occupe l'arithmétique au secondaire au XX^{e} siècle ?
2. Qu'entend-on par arithmétique ? Quels sont les contenus visés ?
3. À quelle arithmétique réfère-t-on ?
4. Quelle(s) finalité(s) (statut) est donnée à l'enseignement de l'arithmétique ?
5. Quels changements peut-on observer dans cet enseignement au XX^{e} siècle ?

Afin d'effectuer cette analyse, il a d'abord fallu définir ce qu'est l'arithmétique, ce qui fut fait dans notre cadre théorique. Nous avons consulté pour cela l'œuvre de différents mathématiciens (témoins importants de leur époque donnée) et des encyclopédies (constituant une synthèse des connaissances d'une certaine époque). À la suite de cette analyse historique, non exhaustive, certaines caractéristiques de l'arithmétique sont ressorties. D'abord, les contenus arithmétiques et leur traitement n'ont pas toujours été les mêmes. Ils changent au fil du temps. Ils sont parfois davantage en lien avec la théorie des nombres (Euclide, Nicomaque, certains contenus chez Chuquet et Ozanam) et d'autres fois davantage associée à la pratique (les contenus en lien avec le commerce chez Fibonacci, certains contenus chez Chuquet et Ozanam). Nous avons vu aussi que l'arithmétique peut être traitée de différentes façons, en utilisant une approche inductive (Nicomaque) ou déductive (Euclide), en donnant des règles et des procédures d'opération et de vérification de calculs (Fibonacci, Chuquet), en ne donnant que des définitions (Ozanam). Cette analyse historique a aussi permis de faire ressortir qu'il existe plusieurs facettes du nombre. Il peut être perçu comme une multitude d'unités (Nicomaque) ou comme une grandeur (Euclide). Dans les encyclopédies, les auteurs ont fait ressortir aussi la notion de nombre concret, où le nombre est attaché à un référent, par exemple trois chiens; et de nombre abstrait, où le nombre est détaché de toute référence, comme huit, dix-neuf, etc. Cette analyse historique révèle aussi l'existence de différents types d'arithmétique (pratique, théorique, instrumentale, etc.), ainsi qu'une double finalité de l'arithmétique (une finalité pratique rejoignant le sens « art de calculer », et une finalité théorique, rejoignant le sens « art de démontrer » ou l'étude des propriétés des nombres sans mettre l'emphase sur les démonstrations). Enfin, l'importance relative de l'arithmétique par rapport aux autres domaines n'a pas non plus toujours été la même. Les liens avec la géométrie et l'algèbre sont ici intéressants à considérer.

Cette analyse historique de l'arithmétique nous a permis (voir chapitre III-MÉTHODOLOGIE) de construire une grille d'analyse à partir des caractéristiques de l'arithmétique issues du cadre théorique. Il a fallu cependant raffiner cette grille pour l'adapter aux manuels scolaires (section 3.3), nous avons ainsi tenu compte d'abord de la place occupée par l'arithmétique dans le manuel, de la section « cours » et de la section « exercices » (sous-section 3.3.3), puis des classements des contenus (sous-section 3.3.5); et enfin des types d'exercices présents dans les manuels (sous-section 3.3.8).

Dans ce chapitre sur la méthodologie utilisée, il a fallu décrire le contexte scolaire francophone public québécois du XX^{e} siècle (sous-section 3.2.2) et faire une sélection de manuels scolaires pour chaque programme d'études qu'il y a eu au XX^{e} siècle. Les manuels choisis devaient être représentatifs d'un programme donné et avoir été utilisés significativement. Pour faire le choix de manuels, nous nous sommes donc fiés au catalogue

Aubin (2006) pour les manuels d'avant 1960. Pour les périodes suivantes, en plus d'utiliser le catalogue, nous avons confirmé nos choix auprès de différentes personnes (professeurs, enseignants du secondaire ayant enseigné aux époques sélectionnées, bibliothécaires)[1]. Étant donné l'ampleur des données, nous avons seulement analysé les manuels du début et de la fin du siècle, même si un manuel par programme d'études avait originellement été sélectionné (sous-section 3.2.3).

En réponse à notre première question, portant sur la *place de l'arithmétique* au secondaire au XX^e^ siècle,. notre analyse nous a fourni différents résultats. D'abord, l'arithmétique au début du siècle, pour l'équivalent de la première et de la deuxième secondaire[2], occupait 70,9 % du manuel « Arithmétique, cours supérieur » (Frères des Écoles chrétiennes [F.E.C.], 1916). À la fin du siècle, dans les manuels « Carrousel Mathématique 1 » et « Carrousel Mathématique 2 » (Breton, 1993, 1994), elle n'en occupe plus que 43,1 %, une sérieuse diminution. Non seulement, elle occupe moins de la moitié des manuels analysés de façon globale, mais elle passe de 64,3 % en première secondaire à 21,6 % dans le manuel de deuxième secondaire pour le programme de 1994. Nous en voyons pour cause l'introduction de l'algèbre en deuxième secondaire. De plus, l'arithmétique n'occupe plus une place prépondérante dans le curriculum québécois de 1994 (MEQ, 1994). Pour ce qui est de la fin du secondaire, au début du siècle, l'arithmétique occupait 60,8 % du manuel « Les Mathématiques de la vie courante, Arithmétique-Algèbre-Géométrie » (F.E.C., 1953) tandis qu'à la fin du siècle, l'arithmétique disparaît, elle occupe à peine 3 % en troisième secondaire et intervient sporadiquement en quatrième et cinquième secondaire. Contrairement au manuel de 1953 où l'arithmétique était un sujet d'enseignement à part entière, l'arithmétique dans les manuels de la fin du secondaire, pour la fin du XX^e^ siècle, est utilisée surtout comme un outil intervenant à titre d'exercices et de rappel complémentaire, par exemple à l'intérieur d'une capsule historique.

---

[1] Le catalogue Aubin (2006) n'est pas complet pour les dates ultérieures à 1960. C'est pour cette raison que nous avons dû confirmer notre choix de manuels auprès de tierces personnes

[2] Rappelons que pour le début du siècle, il n'était pas possible de distinguer les deux premières années du secondaire.

En ce qui a trait au *contenu couvert par l'arithmétique* au début et à la fin du siècle[3], nous notons différents résultats. Même si au début et à la fin du siècle, les contenus sont plus en lien avec la « Numération, les Opérations et les Applications » (tableau 3.1), nous remarquons qu'au début du siècle, plusieurs contenus sont en lien avec le commerce et la vie quotidienne (figure 4.4 et figure 4.21). Ces contenus disparaissent à la fin du siècle. Nous avons aussi vu qu'à la fin du siècle, l'arithmétique est surtout orientée vers le calcul, et on accorde plus d'importance à la section « exercices » qu'à la section « cours ». En ce qui a trait aux contenus en lien avec la théorie des nombres, ils n'occupent pas beaucoup de place, tant au début qu'à la fin du XX^e^ siècle. Cependant, à la fin du siècle, ces contenus sont orientés vers le calcul, ce qui n'était pas le cas au début du siècle.

Nous avons mis en évidence *différents types de traitements* avec lesquels l'arithmétique est abordée. Au début du siècle, les définitions occupent 47 % des traitements au début du secondaire et 48 %, pour la fin du secondaire. À la fin du siècle, pour le début du secondaire, seulement 30 % des traitements utilisés pour aborder l'arithmétique sont des définitions. Au début du siècle, les auteurs présentent des règles de vérification de calcul lors d'un traitement de l'arithmétique. Les règles de vérification de calcul disparaissent dans les manuels plus récents. Le fait que de nos jours nous disposions de la calculatrice pour effectuer nos calculs n'y est peut-être pas pour rien, puisqu'il y a toujours moyen de vérifier nos calculs à l'aide de cet outil. Ce moyen n'existait pas au début du siècle, d'où l'importance de pouvoir vérifier ses calculs autrement. Dans les manuels analysés, autant ceux du début que de la fin du siècle, les règles, induites ou données, occupent la place privilégiée en ce qui concerne les types de traitements pour aborder l'arithmétique. Il y a cependant plusieurs distinctions à faire par rapport aux approches inductives des manuels selon qu'ils soient du début du siècle ou de la fin du siècle. Premièrement, l'induction utilisée dans les manuels du début du siècle n'utilise qu'un seul exemple à partir duquel les auteurs raisonnent, verbalisent la règle générale. L'exemple choisi est un exemple générique tel que l'entend Balacheff (1987). Il s'agit d'un type de preuve permettant de convaincre de la validité de la règle induite. Dans les manuels plus récents, l'induction se fait à partir de questions qui permettent de générer des

[3] Comme l'arithmétique disparaît à la fin du secondaire à la fin du siècle, les contenus dont nous parlons sont ceux abordés en première et deuxième secondaire.

exemples d'où sera induite la règle. Le raisonnement permettant d'appuyer, de comprendre cette règle ne se retrouve plus, comme au début du siècle. Dans le cas d'une présentation de règles/d'algorithmes, les manuels de la première moitié du siècle raisonnaient sur ces règles/algorithmes pour leur donner du sens. Ce raisonnement disparaît dans les manuels de la fin du siècle, les règles/algorithmes y sont donnés directement. Dans tous les manuels analysés, nous ne retrouvons par ailleurs pas d'approche déductive.

Une autre différence qui ressort de cette analyse des manuels est la finalité des exercices « oraux ». Au début du siècle dans le manuel de 1916, les exercices « oraux » comportent des questions de calcul mental et de raisonnement. Les questions de raisonnement disparaissent dans le manuel « Les Mathématiques de la vie courante » (F.E.C., 1953) de la fin du secondaire. Les exercices « oraux » n'y sont orientés que vers le calcul mental. La disparition d'exercices « oraux » travaillant le raisonnement dans les manuels des années '50 et ceux des années '80 avait déjà été notée par Poirier (1990). Les manuels analysés des années '90 n'ont pas réintroduit d'exercices « oraux » travaillant le raisonnement.

Nous avons fait ressortir dans ce travail que le *type d'arithmétique abordé* dans les manuels du XX^e^ siècle est une arithmétique pratique. Nous retrouvons un peu d'arithmétique théorique et instrumentale, mais l'emphase n'est pas mise sur ces dernières. L'arithmétique instrumentale bien que minime devient plus apparente à la fin du siècle, étant donné qu'il y a davantage d'exercices « instrumentaux ». Cette visibilité s'explique, entre autres, par l'introduction des calculatrices dans l'enseignement des mathématiques.

La *finalité donnée à l'arithmétique* au XX^e^ siècle est clairement pratique. Cependant, ceci doit être nuancé, il ne s'agit pas toujours de la même pratique, et d'autres finalités s'ajoutent. Pour les manuels de Frères des écoles chrétiennes (1916, 1953), la pratique était mise en lien avec le commerce et la vie quotidienne. Nous retrouvons cependant aussi un désir de développer le raisonnement, le jugement, le sens critique (Bednarz, 2002) dans le manuel de 1916. Il se manifeste par les exercices « oraux » faisant travailler le raisonnement et par le souci de donner du sens aux règles. Dans le manuel de 1953, pour la fin du secondaire, la pratique n'a pas pour but de mettre en lien l'arithmétique seulement avec le commerce et la vie courante, mais aussi avec le calcul sur les nombres. Dans le manuel de la fin du siècle également, la pratique est plus en lien avec le calcul qu'avec la gérance du quotidien.

Nous avons aussi remarqué que le statut de l'arithmétique a changé au cours du siècle. Dans le premier manuel (F.E.C., 1916), l'arithmétique désigne à la fois toutes les mathématiques (dans le titre du moins) et est le domaine le plus important. Dans le manuel de la deuxième époque analysée (F.E.C., 1953), l'arithmétique est mise au même niveau que les autres domaines dans le titre du manuel, mais elle occupe toujours la place de choix. Dans les manuels de la fin du siècle, elle est reléguée au second plan dans les deux premières années du secondaire et disparaît presque complètement en troisième secondaire. À la fin du secondaire, elle est reléguée au rang d'outil de calcul ou dispersée dans des capsules historiques. Les auteurs n'utilisent plus le terme arithmétique dans leurs manuels.

Limites de notre recherche

Dans notre présentation historique de l'arithmétique, il y a un grand trou entre les mathématiciens grecs (Euclide ~ 225 - ~265 ans av. J.-C., Nicomaque, ~ 60 - ~120 ans ap. J.-C.) et Fibonacci (~1170—~1250). Or, en réalité pendant ce temps, les mathématiciens arabo-musulmans ont développé de manière importante l'arithmétique. Il aurait été intéressant de regarder leur apport. Nous avons pris dernièrement connaissance d'une référence portant justement sur cette période (Abdeljaouad, 2005). Nous aurions pu regarder aussi ce qui s'est fait en Inde et en Extrême-Orient.

Lors de l'analyse des manuels, la dimension outil-objet de Douady (1986) aurait permis d'intégrer, par exemple, l'étude des progressions, mêmes si elles étaient traitées algébriquement. Dans cet exemple, l'algèbre n'est qu'un outil et non un sujet d'étude en soi. Or, comme nous avons laissé tomber tous les contenus classés en arithmétique (tableau 3.1) lorsqu'ils étaient traités algébriquement, quelle que soit l'époque. En incluant l'orientation outil-objet, il y aurait eu probablement plus de contenus classés dans la catégorie « en lien avec la théorie des nombres » (tableau 3.1)[4].

Parmi les exercices « écrits », nous avons remarqué que certains étaient une application directe d'un concept arithmétique, tandis que d'autres laissaient place au raisonnement. Nous ne sommes pas entrés dans une analyse plus fine de ces exercices. Elle aurait pu donner des informations supplémentaires sur les types d'arithmétiques abordées dans le manuel et ses finalités.

Une étude des manuels associés au programme de 1970 aurait aussi été intéressante à considérer, car, à cette époque, les mathématiques modernes occupaient un rôle central dans l'enseignement des mathématiques. Il n'est pas certain que le type d'arithmétique alors abordé ait été pratique, comme c'est le cas pour les manuels du début et de la fin du XX^e^ siècle.

Prolongement et retombées de notre recherche

Nos résultats nous amènent à tirer quelques conclusions Ils nous permettent d'abord de resituer l'arithmétique. Il ne s'agit pas seulement de calcul sur des nombres, comme elle est souvent perçue dans les manuels. L'arithmétique comprend tout un domaine théorique chez Euclide. Les contenus associés sont en lien avec la théorie des nombres, domaine d'études actif en recherches universitaires.

Les manuels du début du siècle nous ont montré qu'à cette époque, les règles mathématiques étaient raisonnées, soit à partir d'un exemple générique ou à l'aide d'une justification. Le sens des règles est perdu dans les manuels plus récents, comme nous l'avons vu, or le programme d'études actuel met en valeur le développement du raisonnement mathématique dans la compétence « Développement du raisonnement mathématique »

[4] Les progressions étaient toujours traitées algébriquement dans les manuels analysés.

(Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport [MELS], 2003, p. 233). Notre travail a montré que cette préoccupation existait déjà dans les manuels du début du siècle.

Il serait captivant de poursuivre une recherche semblable à celle-ci, mais en s'intéressant à l'algèbre. En effet, l'algèbre et l'arithmétique sont souvent mises en oppositions (Baruk, 1992) ou en inclusion (Chapitre II) ou encore en complémentarité (Chevallard, 1984).

Notre recherche montre qu'au delà de l'histoire de l'arithmétique, il y a aussi une histoire de son enseignement. Les manuels scolaires ouvrent une porte sur cette histoire. Toutefois, ils ne nous disent pas comment on approchait cet enseignement. Il serait aussi intéressant de pousser davantage notre recherche sur l'histoire de l'enseignement en tenant en compte d'autres documents pédagogiques, les guides d'enseignement par exemple, ou encore en interviewant des enseignants de différentes époques.

APPENDICE A

TABLES DES MATIÈRES DES MANUELS DE QUATRIÈME ET CINQUIÈME SECONDAIRE DE LA FIN DU SIÈCLE

A.1 Table des matières du manuel « Regards Mathématiques 416 » (Breton, Deschênes et Ledoux. 1996-97b)....................281

A.2 Table des matières du manuel « Regards Mathématiques 514 » (Breton, Breton et Dufour, 1999; Breton, Delisle, Deschênes et Ledoux, 1997).......285

A.3 Table des matières du manuel « Réflexions Mathématique 436 » (Breton, Deschênes et Ledoux. 1996-97a)....................289

A.4 Table des matières du manuel « Réflexions Mathématique 536 » (Breton et al., 1998-99)....................294

A.1 TABLE DES MATIÈRES « Regards Mathématiques 416 » (Breton, Deschênes et Ledoux. 1996-97b)

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes V

Avant-propos VI

Regard 1
Les variations

Sujet 1 **Diverses relations** 2
- Les relations de variation directe 2
- Les relations de variation partielle 6
- Les relations de variation inverse 11
- Les relations de variation directe du second degré 15
- *Maîtrise 1* 20

Sujet 2 **Les variations en escalier** 26
- Des variations par paliers 26
- Comparaison de relations de variation en escalier 30
- *Maîtrise 2* 33

Sujet 3 **Les variations exponentielles** 42
- Des variations qui grimpent ou qui dégringolent 42
- Des exposants entiers 50
- Des exposants fractionnaires 52
- Comparaison de relations de variation exponentielle 56
- *Maîtrise 3* 60
- *Rencontre avec Leonhard Euler* 69
- *Mes projets* 71
- *Leximath* 72

Regard 2
Les figures isométriques

Sujet 1 **Les isométries du plan** 74
- Isométries et figures isométriques 74

Sujet 2 **Identification des isométries** 80
- Orientation et traces 80

Sujet 3 **Description de l'isométrie** 83
- Une isométrie parmi tant d'autres 83

Sujet 4 **La composition d'isométries** 91
- Identification de la composée 91
- *Maîtrise 4* 99

Sujet 5 **Vers la notion de preuve** 105
- Les définitions 105
- Les propriétés 111

Sujet 6 **La notion de preuve** 115
- Différents types d'énoncés 115
- Les axiomes 116
- Les conjectures 117
- Les théorèmes 123

Sujet 7 **Quelques démonstrations** 124
- À propos des angles 124
- À propos des triangles 131
- *Maîtrise 5* 136

Sujet 8 **Les triangles isométriques** 142
- Des théorèmes de base 142
- Applications des triangles isométriques 150
- *Maîtrise 6* 154
- *Rencontre avec Sophie Germain* 161
- *Mes projets* 163
- *Leximath* 164

Regard 3

Les systèmes de relations linéaires

Sujet 1	**De l'égalité à l'équation**	166
	Transformation d'égalités	166
	Transformation des équations	167
Sujet 2	**Les relations linéaires**	170
	Les relations de variation directe	170
	Les relations de variation partielle	171
Sujet 3	**Systèmes de relations linéaires**	176
	Comparaison de relations linéaires	176
Sujet 4	**Résolution de systèmes**	180
	Construction de table de valeurs	180
	Affichage d'une table de valeurs	182
	Maîtrise 7	187
Sujet 5	**Résolution de graphique**	193
	Des droites	193
	Des lignes brisées	198
Sujet 6	**Résolution algébrique**	202
	Méthode de comparaison	202
Sujet 7	**Systèmes particuliers**	207
	Droites parallèles	207
	Droites confondues	208
Sujet 8	**Régression linéaire**	211
	Nuages de points et droites	211
	Équation de droite	213
	Maîtrise 8	219
Sujet 9	**Résolution de systèmes d'équations à deux variables**	228
	Problèmes à deux variables	228
	Rencontre avec Georg Cantor	232
	Mes projets	234
	Leximath	235
Index		236
Source des photos		237
Notations et symboles		239

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes V

Regard 4

L'analyse de données statistiques

Sujet 1 **Les études statistiques** 2
- Population et échantillon 2
- Recensement, sondage, enquête 3
- Procédés de collecte de données 5

Sujet 2 **L'échantillonnage** 9
- Échantillon représentatif 9
- Méthodes d'échantillonnage 10
- Sources de biais 15
- Comparaison d'échantillons 19
- *Maîtrise 9* 24

Sujet 3 **Les quartiles** 30
- Calcul des quartiles 30
- Construction du diagramme de quartiles 31
- Interprétation du diagramme de quartiles 34
- Comparaison de diagrammes de quartiles 35

Sujet 4 **Les mesures de position** 40
- Différents types de mesures 40
- Rang cinquième 41
- Rang centile 45
- Rang centile et donnée 50
- *Maîtrise 10* 53

Sujet 5 **L'interprétation des données** 61
- Tableaux de distribution 61
- Graphiques 62
- Mesures de tendance centrale 65
- Mesures de dispersion 66
- Mesures de position 67

Maîtrise 11 74

Rencontre avec Maria Gaetana Agnesi 81

Mes projets 83

Leximath 84

Regard 5

Les figures semblables

Sujet 1 **Les similitudes** 86

Les isométries 86

Les homothéties 87

Les composées d'isométries et d'homothéties 90

Sujet 2 **Propriétés des figures semblables** 99

Propriétés fondamentales 99

À propos de la proportionnalité 101

Sujet 3 **Les solides semblables** 109

Solides isométriques 109

Solides semblables 116

Sujet 4 **La similitude des triangles** 120

Conditions minimales de similitude des triangles 120

Énoncés sur la similitude 122

Sujet 5 **À propos des mesures de figures semblables** 127

Mesures des éléments homologues 127

Périmètres et aires des figures semblables 130

Volumes des solides semblables 132

Maîtrise 12 138

Rencontre avec Thalès de Milet 147

Mes projets 149

Leximath 150

Regard 6

Les rapports trigonométriques

Sujet 1 **Rapports trigonométriques** 152

Le sinus d'un angle 152

Le cosinus d'un angle 153

La tangente d'un angle 154

Sujet 2 **Résolution de triangles rectangles** 161

Mesures de côtés 161

Mesures d'angles 161

Maîtrise 13 167

Sujet 3 **Résolution de triangles quelconques** 176

Loi des sinus 176

Sujet 4 **Aire des triangles** 184

La hauteur 184

La formule de Héron 185

Maîtrise 14 191

Rencontre avec Héron d'Alexandrie 199

Mes projets 201

Leximath 202

Table des nombres aléatoires 203

Index 204

Source des photos 206

Notations et symboles 208

A.2 TABLE DES MATIÈRES « Regards Mathématiques 514 » (Breton, Breton et Dufour, 1999; Breton, Delisle, Deschênes et Ledoux, 1997)

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes V

Avant-propos VI

Regard 1
Les systèmes d'inéquations linéaires

Sujet 1 **Les inéquations** 2
- Vers les inéquations 2
- Traduction en inéquations 3
- *Investissement 1* 4
- Règles de transformation des inéquations 6
- Inéquations linéaires à une variable 8
- *Investissement 2* 9
- Inéquations linéaires à deux variables 12
- *Investissement 3* 16

Sujet 2 **Les systèmes d'inéquations** 20
- Système d'équations 20
- Système d'inéquations 21
- *Investissement 4* 23
- Polygone de contraintes 26
- *Investissement 5* 28
- *Math Express 1* 31
- *Maîtrise 1* 32
- *Capsule d'évaluation 1* 38

Sujet 3 **L'objectif visé** 39
- Solutions avantageuses 39
- *Investissement 6* 42
- Règle de l'objectif 45
- *Investissement 7* 47

Sujet 4 **La prise de décision** 50
- Droite baladeuse 50
- *Investissement 8* 54
- Problèmes d'optimisation 57
- *Investissement 9* 60
- *Math Express 2* 63
- *Maîtrise 2* 64
- *Capsule d'évaluation 2* 72
- *Rencontre avec Ada Byron Lovelace* 73
- *Mes projets* 75
- *Leximath* 76

Regard 2
La corrélation

Sujet 1 **Distribution à deux variables** 78
- Variables statistiques 78
- Association de variables statistiques 78
- Tableau à double entrée 80
- *Investissement 1* 82

Sujet 2 **Relation entre les variables** 89
- Lien statistique 89
- Nuage de points 90
- Caractéristiques d'une corrélation 91
- *Investissement 2* 93

Sujet 3 **Degré de corrélation** 98
- Coefficient de corrélation 98
- *Investissement 3* 99
- Estimation de la corrélation 107
- *Investissement 4* 109
- Droite de régression 113
- *Investissement 5* 116

Sujet 4 **Interprétation de la corrélation** 121
- Types de liens 121
- Interprétation du coefficient de corrélation 123
- *Investissement 6* 124

Math Express 3 129
Maîtrise 3 130
Capsule d'évaluation 3 140
Rencontre avec Karl Pearson 143
Mes projets 145
Leximath 146

Regard 3
Les distances

Sujet 1 **Distance entre deux points** 148
Accroissements des coordonnées 148
Segments horizontaux ou verticaux 149
Segments obliques 150
Investissement 1 152
Sujet 2 **Point de partage** 156
Partage d'un segment 156
Coordonnées du point de partage 158
Investissement 2 159
Point milieu 161
Investissement 3 162
Math Express 4 164
Maîtrise 4 165
Capsule d'évaluation 4 172
Sujet 3 **Comparaison de distances** 174
Rapports et différences 174
Minimiser une distance 175
Une méthode géométrique 176
Investissement 4 177
Sujet 4 **Problèmes de distance** 180
Résolution de triangles 180
Calcul d'aires 182
Investissement 5 183
Temps et vitesse 185
Investissement 6 188
Lieux géométriques 191
Investissement 7 193
Math Express 5 195
Maîtrise 5 196
Capsule d'évaluation 5 205
Rencontre avec Benjamin Banneker 207
Mes projets 209
Leximath 210

Index 211
Source des photos 213
Notations et symboles 215

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes V

Regard 4
La probabilité

Sujet 1 **Probabilité de résultats simples** 2
Expériences aléatoires 2
Notion de probabilité 3
Types de probalités 4
Probabilité d'un résultat 6
Investissement 1 9

Sujet 2 **Probabilité de résultats composés** 12
Résultats composés 12
Arbre des probabilités et règle de multiplication 12
Investissement 2 16

Sujet 3 **Probabilité d'événements** 19
Notion d'événement 19
Probabilité d'un événement 20
Probabilité de l'union et de l'intersection d'événements 21
Investissement 3 23

Sujet 4 **La probabilité conditionnelle** 27
Probabilité conditionnelle 27
Diagramme de Venn et tableau à double entrée 28
Probabilité conditionnelle et arbre 29
Investissement 4 30

Sujet 5 **L'espérance mathématique** 36
Espérance de gain 36
Interprétation et utilisation 38
Investissement 5 39
Math Express 6 43
Maîtrise 6 44
Capsule d'évaluation 6 62
Rencontre avec Georges Polya 65
Mes projets 67
Leximath 68

Regard 5
Les graphes

Sujet 1 **Notion de graphe** 70
Définition et représentation 70
Investissement 1 72
Graphe connexe 78
Graphe complet 79
Investissement 2 79
Chaînes et cycles 82
Investissement 3 85
Chaîne eulérienne 90
Chaîne hamiltonienne 92
Investissement 4 93
Les arbres 97
Investissement 5 98

Sujet 2 **Les graphes orientés** 102
Des arêtes orientées 102
Investissement 6 103

Sujet 3 **Les graphes valués** 107
Des arêtes valuées 107
Investissement 7 108

Sujet 4 **Problèmes d'optimisation** 111
Distance entre deux points 111
Graphes valués et chaînes 113
Investissement 8 116
Chemins critiques 119

Investissement 9 120

Graphes valués et arbres 122

Investissement 10 124

Coloriage de graphe 128

Investissement 11 130

Math Express 7 134

Maîtrise 7 135

Capsule d'évaluation 7 149

Rencontre avec Albert Einstein 153

Mes projets 155

Leximath 156

Regard 6

La probabilité géométrique

Sujet 1 **Mesures de figures** 158

Aire de quadrilatères 158

Aire de disques 159

Investissement 1 164

Aire de triangles 172

Aire de polygones réguliers 173

Volume de solides 175

Investissement 2 176

Sujet 2 **La probabilité géométrique** 182

Rapport d'aires 182

Rapport de longueurs 184

Rapport de mesures d'angles ou d'arcs 185

Rapport de volumes 186

Rapport dans un plan cartésien 187

Technique d'estimation 188

Investissement 3 190

Math Express 8 201

Maîtrise 8 202

Capsule d'évaluation 8 214

Rencontre avec Sofia Kovalevskaïa 217

Mes projets 219

Leximath 220

Index 221

Source des photos 223

Notations et symboles 225

A.3 TABLE DES MATIÈRES DU MANUEL « Réflexions Mathématique 436 » (Breton, Deschênes et Ledoux. 1996-97a)

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos V
Signification des pictogrammes VI

Réflexion 1
Les fonctions

Sujet 1 **Notion de fonction** 2
Relation vs fonction 2
Une question de dépendance 4
Dépendance et règle 5
La notation fonctionnelle 6

Sujet 2 **Différents types de fonctions** 10
Les modèles mathématiques 10

Sujet 3 **Modes de représentation des fonctions** 13
La description verbale 13
La représentation graphique 14
La table de valeurs 15
La règle ou l'équation 15
Maîtrise 1 20

Sujet 4 **Propriétés des fonctions** 27
Domaine et codomaine d'une fonction 27
Les coordonnées à l'origine d'une fonction 33
Croissance et décroissance d'une fonction 37
Les extremums d'une fonction 40
Les signes d'une fonction 43
L'allure de la courbe d'une fonction 45
Maîtrise 2 50

Sujet 5 **Rôle des paramètres d'une fonction** 57
Transformations du plan 57
Paramètres vs transformations 66
Maîtrise 3 74
Rencontre avec Isaac Newton 83
Mes projets 85
Leximath 86

Réflexion 2
Le calcul algébrique

Sujet 1 **Notion d'exposant** 88
Les exposants entiers 88
Les exposants fractionnaires 89
Les exposants réels 93
Maîtrise 4 96

Sujet 2 **Lois des exposants** 101
Produit de puissances 101
Quotient de puissances 102
Puissance d'un produit 106
Puissance d'une puissance 107
Puissance d'un quotient 108

Sujet 3 **Les radicaux** 113
Les nombres irrationnels 113
Maîtrise 5 118

Sujet 4 **Les polynômes** 123
Les monômes semblables 123
Les regroupements de monômes 126

Sujet 5 **Opérations sur les polynômes** 129
Addition de polynômes 129
Soustraction de polynômes 133
Maîtrise 6 138
Multiplication de polynômes 143
Division de polynômes 147
Maîtrise 7 152
Rencontre avec Hypatie 163
Mes projets 165
Leximath 166

Réflexion 3
La factorisation

Sujet 1 **Facteurs d'un polynôme** 168
Notion de facteur 168
Facteurs et zéros 169

Sujet 2 **La mise en évidence** 172
Mise en évidence 172
Double mise en évidence 176

Sujet 3 **Différence de carrés** 180
Facteurs conjugués 180
Maîtrise 8 185

Sujet 4 **Factorisation de trinômes** 190
Forme $x^2 + bx + c$ 190
Forme $ax^2 + bx + c$ 194
Carré parfait 195

Sujet 5 **Complétion de carré** 198
Une technique efficace 198
Maîtrise 9 202

Sujet 6 **Les fractions rationnelles** 208
Quotient de polynômes 208
Simplification de fractions rationnelles 209

Sujet 7 **Addition et soustraction de fractions rationnelles** 214
Sans dénominateur commun 214
Avec dénominateur commun 215

Sujet 8 **Multiplication et division de fractions rationnelles** 219
Multiplication de fractions rationnelles 219
Division de fractions rationnelles 221
Maîtrise 10 225
Rencontre avec Èvariste Galois 231
Mes projets 233
Leximath 234

Réflexion 4
Les fonctions polynomiales

Sujet 1 **Les fonctions polynomiales** 236
Diverses fonctions polynomiales 236
Types de graphiques 237
Fonctions polynomiales de base et transformées 239

Sujet 2 **Les fonctions constantes** 242
La fonction constante de base 242
Les fonctions constantes transformées 244
Les droites verticales 246

Sujet 3 **Les fonctions linéaires** 249
La fonction linéaire de base 249
Les fonctions linéaires transformées 251
Fonction linéaire vs équation 259
Maîtrise 11 264

Sujet 4 **Les fonctions quadratiques** 274
La fonction quadratique de base 276
Les fonctions quadratiques transformées 278
La forme canonique 287

Sujet 5 **Les propriétés de la fonction quadratique** 294
Le domaine et le codomaine 294
Les extremums 295
Les zéros 297
Variation et signe 303
Maîtrise 12 307

Sujet 6 **Recherche de la règle** 316
Le sommet et un point 316
Les zéros et un point 317

Sujet 7 **Les équations quadratiques** 321
Résolution d'équations quadratiques 321

Sujet 8 **Opérations sur les fonctions** 325
Somme ou différence de fonctions 325
Produit de fonctions 327
Maîtrise 13 331
Rencontre avec Galiléo Galiléi 336
Mes projets 338
Leximath 339

Index 340
Source des photos 342
Notations et symboles 345

TABLE DES MATIÈRES

Signification des pictogrammes VI

Réflexion 5
Les isométries

Sujet 1 **Différents types d'énoncés** 2
Conditionnelle et biconditionnelle 2
Implication et équivalence logique 3
Les définitions 6
Les propriétés 13

Sujet 2 **D'autres types d'énoncés** 18
Les axiomes 18
Les conjectures 19
Les théorèmes 21

Sujet 3 **Quelques démonstrations** 28
À propos des angles 28
À propos des triangles 35
Maîtrise 14 40

Sujet 4 **Les figures isométriques** 48
Figures isométriques 48
Identification des isométries 50
Description des isométries 55

Sujet 5 **Les triangles isométriques** 69
Théorèmes de base 69
Applications des triangles isométriques 80
Maîtrise 15 86

Sujet 6 **Les solides isométriques** 92
Transformations dans l'espace 92

Sujet 7 **Les figures équivalentes** 99
Une question d'aire et de volume 99
Rencontre avec Pierre de Fermat 109
Mes projets 111
Leximath 112

Réflexion 6
Les systèmes d'équations à deux variables

Sujet 1 **Les systèmes linéaires** 114
Définition de système linéaire 114
Résolution par table de valeurs 115
Résolution graphique 118

Sujet 2 **La résolution algébrique** 125
Méthode de comparaison 125
Méthode de substitution 126
Méthode de réduction 130

Sujet 3 **Les systèmes linéaires particuliers** 134
Droites parallèles 134
Droites confondues 135
Lignes brisées 136

Sujet 4 **La régression linéaire** 139
Nuage de points et droites 139
Équation de droite 141
Maîtrise 16 146

Sujet 5 **Autres types de systèmes** 156
Systèmes semi-linéaires 156
Méthode graphique 157
Table de valeurs 159
Méthode de comparaison 163
Méthode de substitution 165
Nombre de solutions 167
Maîtrise 17 172
Rencontre avec Emmy Noether 179
Mes projets 181
Leximath 182

Réflexion 7
La géométrie analytique

Sujet 1 **Relations entre les points du plan cartésien** 184
Accroissements des coordonnées 184
Distance entre deux points 185
Point milieu d'un segment 193
Point de partage d'un segment 195
Pente d'un segment 202

Sujet 2 **Relations entre deux droites** 206
Propriété fondamentale de la droite 206
Droites parallèles 208
Droites perpendiculaires 209
Maîtrise 18 213

Sujet 3 **La droite dans le plan cartésien** 221
Droite et équation 221
Formes de l'équation d'une droite 222
Recherche de l'équation d'une droite 227
Maîtrise 19 232

Sujet 4 **Distance d'un point à une droite** 240
Notion de distance d'un point à une droite 240
Vers une formule 241

Sujet 5 **Les démonstrations analytiques** 247
Observer et démontrer 247
Propriétés des parallélogrammes 249
Démonstrations en géométrie analytique 251
Maîtrise 20 256
Rencontre avec Blaise Pascal 263
Mes projets 265
Leximath 266

Réflexion 8
L'analyse de données statistiques

Sujet 1 **Les études statistiques** 268
Population et échantillon 268
Recensement, sondage, enquête 269
Procédés de collecte de données 271

Sujet 2 **L'échantillonnage** 275
Échantillon représentatif 275
Méthodes d'échantillonnage 276
Sources de biais 282
Comparaison d'échantillons 286
Maîtrise 21 291

Sujet 3 **Les quartiles** 297
Calcul des quartiles 297
Construction du diagramme de quartiles 299
Interprétation du diagramme de quartiles 301
Comparaison de diagrammes de quartiles 302

Sujet 4 **Les mesures de position** 307
Différents types de mesures 307
Rang cinquième 308
Rang centile 313
Centiles et rang centile 319
Rang centile et donnée 321
Maîtrise 22 326

Sujet 5 **L'interprétation des données** 334
Tableaux de distribution 334
Les graphiques 335
Mesures de tendance centrale 338
Mesures de dispersion 339
Mesures de position 340
Maîtrise 23 348
Rencontre avec René Descartes 359
Mes projets 361
Leximath 362

Réflexion 9
Les figures semblables

Sujet 1	**Les similitudes**	364
	Les isométries	364
	Les homothéties	365
	Les composées d'isométries et d'homothéties	369
Sujet 2	**Propriétés des figures semblables**	378
	Propriétés fondamentales	378
	À propos de la proportionnalité	380
	Les solides semblables	388
Sujet 3	**La similitude des triangles**	392
	Conditions minimales de similitude des triangles	392
	Théorèmes sur la similitude	393
Sujet 4	**À propos des mesures de figures semblables**	403
	Mesures des éléments homologues	403
	Périmètres et aires des figures semblables	406
	Volumes des solides semblables	408
	Maîtrise 24	413
Sujet 5	**Résolution de triangles**	422
	Rapports trigonométriques	422
	Résolution de triangles rectangles	431
	Résolution de triangles quelconques	
	- loi des sinus	435
	- loi des cosinus	443
	Maîtrise 25	450
	Rencontre avec Thalès de Milet	460
	Mes projets	462
	Leximath	463
	Index	464
	Sources des photos	468
	Notations et symboles	472

A.4 TABLE DES MATIÈRES DU MANUEL « Réflexions Mathématique 536 » (Breton et al., 1998-99)

TABLE DES MATIÈRES

Réflexion 1
Les fonctions réelles

Sujet 1 **Les fonctions** 2
- Propriétés des fonctions 2
- Règle d'une fonction et paramètres 9
- *Investissement 1* 12
- Relation réciproque 15
- *Investissement 2* 16
- Composition de fonctions 18
- Opérations sur les fonctions 20
- *Investissement 3* 22

Sujet 2 **Les fonctions polynomiales de degré 0** 27
- Fonction constante de base 27
- Fonctions constantes transformées 28

Sujet 3 **Les fonctions polynomiales de degré 1** 29
- Fonction linéaire de base 29
- Fonctions linéaires transformées 30
- Zéros et équations 31
- Signe et inéquations 33
- *Investissement 4* 38

Sujet 4 **Les fonctions quadratiques** 43
- Fonction quadratique de base 43
- Fonctions quadratiques transformées 44
- Zéros et équations 49
- Signe et inéquations 51
- *Investissement 5* 56

Sujet 5 **Les fonctions valeur absolue** 65
- Notion de valeur absolue 65
- Fonction valeur absolue de base 67
- Fonctions valeur absolue transformées 69
- *Investissement 6* 73
- Zéros et équations 76
- *Investissement 7* 80
- Signe et inéquations 85
- *Investissement 8* 88
- Recherche de la règle 91
- *Investissement 9* 93

Sujet 6 **Les fonctions racine carrée** 98
- Notion de racine carrée 98
- Fonction racine carrée de base 100
- Fonctions racine carrée transformées 102
- *Investissement 10* 105
- Zéros et équations 108
- Signe et inéquations 111
- Recherche de la règle 113
- *Investissement 11* 115

Sujet 7 **Les fonctions en escalier** 120
- Notion de palier 120
- Fonction plus grand entier de base 123
- Fonctions plus grand entier transformées 124
- *Investissement 12* 127

Sujet 8 **Les fonctions rationnelles** 131
- Fonction de variation inverse 131
- Fonction rationnelle de base 132
- Fonctions rationnelles transformées 133
- Résolution d'équations et d'inéquations rationnelles 136
- *Investissement 13* 137
- *Math Express 1* 142
- *Maîtrise 1* 143
- *Capsule d'évaluation 1* 158
- *Rencontre avec Gottfried Wilhelm Leibniz* 161
- *Mes projets* 163
- *Leximath* 164

Réflexion 2
L'optimisation

Sujet 1 **Les systèmes d'inéquations du premier degré** 166
Traduction en inéquations 166
Investissement 1 167
Représentation graphique 169
Investissement 2 174
Système d'équations 178
Système d'inéquations 180
Investissement 3 182
Polygone de contraintes 185
Investissement 4 187
Math Express 2 191
Maîtrise 2 192
Capsule d'évaluation 2 199

Sujet 2 **L'objectif visé** 200
Solutions avantageuses 200
Fonction objectif 203
Investissement 5 204

Sujet 3 **La prise de décision** 210
Droite baladeuse 210
Investissement 6 215
Problèmes d'optimisation 218
Investissement 7 220
Math Express 3 224
Maîtrise 3 225
Capsule d'évaluation 3 236
Rencontre avec Mary Fairfax Somerville 237
Mes projets 239
Leximath 240

Réflexion 3
Les relations métriques

Sujet 1 **Un système déductif** 242
Les éléments d'un système déductif 242
Investissement 1 250
La démonstration 252
Les étapes de la démonstration 257
Investissement 2 263

Sujet 2 **La similitude** 264
De Euclide à Cabri 264
Triangles semblables 266
Investissement 3 272

Sujet 3 **Le triangle rectangle** 275
Relations métriques 275
Investissement 4 280

Sujet 4 **Le cercle** 287
Les droites et les segments du cercle 287
Investissement 5 292
Les arcs de cercle 296
Investissement 6 301
Les angles du cercle 304
Investissement 7 311
Les distances dans le cercle 315
Investissement 8 318
Math Express 4 322
Maîtrise 4 323
Capsule d'évaluation 4 337
Rencontre avec Archimède 335
Mes projets 337
Leximath 338

Réflexion 4
Les fonctions exponentielles et logarithmiques

Sujet 1 **Les fonctions exponentielles** 340

Notion d'exposant 340

Investissement 1 342

Modèle exponentiel 344

Fonction exponentielle de base 345

Investissement 2 348

Fonctions exponentielles transformées 350

Zéro et équations 353

Signe et inéquations 356

Investissement 3 357

Base naturelle 361

Recherche de la règle 363

Investissement 4 365

Math Express 5 370

Maîtrise 5 371

Capsule d'évaluation 5 386

Sujet 2 **Les fonctions logarithmiques** 388

Fonction logarithmique de base 388

Investissement 5 390

Lois des logarithmes 393

Investissement 6 397

Fonctions logarithmiques transformées 400

Résolution d'équations logarithmiques 403

Résolution d'équations exponentielles 406

Investissement 7 408

Math Express 6 414

Maîtrise 6 415

Capsule d'évaluation 6 424

Rencontre avec Joseph Louis Lagrange 425

Mes projets 427

Leximath 428

Index 429

Source des photos 432

Notations et symboles 435

Table des matières 439

TABLE DES MATIÈRES

Réflexion 5

Les distributions statistiques

Sujet 1 **Les mesures de tendance centrale** **2**

Les distributions statistiques à une variable 2

La moyenne, la médiane et le mode 3

Investissement 1 8

Sujet 2 **Les mesures de dispersion** **15**

L'importance de la dispersion 15

L'étendue d'une distribution 16

L'étendue interquartile 17

L'écart moyen 19

La variance et l'écart type 21

Investissement 2 24

Sujet 3 **Les mesures de position** **29**

Le rang cinquième 29

Le rang centile 30

La cote standard 32

Investissement 3 33

Math Express 7 37

Maîtrise 7 38

Capsule d'évaluation 7 47

Sujet 4 **Les distributions à deux variables** **48**

Relation et lien statistique 48

Tableau à double entrée 49

Nuage de points 51

Investissement 4 52

Sujet 5 **La corrélation** **58**

Lien statistique ou corrélation 58

Caractéristiques d'une corrélation 59

Investissement 5 61

Coefficient de corrélation 66

Investissement 6 67

Estimation du coefficient de corrélation 75

Investissement 7 77

Calcul du coefficient de corrélation 82

Sujet 6 **La droite de régression** **84**

Position de la droite de régression 84

Équation de la droite de régression 86

Investissement 8 89

Sujet 7 **Interprétation de la corrélation** **95**

Types de liens 95

Interprétation du coefficient de corrélation 97

Investissement 9 99

Math Express 8 103

Maîtrise 8 104

Capsule d'évaluation 8 114

Rencontre avec Srinivasa Ramanujan 117

Mes projets 119

Leximath 120

Réflexion 6

Les vecteurs

Sujet 1 **Notion de vecteur** **122**

Vecteur et scalaire 122

Vecteur et flèche 123

Vecteur et translation 127

Vecteur et plan cartésien 127

Investissement 1 129

Sujet 2 **Relations entre deux vecteurs** **133**

Comparaison entre deux vecteurs 133

Investissement 2 134

Sujet 3 **Opérations sur les vecteurs** **137**

Addition et soustraction de deux vecteurs 137

	Investissement 3	146
	Multiplication d'un vecteur par un scalaire	151
	Investissement 4	153
	Multiplication scalaire de deux vecteurs	156
	Investissement 5	159
Sujet 4	**Propriétés des opérations sur les vecteurs**	**162**
	Propriétés de l'addition de deux vecteurs	162
	Propriétés de la multiplication d'un vecteur par un scalaire	164
	Propriétés de la multiplication scalaire de deux vecteurs	165
	Investissement 6	166
Sujet 5	**Les bases vectorielles**	**168**
	Combinaison linéaire	168
	Investissement 7	169
	Base vectorielle	173
	Investissement 8	175
Sujet 6	**Vecteurs et démonstration**	**178**
	Théorie des vecteurs	178
	Les vecteurs, un outil de démonstration	185
	Investissement 9	191
	Math Express 9	195
	Maîtrise 9	196
	Capsule d'évaluation 9	212
	Rencontre avec John Napier	215
	Mes projets	217
	Leximath	218

Réflexion 7

Les fonctions trigonométriques

Sujet 1	**Des rapports aux fonctions trigonométriques**	**220**
	Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle	220
	Investissement 1	223
	Autre système de mesures d'angles	226
	Investissement 2	229
	Angles trigonométriques	231
	Vers les fonctions trigonométriques	233
	Modèle cyclique	236
	Investissement 3	238
Sujet 2	**La fonction sinus**	**242**
	Fonction de base	242
	Fonctions transformées	244
	Zéros et signe	247
	Recherche de la règle	251
	Investissement 4	253
Sujet 3	**Autres fonctions trigonométriques**	**258**
	Fonction cosinus	258
	Investissement 5	263
	Fonction tangente	266
	Investissement 6	269
Sujet 4	**Les réciproques des fonctions trigonométriques**	**272**
	Fonction arcsin	272
	Fonction arccos	27[illegible]
	Fonction arctan	275
	Investissement 7	276
Sujet 5	**Les identités trigonométriques**	**280**
	Relations dans le cercle trigonométrique	280
	Investissement 8	28[illegible]

Resolution d'équations trigonométriques 287
Investissement 9 291
Math Express 10 296
Maîtrise 10 297
Capsule d'évaluation 10 309
Rencontre avec François Viète 311
Mes projets 313
Leximath 314

Réflexion 8
Lieux géométriques et coniques

Sujet 1 **Sections coniques et lieux de points** **316**
Les sections d'un cône 316
Les lieux géométriques 319
Lieux de points et coniques 320
Les sphères de Dandelin 328
Investissement 1 330

Sujet 2 **Lieux de points et équations** **332**
Lieu d'une équation et équation d'un lieu 332
Investissement 2 334
Équation du cercle 336
Investissement 3 340
Équation de l'ellipse 343
Investissement 4 346
Équation de l'hyperbole 350
Investissement 5 355
Équation de la parabole 359
Investissement 6 362

Sujet 3 **Équation générale des coniques** **366**
Des coniques partout dans le plan 366
Investissement 7 372
Math Express 11 375
Maîtrise 11 376
Capsule d'évaluation 11 388
Rencontre avec Carl Friedrich Gauss 390
Mes projets 392
Leximath 393

Index 395
Source des photos 399
Notation et symboles 403
Table des matières 409

RÉFÉRENCES

(1956-57), *L'ÉCOLE, Revue pédagogique canadienne-française, COURS SECONDAIRE*, La Prairie, 1226 pages.

(1958-59), *L'ÉCOLE SECONDAIRE*, La Prairie, 1272 pages.

(1959-60), *L'ÉCOLE SECONDAIRE*, La Prairie, 1164 pages.

(1960-61), *L'ÉCOLE SECONDAIRE*, La Prairie, 1208 pages.

(1961-62), *L'ÉCOLE SECONDAIRE, 8^{e} et 9^{e} années*, La Prairie, 572 pages.

(Les Jésuites). 1771. *DICTIONNAIRE UNIVERSEL FRAÇOIS ET LATIN, vulgairement appelé Dictionnaire de Trêvoux*, nouvelle éd. corr. et aug. Paris : Compagnie des libraires associés. Sous « Arithmétique », t. 1.

Abdeljaouad, Mahdi. 2005. *Les arithmétiques arabes (9^{e} – 15^{e} siècles)*. Tunis : Éditions Ibn Zeidoun. 125 pages.

Aubin, Paul. 2006, mai-juin. *Les manuels sclolaires* [en ligne] Accès : http://www.bibl.ulaval.ca/ress/manscol/

Audet, Louis-Philippe et Armand Gauthier. 1967. *Le système scolaire du Québec, Organisation et fonctionnement*. Montréal (Qué.) : Librairie Beauchemin limitée. 235 pages.

Auger, Paul (dir. publ.). 1928. *LAROUSSE DU XX^{e} SIÈCLE EN SIX VOLUMES*. Paris : Librairie Larousse. Sous « Arithmétique », t. 1.

Balacheff, Nicolas. 1987. Processus de preuves et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 18, no. 2, p. 147-176.

Baraquin, Noëlla, Anne Baudart, Jean Dugué, Jacqueline Laffitte, François Ribes et Joël Wilfert. 1995. *Dictionnaire de philosophie*. Paris : Armand Colin. 345 pages.

Baruk, Stella. 1992. *Dictionnaire des mathématiques élémentaires*. Paris : Éditions du Seuil.1324 pages.

Battie, Véronique. 2003, « Le raisonnement en arithmétiques : de l'analyse épistémologique à l'analyse didactique », *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education/Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies [CJSMT/RCESMT]*, vol. 3, no. 3, July/juillet, 364-386

Beaudry, Gérard, Roger Levasseur et Normand Prescott. 1968. *Mathématiques : 8^{e} et 9^{e} Années*, 2^{e} édition (1959 pour la 1ère), Montréal : Centre de Psychologie et de Pédagogie. 502 pages.

Bednarz, Nadine. 2002. *Pourquoi et pour qui enseigner les mathématiques ? Une mise en perpective historique de l'évolution des programmes au Québec au XXième siècle.* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik [ZDN], vol. 34, no 4. Grenoble. p. 146-157.

Bednarz, Nadine et Bernadette Dufour-Janvier. 1983. « Problèmes de représentation d'une transformation en arithmétique chez les enfants du primaire. » *Bulletin de l'AMQ*, vol 23, no 3, p. 10-19.

Bélisle, Jean-Guy et Lise Laurence. 1991. « Priorité des opérations. » *Instantanés Mathématiques*, vol. 28, no 1, p. 28-31.

Bouvier, Alain, Michel George et François LeLionnais. 2001. *Dictionnaire des mathématiques*. Paris : Quadrige/PUF. 960 pages.

Breton, Guy, Benoît Côté, Claude Delisle, André Deschênes et Antoine Ledoux. 1998-99. *Réflexions mathématiques 536, 5e secondaire*. 2 tomes, Tome 1 édité en 1998 et le Tome 2 en 1999, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 852 pages (tome 1 : 441 p., tome 2 : 411 p.).

Breton, Guy, Éric Breton et Mathieu Dufour. 1998. *Regards mathématiques 514, 5e secondaire, tome 2*. Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 226 pages.

Breton, Guy, Claude Delisle, André Deschênes et Antoine Ledoux. 1997. *Regards mathématiques 514, 5e secondaire, tome 1*, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 216 pages.

Breton, Guy, André Deschênes et Antoine Ledoux. 1996-97a. *Réflexions mathématiques 436, 4e secondaire*. 2 tomes, Tome 1 édité en 1996 et le Tome 2 en 1997, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 819 pages (tome 1 : 346 p., tome 2 : 473 p.).

Breton, Guy, André Deschênes et Antoine Ledoux. 1996-97b. *Regards mathématiques 416, 4e secondaire*. 2 tomes, Tome 1 édité en 1996 et le Tome 2 en 1997, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 449 pages (tome 1 : 240 p., tome 2 : 209 p.).

Breton, Guy et Jean-Charles Morand. 1995-96. *Carrousel mathématique 3,troisième secondaire*. 2 tomes, Tome 1 édité en 1996 et le Tome 2 en 1996, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 604 pages (tome 1 : 304 p., tome 2 : 300 p.).

Breton, Guy. 1994. *Carrousel mathématique, deuxième secondaire*. 2 tomes, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 574 pages (tome 1 : 279 p., tome 2 : 295 p.).

Breton, Guy. 1993. *Carrousel mathématique, première secondaire*. 2 tomes, Anjou (Qué.) : Les Éditions CEC inc. 575 pages (tome 1 : 251 p., tome 2 : 324 p.).

Charbonneau, Louis. 1996. « From Euclid to Descartes : Algebra and its relation to geometry ». Dans *Approaches to Algebra, Perspectives for Research and Teaching*, Nadine Bednarz, Carolyn Kieran et Lesley Lee (éds.), p.15-37. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Charbonneau, Louis. 1988. « Les mathématiques à Montréal, 1920-1960. » *Bulletin de l'AMQ*, vol 28, no 2, p. 8-13.

Charbonneau, Louis, 1986. « L'histoire des mathématiques. » *Bulletin de l'AMQ*, vol 26, no 2, p. 4-6.

Charbonneau, Louis, 1984a. « L'enseignement des mathématiques dans les collèges classiques du Québec au XIXe siècle (partie I). » *Bulletin de l'AMQ*, vol 24, no 2, p. 41-44.

Charbonneau, Louis, 1984b. « L'enseignement des mathématiques dans les collèges classiques du Québec au XIXe siècle (partie II). » *Bulletin de l'AMQ*, vol 24, no 3, p. 29-33.

Chevallard, Yves. 1989a. « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. deuxième partie : perspectives curriculaires : La notion de modélisation. » *Petit x*, vol. 19, p. 45-75.

Chevallard, Yves. 1989b. « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. troisième partie : voie d'attaque et problèmes didactiques. » *Petit x*, vol. 23, p. 5-38.

Chevallard, Yves. 1984. « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. » *Petit x*, vol. 5, p. 51-94.

Chuquet, Nicolas. 1985. *Nicolas Chuquet, Renaissance Mathematician, A study with extensive translation of Chuquet's mathematical manuscript completed in 1484*. Graham Flegg, Cynthia Hay et Barbara Moss (éditeurs). Dordrecht : D. Reidel Publishing Compagny, a member of The Kluwer Academic Publishers Group.388 pages.

Côté, Ronald, Madeleine Gagnon, Nicole Perreault et Xiavier Roegiers. 2002. *Leximath, LEXIQUE MATHÉMATIQUE DE BASE*. 2e éd., adaptation et mise à jour par Jacqueline Laflamme. Laval (Qué.) : Beauchemin.192 pages.

Coulange, Lalina. 2001. « Évolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20ème siècle. » *Petit x*, vol 57, p. 65-78.

De Champlain, Denis, Pierre Mathieu et Hélène Tessier. 1999. *Petit lexique mathématique*. Éd. rev. et corr. Mont-Royal (Qué.) : Modulo 383 pages.

De Champlain, Denis, Pierre Mathieu, Paul Patenaude et Hélène Tessier. 1996. *Lexique mathématique, Enseignement secondaire*. 2e ed. rev. et corr. Beauport (Qué.) : Les Éditions du triangles d'Or inc. 480 pages.

Département de l'Instruction Publique [D.I.P.]. 1958. *Programme d'études des écoles secondaires*. Québec : Comité Catholique du Conseil de l'Instruction Publique. 354 pages.

Dictionnaire de Trêvoux, voir auteurs (Les Jésuites).

Diderot, Denis et d'Alembert, Jean le Rond. 1751. *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers*, Paris : le « libraire » (éditeur) Le Breton. Sous « Arithmétique », t. 1.

Douady, R. 1986. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*. Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 7, no 2. p. 5-31.

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette (dir. publ.). 1987. *Mathématique Soleil 5, Option II*, 2 tomes, deuxième édition, Montréal : Guérin. 954 pages (tome 1 :438 p., tome 2 : 516 p.).

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette (dir. publ.). 1986a. *Mathématique Soleil 5*, Montréal : Guérin. 508 pages.

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette (dir. publ.). 1986b. *Mathématique Soleil 4, Option I*, 2 tomes, troixième édition, Montréal : Guérin. 888 pages (tome 1 : 336 p., tome 2 :552 p.).

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette (dir. publ.). 1985. *Mathématique Soleil 4*, deuxième édition, Montréal : Guérin. 699 pages.

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette. 1984. *Mathématique Soleil 3*, deuxième édition entièrment revue et corrigée, Montréal : Guérin. 617 pages.

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette. 1983a. *Mathématique Soleil 2*, Montréal : Guérin. 582 pages.

Drolet, Madelaine et Hélène Rochette. 1983b. *Mathématique Soleil 1*, deuxième édition revue et corrigée, Montréal : Guérin. 530 pages.

Duroux, Alain. 1983. « la valeur absolue : Difficultés majeures pour une notions mineure. » *Petit x*, vol. 3, p. 43-67.

Euclide d'Alexandrie. 1994. *Les Éléments, volume 2 : livres V-VI : porportions et similitude, livres VII-IX : Arithmétique*. Traduits du texte de Heiberg, Traduction et commentaires par Bernard Vitrac. Paris : Presses Universitaires de France. 572 pages.

Euclide d'Alexandrie. 1993. *Les Œuvres d'Euclide*, traduite littéralement par F. Peyrard, nouveau tirage par Jean Itard. Paris : Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard. 627 pages.

Fibonacci, Leonardo Pisano. 2003. *Fibonacci's Liber Abaci : Leonardo Pisano's Book of Calculation*. Traduction du latin à l'anglais moderne du livre de Leonardo Pisano Liber Abbaci écrit en 1202 par Laurence E. Singler. New York : Springer. 636 pages.

Frères des Écoles chrétiennes (Les) [F.E.C.]. 1916. « Arithmétique, cours supérieur », ancienne arithmétique commerciale modifiée, livre de l'élève, Montréal : Les Frères des Écoles chrétiennes, 479 pages.

Frères des Écoles chrétiennes (Les) [F.E.C.]. 1946. « Arithmétique, cours complémetaire, (ancien cours supérieur) », Montréal (Qué.) : Les Frères des Écoles chrétiennes, 479 pages.

Frères des Écoles chrétiennes (Les) [F.E.C.]. 1953. « Les Mathématiques de la vie courante, cours supérieur, Arithmétique-Algèbre-Géométrie », Montréal : Les Frères des Écoles chrétiennes, 685 pages.

Gispert, Hélène. 2002. *Pourquoi, pour qui enseigner les mathématiques ? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes de mathématiques dans la société française au XXe siècle.* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik [ZDN] 2002, vol. 34, no 4. Grenoble. p. 158-163

Guay, Sylvio et Steeve Lemay. 1994. *Mathématique 2^E secondaire, SCÉNARIOS 2.* Laval (Québec) : Édition HRW. 497 pages

Guinet, Raymond et Élise Martinelli. 1982. « Dénombrement et mesure en CE_2 et CM_1. » *Grand N*, vol 27, p. 23-31.

Kahane, Jean-Pierre (dir. publ.). 2002. *L'ENSEIGNEMENT DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques.* Rapport au ministre de L'Éducation Nationale. Centre national de documentation pédagogique. Paris : Odile Jacob. 284 pages.

Labrie, Jean-Marie. 1992. « Dans nos classes : Problème de dénombrement. » *Bulletin de l'AMQ*, vol 32, no 4, p. 56-58.

Lalande, André. 1960. *Vocabulaire technique et critique de la philosophie.* 8e ed. rev. et aug. Paris : Presse universitaires de France. 1323 pages

Larousse, Pierre. 1866. *Grand DICTIONNAIRE Universel du XIXE Siècle.* Paris : Administration du Grand Dictionnaire Universel. Sous « Arithmétique », t. 1.

Lavoie, Paul. 2004. « Enseigner les mathématiques au Québec (1800-2000) : l'émergence d'une spécialité », *Bulletin de l'AMQ*, vol. XLIV, no 1, p. 15-38.

Lavoie, Paul. 1994. « Contribution à une histoire des mathématiques scolaires au Québec : L'arithmétique dans les écoles primaires (1800-1920) », Thèse de doctorat, Québec, Université Laval, 603 pages.

Linteau, Paul-André, René Durocher et Jean-Claude Robert.1989. *Histoire du Québec contemporain, de la Confédération à la crise (1867-1929), tome I*, nouvelle édition refondue et mise à jour, Québec : Boréal. 758 pages.

Marchand, Patricia et Nadine Bednarz. 1999. « L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une analyse des problèmes présentés aux élèves. » *Bulletin de l'AMQ*, vol. 29, no 4, p. 30-42.

Ménard, Jean (dir. publ.). 1973. *Mathématiques Nouvelles, options 522-532*, auteurs associés : Jean-Paul Langlois, Maurice Claudius, Onil Hamel et Marcel Hébert, La Prairie (Qué.) : Éditions F.I.C. 604 pages.

Ménard, Jean (dir. publ.). 1972. *Mathématiques Nouvelles, options 422-432*, auteurs associés : Jean-Paul Langlois, Onil Hamel et Marcel Hébert, La Prairie (Qué.) : Éditions F.I.C. 605 pages.

Ménard, Jean (dir. publ.). 1971. *Mathématiques Nouvelles, options 320-330*, auteurs associés : Jean-Paul Langlois, Onil Hamel et Marcel Hébert, La Mennais (Laprairie, Qué.) : Éditions F.I.C. 592 pages.

Ménard, Jean (dir. publ.). 1970a. *Mathématiques Nouvelles, options 210-220-230*, auteurs associés : Jean-Marie Labrie, Onil Hamel et Marcel Hébert, La Mennais (Laprairie, Qué.) : Éditions F.I.C. 455 pages.

Ménard, Jean (dir. publ.). 1970a. *Mathématiques Nouvelles, options 110-120-130*, auteurs associés : Jean-Marie Labrie, Onil Hamel et Marcel Hébert, La Mennais (Laprairie, Qué.) : Éditions F.I.C. 488 pages.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec [MELS]. 2003. *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire, premier cycle*, (13-0009), Québec : Gouvernement du Québec. 575 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 2006. *Proportion d'une génération qui sort du secondaire sans diplôme, selon le sexe, réseaux public et privé, Québec, 1975-1996* [en ligne]. Accès : http://www.pum.umontreal.ca/apqc/96_97/profil/204.gif

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1999a. *Programmes d'études, Mathématique 526 transitoire, enseignement secondaire* (code 13-3301). Québec : Gouvernement du Québec. 46 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1999b. *Programmes d'études, Mathématique 426 transitoire, enseignement secondaire* (code 13-3300). Québec : Gouvernement du Québec. 51 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1997a. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 514*, (16-3301-10), Québec : Gouvernement du Québec. 42 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1997b. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 536*, (16-3301-22), Québec : Gouvernement du Québec. 51 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1996a. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 416*, (16-3301-09), Québec : Gouvernement du Québec. 41 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1996b. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 436*, (16-3301-21), Québec : Gouvernement du Québec. 54 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1995. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 314*, (16-3301-08), Québec : Gouvernement du Québec. 54 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1994. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 216*, (16-3301-07), Québec : Gouvernement du Québec. 65 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1993. *Programmes d'études de mathématiques du secondaire, Mathématique 116 (068-116)*, (16-3301-05), Québec : Gouvernement du Québec.. 72 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1984. *Programme d'études, secondaire, mathématique,second cycle* (code 16-3302), Québec : Gouvernement du Québec. 43 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1981. *Programme d'études, secondaire, mathématique, premier cycle* (code 16-3301), Québec : Gouvernement du Québec. 43 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1972a. *La mathématique au secondaire, voies régulière et enrichie, 1re 2e, 3e, 4e, programme des cours* (code 16-3317), Québec : Gouvernement du Québec. 32 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1972b. *Mathématique 504 (code 211-504), Mathématique 512 (code 211-512)* (code 16-3319), Québec : Gouvernement du Québec. 10 pages.

Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. 1971. *La mathématique au secondaire 5, guide pédagogique des cours math. 522 et math 532* (code 16-3307), Québec : Gouvernement du Québec. 45 pages.

Ministère de l'éducation nationale [MEN], Direction de l'enseignement scolaire. 2002a. *Mathématiques, classe de seconde*, Collection Lycée – voie générale et technologique, série Programmes, Paris : Centre National de documentation pédagogique, 15 pages.

Ministère de l'éducation nationale [MEN], Direction de l'enseignement scolaire. 2002b. *Mathématiques, classe de première, séries ES, L, S*, Collection Lycée – voie générale et technologique, série Programmes, Paris : Centre National de documentation pédagogique, 35 pages.

Ministère de l'éducation nationale [MEN], Direction de l'enseignement scolaire. 2002c. *Mathématiques, classe terminale, séries ES, L, S*, Collection Lycée – voie générale et technologique, série Programmes, Paris : Centre National de documentation pédagogique, 28 pages.

Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement scolaire. 2003. *Enseigner au collège, Mathématiques. Programmes et accompagnement*, Paris : Centre National de documentation pédagogique, 97 pages.

Nantais, Nicole. 1991. « L'analyse d'erreurs appliquée aux algorithmes arithmétiques. » *Instantanés Mathématiques*, vol. 27, no 5, p. 5-11.

Nicomaque de Gerasa. 1926. *Introduction to Arithmetic*, Traduit par F. Robbins et L. Karpinski. New York : The Macmillan compagny. 319 pages.

Ozanam, Jacques. 1691. *Dictionnaire Mathématique ou Idée Générale des Mathématiques*. Reproduction de textes anciens, 1982, par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques [IREM] : Université Paris VII. Édition reproduite : Paris : Étienne Michalet. 78 pages.

Pariselle, Claude. 1981. « Vers l'algorithme de la division au C.M.1. » *Grand N*, vol. 23, p. 41-52.

Picutti, Ettore. Janvier 1994. « Léonard de Pise », *Pour la Science, Dossier Les Mathématiciens*, Dossier Hors-série.p. 6-15.

Poirier, Louise. 1990. « Évolution du rôle et de l'importance du calcul mental dans les programme d'études québécois », *Bulletin de l'AMQ,*, vol. 30, no. 2, p. 5-10.

Rey, Alain et Josette Rey-Debove (dir. publ.). *LE PETIT ROBERT : Dictionnaire de la langue française*, édition de 1988 rev. et corr. Paris : Dictionnaires LE ROBERT. 2171 pages.

Schmidt, Sylvine et Nadine Bednarz. 1997. « Raisonnements arithmétiques et algébriques dans un contexte de résolution de problèmes : difficultés rencontrées par les futurs enseignants », *Educational Studies in Mathematics*, vol. 32, p. 127-155.

Schubring, Gert. 1983. « Introduction à la chronique historique sur l'enseignement des mathématiques. » *Recherche en didactique des mathématiques*, vol 4, no 3, p. 325-344.

Vergnaud, Gérard. 1979. « The acquisition of arithmetical concepts », *Educational Studies in Mathematics*, vol. 10, p. 262-274.

Vincent, Jean-François. 1994. *[LEXIQUE] [MATHÉMATIQUE], [À L'USAGE DES ÉTUDIANTS] [ET DES ÉTUDIANTES]*. Montréal (Qué.) : Guérin.189 pages.

Wanko, Jeffrey J., Christine Hartley Venable. 2002. « Investigating Prime Numbers and the Great Internet Mersenne Prime Search. » *Mathematics teaching in middle school*, vol 8, no 2, p. 70-76.

Youschkevitch, Adolf. 1981. « Le concept de fonction jusqu'au milieu du XIX^{e} siècle », traduction de Jean-Marc Bellemin dans *Fragments d'histoire des mathématiques*, Brochure A.P.M.E.P., no 41, p.7-69.